



**Particules matérielles en écoulement turbulent.
Transport, dynamique aux temps longs et transfert
thermique**

Nathanaël Machicoane

► **To cite this version:**

Nathanaël Machicoane. Particules matérielles en écoulement turbulent. Transport, dynamique aux temps longs et transfert thermique. Autre [cond-mat.other]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2014. Français. NNT : 2014ENSL0926 . tel-01070651

HAL Id: tel-01070651

<https://theses.hal.science/tel-01070651>

Submitted on 2 Oct 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° National de Thèse : 2014ENSL0926



THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lyon,
délivré par l'Ecole Normale Supérieure de Lyon

Discipline : PHYSIQUE

Laboratoire de Physique de l'ENS de LYON

Ecole Doctorale de Physique et d'Astrophysique de Lyon

Présentée et soutenue publiquement le 18 juillet 2014
par **Monsieur Nathanaël MACHICOANE**

**Particules matérielles en écoulement turbulent.
Transport, dynamique aux temps longs et transfert thermique.**

Thèse dirigée par Romain VOLK et co-encadrée par Jean-François PINTON

Après l'avis de : Monsieur Alberto ALISEDA
Monsieur Frédéric MOISY

Devant la commission d'examen formée de :

Monsieur Alberto ALISEDA	- <i>Rapporteur</i>
Monsieur Javier BURGUETE	- <i>Examinateur</i>
Monsieur Jacques MAGNAUDET	- <i>Président</i>
Monsieur Frédéric MOISY	- <i>Rapporteur</i>
Monsieur Jean-François PINTON	- <i>Co-encadrant</i>
Monsieur Romain VOLK	- <i>Directeur</i>

Laboratoire de Physique
École Normale Supérieure de Lyon
46, allée d'Italie
69007 Lyon

École doctorale de Physique et Astro-
physique de Lyon
4, Rue Enrico Fermi
69622 Villeurbanne Cedex

Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement Romain Volk pour m'avoir attiré dans le monde des particules, de la turbulence et des écoulements de von Kármán, ce qui lui a valu de m'encadrer patiemment durant ces trois années de thèse. Il m'a appris à serrer des boulons (mais pas trop fort) et à m'occuper des systèmes expérimentaux contenant de l'eau (ou pire), mais surtout à tirer des informations sans relâche sur les données accumulées. Ses analyses pertinentes et son envie d'aller plus loin, vers des problèmes plus complexes m'ont motivé tout au long de la thèse. Malgré ses lourdes responsabilités, Jean-François Pinton a également co-encadré ces travaux, apportant un œil critique et pertinent. Ils ont tous deux un grand enthousiasme pour la recherche mais aussi de grandes qualités humaines. Les moments passés autour d'un verre et les échanges non scientifiques ont toujours été très agréables.

Je remercie les personnes qui ont travaillé sur des particules dans nos très chers von Kármán, avec qui j'ai pu discuter des techniques expérimentales et d'analyse afin de profiter de leur expertise : Mica, Romain, Robert et Delphine. Je remercie une deuxième fois Mica pour son aide sur matlab mais aussi car il m'a fait visiter le labo il y a bien longtemps, me permettant de rencontrer Romain en tant que chercheur et non en tant que prof. Une seconde salve également pour Robert qui a essuyé les plâtres sur la cuve carrée et les grosses particules, et qui, à sa façon, m'a fait apprendre énormément sur le tracking et matlab (au final bien plus que s'il m'avait donné ses codes).

J'ai également eu la chance de voir d'autres milieux de recherche que le LPENSL, outre les nombreuses conférences et écoles auxquelles Romain m'a permis d'aller. La collaboration avec nos collègues espagnols de Pampelune nous a réuni à Lyon ou chez eux, autour d'échanges scientifiques très intéressants mais aussi autour de bons moments conviviaux, ainsi, je remercie Javier Burgueter et Miguel López-Caballero. J'en profite pour remercier la mère de Romain pour son accueil et son confit de canard, lors de cette virée en Espagne avec escale à Pau. J'ai également eu la chance de participer à une collaboration avec le LEGI et le KIT, sur le sujet des billes tractées. Je remercie donc Markus Uhlmann et son équipe pour son accueil à Karlsruhe, mais aussi l'équipe technique qui nous a aidé sur les manips. Un grand merci à Martin, mon compère expérimentateur du LEGI, pour son enthousiasme et sa curiosité pour ces travaux mais aussi pour les moments passés autour du combo allemand Bier+Würst le soir.

Je remercie les mécaniciens et les électroniciens pour leurs conseils et aides diverses sur les manips mais aussi pour leur bonne humeur et les discussions en salle café le midi par exemple, ce qui vaut aussi pour les secrétaires et les quelques autres réfractaires du RU. Un merci particulier à Marc et Denis que j'ai particulièrement sollicités pour la conception, les améliorations et l'entretien des manips. En particulier, Marc a passé un temps considérable

pour réaliser une nouvelle cuve en inox et Denis pour les moules utilisés pour fabriquer les billes de glace. Je remercie toute l'équipe du secrétariat : Fatiha, Laure, Laurence et Nadine qui savent combiner efficacité, gentillesse et beaucoup de patience pour nous aider dans les démarches administratives. L'élaboration des nombreux dispositifs a entraîné un nombre de commandes considérable, encore merci. Merci également aux informaticiens, qui ont en particulier beaucoup travaillé pour maintenir le réseau pendant les incessantes coupures des travaux du tram.

Lors de ma thèse, j'ai également pu profiter de l'expertise pédagogique de l'équipe enseignante, ceux avec qui j'ai encadré des TP ou ceux avec qui j'ai échangé sur les enseignements. Je remercie donc Charlotte, Cendrine, Romain, Nicolas, Hervé, Patrick, Bernard et Francesca. Merci aussi aux autres moniteurs et vacataires pour l'entraide, à Cendrine pour cette organisation efficace de TP, et aux techniciens d'enseignement pour leur aide inestimable.

Merci également à toutes les personnes avec qui j'ai pu avoir des discussions scientifiques sur divers points : Mica, Alain, Bernard, Nicolas, Freddy, Laurent, Francesca, Artyom, Pierre et Sergio. Je remercie également les jeunes de "l'équipe convection" avec lesquels j'ai pu interagir : Eleonore, Olivier, Julien et Fanny. J'ai également beaucoup appris auprès des membres directs de "l'équipe de Romain", merci à Robert, Delphine, Lionel, Cyril et Miguel.

Bien heureusement, il nous est arrivé de se détendre autour de pauses café ou de discussions dans les mezzanines. Je remercie donc mes voisines de première mezzanine Fanny et Sophie, puis de deuxième mezzanine Lionel, Robert puis Cyril, Delphine puis Marc, et enfin de bureau Tomas et Cesare. Je remercie Ikea et les murs pas droits du labo pour le montage des étagères qui ont généré des débats pendant plusieurs mois. Je remercie les personnes avec qui j'ai eu ce type de discussions et bien d'autres au café, notamment Cyril, Eléonore, Sophie, Fanny, Lionel, Robert, Delphine, Mica, Alain, Marc, Miguel, Guillaume et Sylvain. Je remercie également les personnes croisées dans les couloirs et non au café : MJ, Maxime, Olivier, JB, Antoine C. et V., Baptiste, Christophe B. et P., Ernesto, Nicolas, Mickaël, Julien, Hélène, Roberto et Simona. Plus généralement, merci à tous ceux avec qui j'ai interagi et que je n'ai pas cité pour la bonne ambiance qui règne au labo. Je remercie aussi les chimistes, qui m'ont accueilli chaleureusement même si je fais partie de l'invasion de leur labo.

Merci à ma famille, ma belle-famille et mes amis de m'avoir soutenu pendant cette thèse, et plus généralement pendant mes études qui m'y ont conduit. Merci à toutes les personnes avec qui j'ai pu décompresser d'une façon ou d'une autre durant ces trois années. En particulier, merci Mick pour la détente mais aussi sur les discussions sur la science, la biologie et la thèse en général. Merci à ma mère pour sa patience et son soutien lors de nos échanges pendant la rédaction.

Merci évidemment à Amélie, qui m'accompagne depuis si longtemps et qui accepte de me suivre dans cette aventure scientifique. Merci de m'avoir supporté pendant la thèse, surtout la rédaction pendant laquelle j'étais à la fois peu disponible et très désagréable ! Merci de partager ma vie depuis plus de 10 ans.

Merci à ceux qui ont relu des bouts de ma thèse pour l'orthographe : Eleonore, MJ et Tess ; Peter, Aurélie et Marc pour le résumé ; Amélie et Mick pour l'avoir lu en entier ($\simeq 200$ pages c'est long). Pour l'avoir relu pour la science, merci à Jean-François, mais surtout à Romain pour l'avoir lu en entier trois fois ($\simeq 600$ pages c'est très long), et aussi en passant pour avoir subi l'arrivée d'un nombre astronomique de figures sur ces trois années !

Pour finir, je voudrais remercier mes rapporteurs Alberto Aliseda et Frédéric Moisy pour leur lecture attentive du manuscrit et leur questions pertinentes, mais aussi pour les échanges scientifiques intéressants qu'elles ont amené. Je remercie également Javier Burguete et Jacques Magnaudet d'avoir accepté d'être examinateurs et pour leurs questions pertinentes et plus généralement pour l'intérêt qu'ils ont montré envers mon sujet de thèse.

Table des matières

I	Introduction	11
I.1	Notions de turbulence	14
A)	Description de la turbulence	14
B)	Points de vue eulérien et lagrangien	16
I.2	Particules en turbulence	16
II	Dispositifs, techniques et mesures	21
II.1	Écoulements de von Kármán	21
II.2	Les dispositifs utilisés	22
A)	Les cuves	22
B)	Mesures de vitesse	23
C)	Estimation des paramètres de l'écoulement	24
D)	Transition vers le régime laminaire	25
II.3	Dispositif pour l'étude des grosses particules	27
A)	Les particules	27
B)	Suivi de particules	28
C)	Trajectoires	30
III	Dynamique de particules de grande taille en turbulence	33
III.1	Étude lagrangienne préliminaire	33
A)	Magnitude de vitesse et d'accélération	33
B)	Densités de probabilité de vitesse et d'accélération	34
C)	Fonctions d'auto-corrélation de l'accélération	37
III.2	Conditionnement eulérien des données lagrangiennes	39
A)	Exploration de l'écoulement	39
B)	Conditionnement eulérien-lagrangien	39
C)	Effet de taille et de densité	44
D)	Influence du nombre de Reynolds	48
E)	Discussion de l'exploration préférentielle	49
III.3	Effet de la structure moyenne de l'écoulement de von Kármán	50
A)	Valeurs rms lagrangiennes	50
B)	Densités de probabilité de la vitesse	52
C)	Fonctions d'auto-corrélation de la vitesse	58
IV	Vers le régime laminaire	63
IV.1	Transition de l'écoulement	63
IV.2	Dynamique des particules	64
A)	Vitesse globale	64
B)	Structure du champ de vitesse	65

C) PDF de vitesse	68
IV.3 Effet du nombre de Reynolds sur l'exploration préférentielle	70
IV.4 Chaos lagrangien et quasi-périodicité	72
A) Trajectoires	72
B) Dynamique lagrangienne dans le domaine spectral	74
C) Corrélations de vitesse	75
IV.5 Retour annexe sur le traitement des trajectoires chaotiques	81
V Piégeage et dynamique aux temps longs	83
V.1 Écoulements symétriques	83
A) Résultats expérimentaux de VKL	83
B) Modélisation stochastique	94
V.2 Écoulements asymétriques	102
A) Résultats expérimentaux de VKP	102
B) Modèle asymétrique	116
C) Asymétrie artificielle à Lyon	122
V.3 Conclusion	125
VI Fusion de billes de glace en turbulence	127
VI.1 Transfert entre une particule et un écoulement	127
VI.2 Introduction	130
VI.3 Experimental setup	131
A) The von Kármán flow	131
B) Making of spherical ice balls	133
VI.4 Measurement setup	134
A) Optical setup	134
B) Heat flux measurement	135
VI.5 Results	136
A) Melting of fixed ice balls	136
B) Melting of freely advected ice balls	138
VI.6 Discussion and conclusion	139
VII Conclusion	141
VIII Perspectives sur le suivi de petits objets	145
VIII.1 Introduction	145
VIII.2 Dispositifs, techniques et mesures	145
A) Dispositif expérimental	145
B) Trajectoires	148
VIII.3 Résultats préliminaires	156
A) Trajectoires	156
B) Densités de probabilité	158
C) Fonctions d'auto-corrélation	158
D) Flatness	160
E) Retour sur les valeurs rms	162
VIII.4 Conclusions et perspectives	165

A	Retour sur le modèle stochastique	167
A.1	Limites	167
A)	Densités spectrales de puissance	168
B)	Fonctions d'auto-corrélation de la vitesse	171
A.2	Temps de résidence	173
B	Mesures complémentaires à Pampelune	177
B.1	Écoulement symétrique	177
B.2	Écoulement symétrique avec bouchon	177
C	Fusion des billes de glace	181
C.1	Calibration de l'ombroscopie	181
C.2	Observations sur la forme des glaçons fixes	181
C.3	Dépendance du coefficient de transfert thermique avec le diamètre initial des glaçons	184
C.4	Fluctuations du nombre de Nusselt	185
C.5	Estimation des incertitudes	185
A)	Forme et mesures de taille	185
B)	Termes négligés pour le problème de Stefan	186
	Bibliographie	189

Chapitre I

Introduction

Le transport de particules par un écoulement turbulent est un problème scientifique intéressant, qui est lié à de nombreux procédés naturels et applications industrielles. Les exemples naturels regroupent la formation de la pluie dans les nuages [54], la dispersion de pollens ou de poussières dans l'atmosphère [21], le transport de sédiments dans les rivières et même la formation des planètes dans les disques d'accrétion. D'un point de vue industriel, nous pouvons citer le mélange de composés chimiques solides, la combustion de gouttelettes dans les moteurs [55] ou encore le transport d'un ballon sonde météorologique. Ce problème intervient même lorsque l'on mélange du sucre dans son café : la vitesse de dissolution des morceaux de sucre dépend du mouvement relatif entre le café et le sucre, qui est gouverné par la façon de mélanger. Dans la plupart des exemples donnés ci-dessus, l'écoulement est turbulent, et l'interaction entre ces particules et l'écoulement est complexe du fait de la multitude d'échelles qui entre en jeu et de l'influence des caractéristiques des particules.

Les écoulements turbulents constituent eux-mêmes un problème complexe avec des fluctuations à la fois spatiales et temporelles. La turbulence est en effet caractérisée par une vaste gamme d'échelles : l'énergie est généralement injectée à grande échelle, formant des tourbillons de grandes tailles. Ces tourbillons se cassent continuellement en plus petits tourbillons, qui eux-mêmes engendrent de plus petits tourbillons. Ces tourbillons se déplacent, interagissent et en génèrent des plus petits jusqu'à ce qu'ils soient dans une gamme de taille où la viscosité joue un rôle et que leur énergie soit dissipée sous forme de chaleur. La figure I.1 présente trois images d'écoulements turbulents où une large gamme d'échelles est visible (au moins en partie), issues d'une situation naturelle et de deux expériences de laboratoire, tirées de *An Album of Fluid Motion* de M. Van Dyke [73] qui donne un très bon aperçu de la physique de la turbulence (et de la mécanique des fluides au sens large) en images.

Lorsque les particules transportées par l'écoulement sont plus petites que les plus petits tourbillons et qu'elles ont la même densité que le fluide les transportant, elles suivent exactement les mouvements du fluide. Ces particules, appelées traceurs, sont donc utilisées pour différentes techniques expérimentales afin de connaître les propriétés de l'écoulement [70]. Le mouvement des petites particules, dont la densité diffère de celle du fluide, a également beaucoup été étudié [69]. Dans ce cas, l'écoulement autour des particules est laminaire et il est possible d'obtenir l'équation gouvernant la vitesse de la particule \mathbf{v} [26, 42], une fois la vitesse du fluide \mathbf{u} connue. Dans le modèle le plus simple, la particule n'est soumise qu'à la traînée de Stokes et à un terme de masse ajoutée [23, 41].

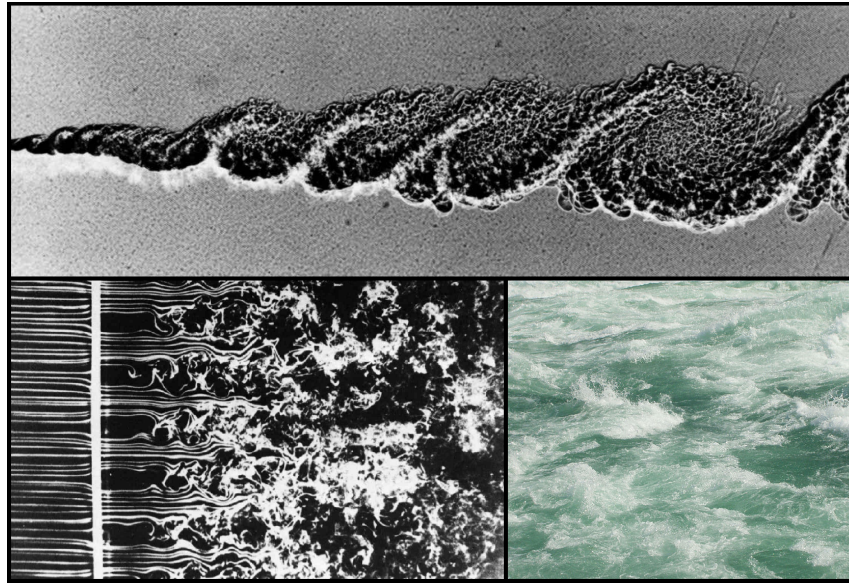


FIGURE I.1 – En haut : Couche de mélange entre deux gaz allant à des vitesses différentes (1 et $0,4 \text{ m.s}^{-1}$). En bas à gauche : écoulement derrière une grille (1 cm de pas de maille) à $Re = 1500$. Ces deux premières images sont issues de *An Album of Fluid Motion* [73]. En bas à droite : photographie de la rivière Niagara peu après les chutes.

Lorsque la taille des particules augmente, il est possible d'apporter des corrections aux équations évoquées pour conserver leur validité. Cependant, lorsque la taille des particules est supérieure à dix fois la taille des plus petits tourbillons, aucune prédiction n'existe pour les forces agissant sur elles. Cette situation correspond au cas de nombreuses applications, comme l'exemple du ballon-sonde cité ci-dessus ; il est donc intéressant d'étudier la dynamique de ce type de particules. Par ailleurs, les travaux mentionnés ont principalement été effectués en turbulence homogène et isotrope, qui constitue un cas d'étude idéal pour comprendre et modéliser la dynamique des particules en turbulence, mais qui ne peut être vrai que localement dans les situations réelles. La prise en compte de l'hétérogénéité est notamment importante lors de l'étude de la dynamique de grands objets, pour lesquels il est nécessaire de suivre les trajectoires sur des distances de l'ordre de plusieurs fois leur taille. Ces distances étant grandes devant les petites échelles de l'écoulement, une structure à grande échelle peut donc émerger et jouer un rôle majeur dans la dynamique de telles particules.

L'étude présente vise dans un premier temps à comprendre la dynamique de grandes particules dans un écoulement turbulent de von Kármán contra-rotatif, décrit dans le chapitre II, qui possède un fort écoulement moyen. L'effet de la taille des particules, de leur rapport de densité et l'impact de la structure de l'écoulement sur la dynamique des particules seront notamment étudiés (chapitre III). Nous mettrons en évidence le développement d'une exploration préférentielle du dispositif par les grosses particules, qui est liée à une compétition entre l'écoulement moyen et les fluctuations turbulentes. Cette compétition sera analysée en détail en diminuant le nombre de Reynolds de l'écoulement afin de modifier fortement ce rapport. Nous étudierons ainsi la dynamique chaotique des particules dans un écoulement laminaire, possédant des attracteurs de basse dimension, dans le chapitre IV.

De plus, cette exploration appelle une étude de la dynamique des particules aux temps longs, car les mouvements des particules entre les zones préférentielles s'effectuent sur des échelles de temps décorréées de la dynamique rapide de la turbulence. Une modification du dispositif expérimental et des outils d'analyse permettra de réaliser cette étude. Les résultats seront comparés à ceux d'un autre dispositif expérimental, dont la structure moyenne est subtilement différente (chapitre V). Enfin, un modèle sera développé afin de comprendre les mécanismes qui entrent en jeu dans ce problème général.

Ces questions sont intimement liées au transfert de masse ou de chaleur entre une particule et l'écoulement. En effet, le transfert dépend essentiellement de la vitesse de glissement entre la particule et l'écoulement, qui est une fonction des caractéristiques de l'écoulement, mais aussi de celles de la particule. Si ce problème est bien compris pour de petites particules du fait du caractère laminaire de l'écoulement à leur échelle [59], ce n'est pas le cas pour de grosses particules, qui vont, lors de trajectoires différentes de celles des particules fluides, subir un transfert différent. Dans le chapitre VI, nous étudierons la fusion de grosses billes de glace en turbulence développée, analysant l'influence de la taille des billes, du nombre de Reynolds et de la vitesse de glissement sur le transfert thermique. Nous utilisons pour cela un montage d'ombroscopie afocale qui permet de mesurer l'évolution de la taille des billes de glace pour remonter au flux de chaleur surfacique.

Le montage d'ombroscopie utilisé pour l'étude des billes de glace permet de détecter de petits objets dans un grand volume sans nécessiter un éclairage puissant, comme ce serait le cas en rétro-éclairage classique. En l'utilisant selon deux directions perpendiculaires, nous pouvons suivre des particules de taille de l'ordre de quelques centaines de microns, dans un volume d'environ $10 \times 7 \times 7 \text{ cm}^3$. Ce nouveau montage est utilisé actuellement pour obtenir les statistiques lagrangiennes de traceurs et de particules inertielles en présence d'une structure moyenne, afin notamment d'étudier les vitesses de petites particules de hauts nombres de Stokes, gouvernées par l'inertie. De plus, il est idéal pour effectuer un suivi d'objets anisotropes car il permet de mesurer non seulement les statistiques de leur position, mais aussi celles de leur orientation. Dans le chapitre VIII, quelques données préliminaires de ces études en cours seront présentées en terme de perspectives, après la conclusion (chapitre VII) de l'ensemble des résultats établis dans les chapitres précédents.

I.1 Notions de turbulence

Cette section vise à rappeler brièvement les concepts de la turbulence essentiels pour cette étude.

A) Description de la turbulence

La mécanique des fluides est régie par la conservation de la masse et l'équation de Navier-Stokes qui donne l'évolution d'un champ de vitesse \mathbf{u} pour le fluide, qui dépend du temps et de l'espace :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla P}{\rho_f} + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \end{array} \right. \quad (\text{I.1.1})$$

Dans cette équation, P correspond au champ de pression dans le fluide, ν à la viscosité cinématique (en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) et ρ_f à la masse volume du fluide ; \mathbf{f} contient les éventuelles forces volumiques qui s'ajoutent au problème, comme la gravité par exemple.

A partir de cette équation, nous pouvons définir un nombre sans dimension qui est le paramètre du problème : le nombre de Reynolds, noté Re , qui correspond au rapport des effets d'inertie apportés par le terme $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ et des effets visqueux venant de $\nu \Delta \mathbf{u}$. Il s'écrit donc sous la forme :

$$Re = \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force visqueuse}} = \frac{UL}{\nu}, \quad (\text{I.1.2})$$

où U et L sont une vitesse et une longueur caractéristiques du problème.

Lorsque le nombre de Reynolds est faible $Re \ll 1$, le terme visqueux domine l'écoulement : ses lignes de courant sont ordonnées et stables dans le temps et l'espace, et l'écoulement est laminaire. Au contraire, quand le nombre de Reynolds devient grand devant 1, le terme d'inertie joue un rôle dans l'équation de Navier-Stokes I.1.1. A mesure que le nombre de Reynolds augmente, le terme d'inertie domine l'équation et le terme visqueux devient négligeable, de nombreuses bifurcations de l'écoulement sont alors observées. Le terme d'inertie contenant un terme de l'ordre de \mathbf{u}^2 , le problème devient fortement non-linéaire et l'écoulement est dit turbulent.

Du fait des non-linéarités, il devient impossible de prédire correctement l'évolution temporelle d'une condition initiale donnée, et les incertitudes augmentent avec la durée de la prédiction. Le champ de vitesse du fluide fluctue fortement dans le temps et l'espace, sur une vaste gamme d'échelles spatiales et temporelles. Localement, bien qu'il soit possible de définir une vitesse moyenne, le fluide va subir des vitesses variant en magnitude et en direction autour de cette moyenne, avec des excursions violentes et soudaines.

Le caractère fluctuant des écoulements turbulents oblige à se tourner vers une description statistique de la dynamique. Cette description fut introduite pour la première fois par Richardson, qui décrivit la turbulence comme un processus qui transfère l'énergie des plus gros tourbillons vers les plus petits, sous le nom de cascade d'échelles. Cette description qualitative a été reprise de façon mathématique par Kolmogorov en 1941 [32] donnant lieu à la théorie K41. Dans un système de taille L , l'énergie est injectée aux grandes échelles, formant les plus gros tourbillons de l'écoulement, caractérisés par leur taille L_{int} , appelée échelle intégrale. Le principe même de cette cascade turbulente est que ces tourbillons se cassent et se réorganisent pour former de plus petits tourbillons, qui à leur tour feront de même. Cette cascade prend fin lorsque les tourbillons sont suffisamment petits pour

que la viscosité intervienne et dissipe l'énergie sous forme de chaleur. Cette cascade est schématisée sur la figure I.2.

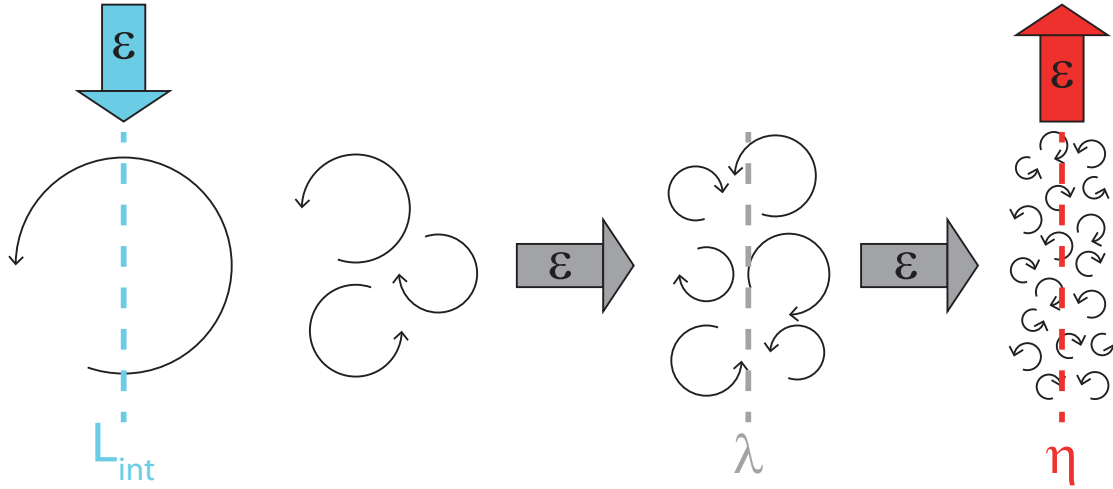


FIGURE I.2 – Schéma de la cascade de Richardson. L'énergie est injectée dans le système à l'échelle intégrale L_{int} à un taux d'injection ε , créant les tourbillons à grande échelle. A mesure que ces tourbillons se cassent en plus petits tourbillons, l'énergie est transférée à un taux de transfert ε dans la gamme dite inertielle, caractérisée par l'échelle de Taylor λ . Enfin, dans la gamme visqueuse ou dissipative, les plus petits tourbillons, dont la taille s'appelle échelle de Kolmogorov η , dissipent l'énergie sous forme de chaleur à un taux de dissipation ε .

Le taux d'injection massique d'énergie ε correspond aussi au taux de transfert de l'énergie le long de la cascade d'échelle, puis au taux de dissipation. La théorie K41 consiste à supposer que dans une certaine gamme d'échelles, loin de l'injection d'énergie et de la dissipation, seul le transfert d'énergie ε gouverne la dynamique, et cette gamme est appelée gamme inertielle.

Si les termes visqueux se font ressentir aux petites échelles, ceci signifie qu'un nombre de Reynolds défini sur la taille de ces tourbillons et sur leur vitesse est de l'ordre de 1. Ceci permet de définir la taille des plus petits tourbillons de l'écoulement, appelée échelle de Kolmogorov et notée η , en fonction de ε et de la viscosité ν uniquement. Plutôt que leur vitesse v_η , nous préférons définir un temps, qui correspond au temps de retournement de ces tourbillons et qui est le temps le plus rapide du système : le temps de Kolmogorov τ_η ($\tau_\eta = \eta/v_\eta$). Ces échelles de temps et d'espace de Kolmogorov sont exprimées de la façon suivante :

$$\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \quad (I.1.3)$$

$$\tau_\eta = (\nu/\varepsilon)^{1/2} \quad (I.1.4)$$

Des écoulements peuvent posséder le même nombre de Reynolds basé sur les grandes échelles $Re = UL/\nu$ tout en présentant des turbulences très différentes. Comme la turbulence est mieux caractérisée par ses échelles inertielles, où la statistique ne dépend que de ε , que par ses grandes échelles, nous définissons une échelle intermédiaire située dans la gamme inertielle, notée λ et appelée échelle de Taylor, qui est telle que le nombre de

Reynolds défini à son échelle est $Re_\lambda = \lambda u' / \nu = \sqrt{15 Re_L}$. Dans la définition précédente, nous avons introduit le nombre de Reynolds basé sur l'échelle intégrale $Re_L = u' L_{\text{int}} / \nu$, où u' correspond à la magnitude des fluctuations de l'écoulement. Ce nombre vaut donc une fraction du nombre de Reynolds à grande échelle du fait du rapport entre l'échelle du système et L_{int} et il dépend aussi du taux de turbulence de l'écoulement u'/U , qui lie la vitesse à grande échelle U et les fluctuations effectives. Enfin, la séparation d'échelle L_{int}/η , qui donne une estimation de l'étendue de la gamme inertielle, s'exprime en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'échelle intégrale Re_L comme $L_{\text{int}}/\eta = Re_L^{3/4}$, il faut donc atteindre de très hauts nombres de Reynolds pour obtenir une vraie gamme inertielle. A mesure que cette gamme s'étend, il est de plus en plus difficile de mesurer (expérimentalement et numériquement) les statistiques car il faut sonder un volume de l'ordre de L_{int}^3 sur des durées de l'ordre du temps de retournement à grande échelle $T = L_{\text{int}}/u_L$, avec une résolution spatiale et temporelle de l'ordre de η et τ_η .

B) Points de vue eulérien et lagrangien

Il est possible d'étudier la dynamique d'un écoulement turbulent ou d'une quantité transportée par un écoulement sous différents points de vue. Le point de vue eulérien consiste à traiter les objets comme des champs spatio-temporels. Ainsi, le mouvement du fluide est décrit par son champ de vitesse vectoriel $\mathbf{u}(x, y, z, t)$ et le transport d'un scalaire (comme la température) par le champ scalaire $\Phi(x, y, z, t)$. Concrètement, pour obtenir un champ eulérien, certaines positions de l'espace (x, y, z) sont choisies et la quantité d'intérêt est mesurée en ces points à différents intervalles de temps. Il est alors possible d'obtenir par exemple la série temporelle de la vitesse de l'écoulement à un endroit de l'espace ou alors différents échantillons d'un champ de vitesse du fluide dans un plan de l'écoulement.

Le point de vue lagrangien se place à l'opposé de celui eulérien : plutôt que de mesurer une quantité qui passe en un point, il s'intéresse à suivre un objet (une particule fluide, une particule ou un patch de scalaire) en mouvement dans l'écoulement, pour en extraire sa trajectoire $\mathbf{X}(t)$. Il est alors possible d'obtenir la vitesse le long de cette trajectoire $\mathbf{v}(\mathbf{X}(t))$ pour une particule par exemple, ou l'évolution de la concentration d'une espèce chimique au cours de sa dispersion dans l'écoulement $\Phi(\mathbf{X}(t))$.

Ces deux points de vue sont des approches complémentaires d'un problème et l'une est souvent plus adaptée que l'autre. Cependant, certains problèmes peuvent nécessiter l'utilisation des deux approches pour en comprendre leur complexité. Par exemple, la dispersion de particules est souvent mieux caractérisée par une approche lagrangienne, mais si cette dispersion a lieu dans un milieu inhomogène, une approche complémentaire eulérienne permettra de lier la dynamique des particules à la structure de l'écoulement, afin de comprendre pleinement la dynamique des particules.

I.2 Particules en turbulence

Le transport de particules en turbulence est un sujet ayant de nombreuses applications et qui a éveillé l'intérêt de nombreuses communautés. Selon leur taille et leur rapport de densité, les particules sont transportées différemment par un écoulement et présentent une dynamique différente. Dans la suite, nous exploitons certains résultats issus d'une revue sur les propriétés lagrangiennes des particules en turbulence [69] dans laquelle le lecteur pourra trouver une description complète. Les dynamiques lagrangiennes de traceurs et de particules dont la taille varie entre 1 et 50 fois l'échelle de Kolmogorov, et dont certaines

ne sont pas isodenses^{*} y sont analysées à l'aide d'études numériques et expérimentales, de 1971 à 2008.

Traceurs

Lorsque les particules ont une taille plus petite que l'échelle de Kolmogorov et que leur densité est la même que celle du fluide, leur vitesse correspond exactement à la vitesse du fluide à leur position. Elles suivent alors les mêmes trajectoires que des particules fluides et répondent de la même manière à un changement de vitesse. Ces particules sont appelées traceurs car mesurer leurs statistiques correspond à mesurer celles de l'écoulement. Elles sont donc largement utilisées de façon expérimentale afin d'ensemencer l'écoulement et d'obtenir par exemple un champ de vitesse fluide par Particle Image Velocimetry ou un signal temporel de la vitesse en un point par Laser Doppler Velocimetry (ces techniques sont détaillées dans [70]). Par ailleurs, les traceurs peuvent également servir à mener une étude lagrangienne par Particle Tracking Velocimetry de façon expérimentale ([67, 84, 51, 69] par exemple) ou numérique ([83, 69] par exemple), en résolvant la dynamique de particules ponctuelles isodenses une fois la dynamique de l'écoulement simulée.

Particules inertielles

Lorsque les particules sont petites devant l'échelle de Kolmogorov, mais que leur densité est différente de celle du fluide, leur inertie entraîne un temps de réponse différent de celui d'une particule fluide et des forces supplémentaires s'appliquent sur ces particules. Elles sont alors désignées comme particules inertielles. Des équations pour prédire ces forces ont été proposées comme l'équation Basset-Boussinesq-Oseen-Tchen, revisitée par Maxey-Ryley [42] et Gatignol [26]. Cependant, elles se limitent au cas de particules ponctuelles, dont le nombre de Reynolds à l'échelle de la particule, défini sur leur taille et la vitesse de glissement entre le fluide et la particule, est faible. Il en existe de nombreuses simplifications et corrections empiriques lorsque le Reynolds particule est plus élevé, mais elles ne seront pas discutées ici. Du fait des applications des particules inertielles, comme la dispersion de particules de cendre lors d'éruptions volcaniques explosives, de nombreuses études expérimentales ont été menées. Par exemple, l'étude de gouttes d'eau dans l'air, en soufflerie, permet d'atteindre un écoulement turbulent, avec des gouttes plus petites que η et dont le temps de réponse peut être ajusté en changeant leur taille. En effet, le temps de réponse d'une particule inertielle s'exprime comme $\tau = D^2/(3\beta\nu)$ où D est le diamètre et β le rapport de densité entre la particule et le fluide défini comme $3\rho_f/(2\rho_p + \rho_f)$ [†]. Le nombre sans dimension qui caractérise les effets d'inertie est alors le nombre de Stokes, qui compare le temps de réponse de la particule à celui du fluide τ_η selon $St = \frac{1}{3\beta} \left(\frac{D}{\eta}\right)^2$.

Une étude avec des nombres de Stokes compris entre 0 et 5 [1] a montré que ces particules forment des agrégats dans certaines conditions, qui s'assemblent et se réorganisent au cours du temps, avec un maximum d'agrégats pour des nombres de Stokes proches de 1. Ces résultats ont été confirmés par d'autres études expérimentales [81] ou numériques, notamment par [13, 65]. Pour les études numériques, une fois le mouvement du fluide simulé, des particules ponctuelles sont placées dans l'écoulement et leur dynamique est résolue selon l'équation simplifiée suivante :

*. Particules isodenses : particules de même densité que le fluide les transportant.

†. Ce rapport de densité β , différent de ρ_p/ρ_f , est utilisé car il apparaît devant le terme de masse ajoutée dans les équations gouvernant la dynamique des particules en turbulence.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \beta \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\tau}(\mathbf{u} - \mathbf{v}), \quad (\text{I.2.1})$$

où \mathbf{v} est la vitesse des particules et \mathbf{u} celle du fluide.

D'autres études ont été effectuées dans le but d'étudier l'effet du rapport de densité β (à taille fixe) sur la dynamique, au centre d'un écoulement de von Kármán, où les mesures sont comparées à des simulations numériques directes (DNS) de particules inertielles (ponctuelles) [78], mais également en soufflerie [56]. La flatness (coefficient d'aplatissement ou moment réduit d'ordre 4) des densités de probabilités (PDF) d'accélération augmente avec le rapport de densité β . Ceci signifie que des particules légères subissent des événements intenses plus souvent que des particules lourdes ou isodenses. Les études montrent que les fluctuations d'accélération (valeurs rms) augmentent fortement avec β (d'un facteur 4 quand β est triplé au centre d'un écoulement de von Kármán [79] et d'un facteur environ 5 pour le même rapport en DNS [78]). Une autre étude DNS pour des particules ponctuelles lourdes (dominées par le terme de traînée de Stokes) montrent des évolutions similaires pour la flatness et la rms de l'accélération des particules [3]. De plus, l'étude [78] montre que le temps de corrélation de l'accélération change fortement avec β , les particules légères décorrélant plus rapidement.

Particules matérielles

Nous nous intéressons désormais aux particules de taille plus grande que l'échelle de Kolmogorov η et de densité quelconque, appelées particules matérielles. L'effet de leur taille D sur leurs statistiques lagrangiennes a été une question étudiée en détail pour les particules isodenses dans la gamme $D/\eta \leq 50$. Ces gros objets ne peuvent pas répondre parfaitement à des fluctuations de vitesse à des échelles plus petites que leur diamètre, ce qui est schématisé par la gamme d'échelle en bleu sur le spectre d'énergie cinétique de la figure I.3.

Des mesures au centre d'écoulements de von Kármán [80, 12, 77] ainsi que des mesures en soufflerie [58] ont en effet mis en évidence que plus le diamètre des particules augmente, moins les événements qu'elles subissent sont violents et moins ils sont fréquents, ce qui correspond à une réduction de l'intermittence. Une loi d'échelle basée sur des arguments de gradient de pression à l'échelle de la particule dans le régime inertiel donne une évolution des valeurs rms d'accélération en bon accord avec les données expérimentales selon [58] :

$$\langle a^2 \rangle_{\text{particule}}(D) = a_0 \varepsilon^{4/3} D^{-2/3}, \quad (\text{I.2.2})$$

où a_0 est une constante sans dimension. Cette loi d'échelle $a_{rms} \sim (D/\eta)^{-1/3}$ montre l'effet fort de la taille des particules sur leur accélération dans la gamme étudiée. Enfin, les études au centre d'écoulements de von Kármán [80, 12, 77] ont montré que les temps de corrélation de l'accélération augmentent avec D . La flatness des PDF de l'accélération des particules diminue avec leur taille (les ailes sont moins étendues) et la valeur rms de l'accélération diminue. Il est bon de noter qu'aucun changement sur la vitesse n'a été observé dans cette gamme de tailles.

De plus, le problème a également été étudié numériquement, mais à plus faible nombre de Reynolds ($Re_\lambda \simeq 30$, du fait des difficultés de ce problème numérique) par une méthode de pseudo-pénalisation [29] qui permet d'obtenir les statistiques d'une particule lagrangienne non-ponctuelle en turbulence homogène isotrope. Les résultats montrent des tendances similaires à celles évoquées ci-dessus en ce qui concerne les valeurs rms et les temps de corrélation de l'accélération, bien que les mécanismes soient différents dans cet

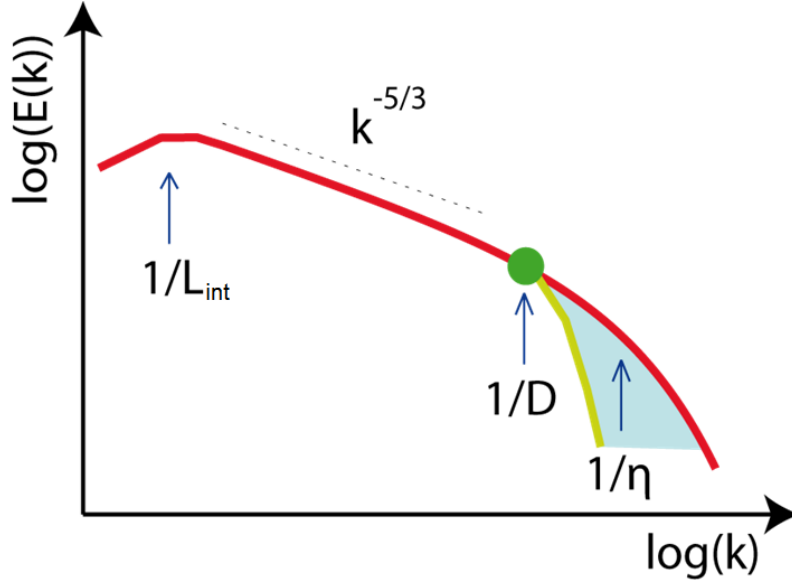


FIGURE I.3 – Spectre spatial d'énergie cinétique sur lequel sont indiquées de gauche à droite l'échelle intégrale L_{int} , la taille de la particule D et l'échelle de Kolmogorov η . Le spectre rouge est un schéma du spectre d'un traceur avec la gamme inertielle donnée par la loi de puissance $k^{-5/3}$; celui d'une particule matérielle (en vert) s'en sépare au voisinage de $k = 1/D$, donnant une coupure visqueuse plus précoce et plus forte.

écoulement à faible nombre de Reynolds, donnant lieu à des lois d'échelles différentes. Comme pour les expériences en soufflerie [58], la flatness des PDF d'accélération évolue peu avec la taille et il est difficile de trouver une tendance avec ces résultats numériques de pénalisation [29], contrairement aux cas des écoulements de von Kármán [12, 77].

Enfin, plus récemment, une étude expérimentale [25] s'est intéressée à la propension des particules matérielles à former des agrégats. L'étude a montré que le nombre de Stokes seul ne suffit pas à déterminer ce phénomène, puisque des particules isodenses ne forment pas d'agrégat dans la gamme $St = [0,1 - 1]$ (les particules ont un diamètre compris entre 17 et 4,5 fois η).

Peu de travaux se sont intéressés à la dynamique de particules de taille comparable à l'échelle intégrale L_{int} , très grande devant l'échelle de Kolmogorov η . Des études expérimentales se sont penchées sur la rotation de tels objets dans des écoulements de von Kármán [86, 31]. Ces objets présentent une dynamique de translation et de rotation intermittente, malgré leur grande taille. Une étude numérique s'est également intéressée à comment un objet de cette taille vient perturber l'écoulement environnant [48]. A notre connaissance, seule l'étude présente analyse l'effet de la taille des particules (publié pour les grosses particules isodenses [39]) et de leur rapport de densité sur leur dynamique dans cette gamme de taille.

Pour des objets de cette taille, il est nécessaire de suivre les particules dans tout l'écoulement. Ce travail s'inscrit donc dans la continuité des études précédentes (effectuées au centre d'écoulements de von Kármán, par exemple [80, 12, 79]), mais en s'intéressant à la dynamique des particules dans tout le volume de cet écoulement non-homogène et anisotrope. La dynamique de telles particules est donc affectée par leur taille mais également par la structure de l'écoulement et sa géométrie.

Inhomogénéité de l'écoulement

Les résultats décrits précédemment concernent essentiellement la dynamique de particules transportées par une turbulence homogène, ce qui n'est pas le cas de l'étude effectuée dans ce manuscrit, donnant lieu à une physique plus riche. Par exemple, en présence d'un gradient d'intensité turbulente, les petites particules (typiquement micrométriques) ont tendance à migrer vers les gradients de faibles fluctuations. Ce phénomène, appelé *turbophorèse*, a été mis en évidence théoriquement dans le cas d'écoulement proche d'une paroi, le modèle étant appuyé par quelques résultats expérimentaux issus de mesures atmosphériques [16]. La force qui donne lieu à cette accumulation des particules vers la surface (où les fluctuations sont les plus faibles) s'exprime en fonction du gradient du carré des fluctuations turbulentes. Par ailleurs, la structure de l'écoulement de von Kármán laminaire présente des zones particulières pour les particules fluides : le centre du dispositif est un point de stagnation, instable, et il existe deux attracteurs situés sur les lignes neutres des cellules toroïdales contra-rotatives [35]. Contrairement au cas des traceurs qui y restent piégés indéfiniment, les particules inertielles peuvent s'en échapper plus ou moins vite en fonction de leur temps de réponse [24]. Ces zones sont propres à la structure moyenne de l'écoulement, leur existence pour des grosses particules transportées par l'écoulement pleinement turbulent reste une question ouverte. Cette notion d'inhomogénéité et l'impact de la structure sur la dynamique des particules seront notamment discutés dans le chapitre [III](#).

Chapitre II

Dispositifs, techniques et mesures

Les différentes expériences discutées dans ce manuscrit ont été réalisées dans trois différents écoulements de von Kármán. Au laboratoire à Lyon, les mesures ont été effectuées dans deux dispositifs à section carrée de tailles différentes, tandis que les mesures réalisées en collaboration avec l’université de Navarre, à Pampelune en Espagne, sont faites dans une cellule cylindrique. Les trois cellules ont toutes un rapport d’aspect proche de 1 (défini comme le rapport du diamètre des disques sur la distance les séparant) et la cellule espagnole a les mêmes dimensions que la grande cellule française. La cellule de Pampelune sera désignée VKP et sera décrite séparément dans le chapitre V. Les cellules de Lyon sont décrites ci-dessous.

Comme ces écoulements sont fermés, ils présentent l’avantage de permettre un suivi de particules sur des temps longs, tant que tout le volume de l’écoulement est observé. Par ailleurs, les vitesses de l’écoulement étant fortes, elles impliquent généralement pour les particules des vitesses très grandes devant leurs vitesses de sédimentation, ce qui permet d’étudier le transport de grandes particules de densités différentes de celle du fluide.

II.1 Écoulements de von Kármán

Un écoulement de von Kármán est généré par un ou des disques en rotation dans une cuve fermée. Ces écoulements, bien que de taille modérée, permettent facilement d’atteindre une turbulence pleinement développée et de hauts nombres de Reynolds. Ils possèdent une structure à grande échelle fortement marquée. Lorsque deux disques tournent en contra-rotation à la même vitesse, l’écoulement moyen entre les disques présente deux cellules contra-rotatives azimuthales et des recirculations méridiennes (figure II.1) ; le plan méridien est alors une zone de fort cisaillement. Cet écoulement inhomogène est également fortement anisotrope, les vitesses selon la composante axiale étant environ 35% inférieures aux vitesses transverses [51]. Lorsqu’un seul disque est en rotation, l’écoulement est composé d’une recirculation et d’un fort mouvement azimuthal.

La structure décrite ci-dessus ne décrit qu’une moyenne temporelle de l’écoulement, qui présente en fait de nombreuses instabilités, la couche de cisaillement entre les deux cellules contra-rotatives toroïdales étant modulée dans le temps et l’espace [49]. Cet aspect fait de l’écoulement de von Kármán un bon candidat pour le développement d’instabilités magnétohydrodynamiques ; ceci a mené la collaboration von Kármán Sodium à en faire une étude hydrodynamique poussée, qui est très bien décrite dans la thèse de François Ravelet [62] par exemple. Ce dispositif a également été utilisé pour de nombreuses mesures eulériennes (par exemple [87]) et lagrangiennes [34, 47, 50, 80, 77].

La majorité des mesures expérimentales dans les écoulements de von Kármán contra-rotatifs a été effectuée dans des cuves cylindriques. Nous avons choisi d'utiliser une cuve à section carrée afin de faciliter les accès optiques, schématisée avec les écoulements moyens à un ou deux disques sur la figure II.1. Contrairement aux écoulements dans un cylindre qui peuvent présenter des renversements de la position de la couche de cisaillement centrale aux temps longs [22], l'écoulement moyen est figé et symétrique. De plus, nous utilisons des disques plats sur lesquels sont montés huit pales droites de 1 cm de hauteur, avec un bouchon au centre, ce qui donne un écoulement moyen de magnitude plus faible que dans le cas des disques à pales courbes classiquement utilisés.

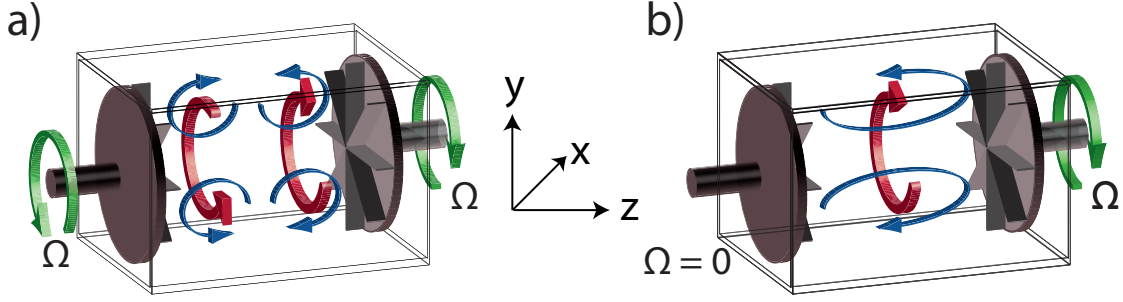


FIGURE II.1 – Schéma de l'écoulement moyen dans un dispositif de von Kármán à section carrée. (a) : deux disques contra-rotatifs produisent deux cellules contra-rotatives azimutales (flèches rouges) et des recirculations méridiennes (flèches bleues). (b) : un disque produit une rotation azimutale forte (flèche rouge) et une recirculation méridienne (flèches bleues).

Par ailleurs, nous nous intéressons aussi à l'impact de la transition de la turbulence vers le régime laminaire sur la dynamique des particules (chapitre IV). Cette transition est traitée en détail dans la thèse de François Ravelet [62] qui étudie l'écoulement pour une grande gamme de nombres de Reynolds $Re = 2\pi R\Omega \times R/\nu$, où R est le rayon des disques, Ω leur fréquence de rotation et ν la viscosité cinématique du fluide. La turbulence pleinement développée est atteinte pour des nombres de Reynolds à grande échelle supérieurs à 3 300 [61, 62]. Ce dernier régime correspond au cas où, d'une part les vitesses et le taux de dissipation suivent respectivement une loi d'échelle en fonction de la vitesse du bord des disques $U = 2\pi R\Omega$ et de la fréquence de rotation Ω^3 , et d'autre part le taux de turbulence, défini comme le rapport de la vitesse fluctuante u' au centre du dispositif et la vitesse de forçage, selon u'/U , est constant.

II.2 Les dispositifs utilisés

A) Les cuves

Nous utilisons des cuves à section carrée, dont la géométrie générale est décrite sur la figure II.2. Comme pour les cellules à section circulaire, nous définissons le rapport d'aspect comme le rapport de la taille des disques sur la distance les séparant (H/D_{prop} sur le schéma). Pour l'étude qui suit, deux dispositifs de von Kármán ont été utilisés, de tailles différentes mais de même rapport d'aspect, $H/D_{\text{prop}} = 1$. Pour plus de légèreté, nous utiliseront les notations VKL et SVKL pour von Kármán Lyon et Small von Kármán Lyon afin de différencier les deux dispositifs.

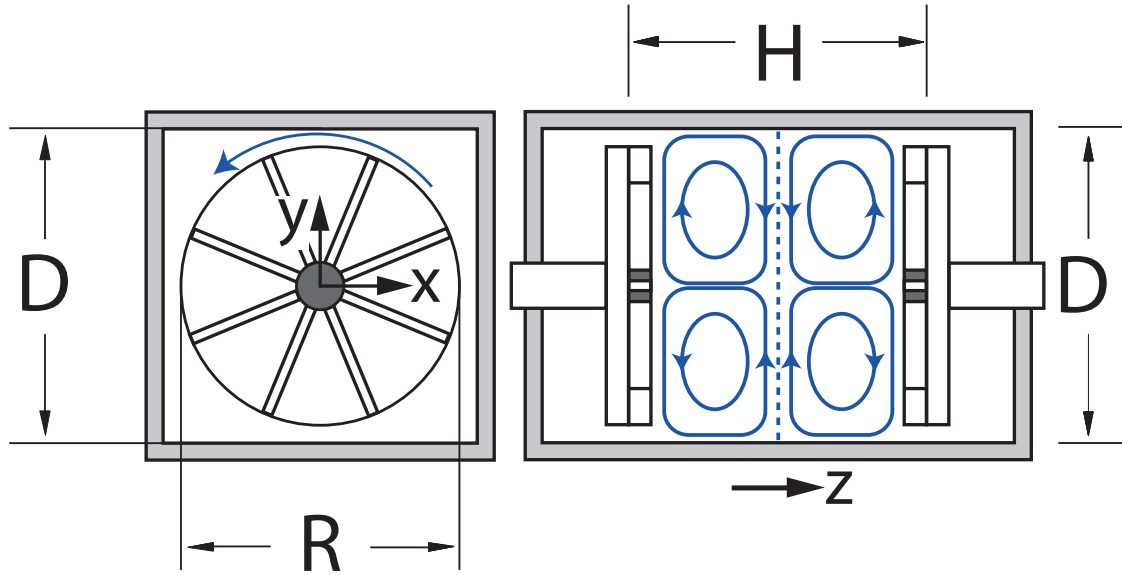


FIGURE II.2 – Schéma du dispositif de von Kármán à section carrée. Les flèches bleues représentent l'écoulement moyen produit par les disques en contra-rotation.

$H = D = 20$ cm et $D_{\text{prop}} = 2R = 19$ cm.

VKL : ce dispositif consiste en une cellule de von Kármán à section carrée de 20 cm de côté. Les disques ont un rayon de $R = 9,5$ cm et sont espacés de 20 cm, soit environ $2R$.

SVKL : la section carrée est de 15 cm de côté. Les disques ont un rayon de $R = 7,1$ cm et sont espacés de 15 cm, soit également environ $2R$.

Les deux cuves sont en plexiglas pour permettre les accès optiques. Nous choisissons un repère orthonormé avec l'axe z parallèle à l'axe de rotation des disques et l'axe y opposé à la gravité. Quel que soit le fluide utilisé, il est chauffé et brassé par les disques jusqu'à ce qu'il soit complètement dégazé. Avant chaque expérience, nous attendons l'équilibre entre la puissance dissipée par les moteurs et celle extraite par le bain thermique, afin de travailler à température fixe. Nous procédons également à un filtrage régulier du fluide pour éliminer les éventuels résidus.

B) Mesures de vitesse

L'étude de la fusion de billes de glace est effectuée dans le petit dispositif de von Kármán (chapitre VI). Afin d'obtenir par la suite une estimation de la vitesse de glissement à la surface de glaçons fixes au centre de l'écoulement (à un ou deux disques), nous procédons à des mesures LDV (Laser Doppler Velocimetry), au centre de l'écoulement. Les résultats de ces mesures sont résumés dans le tableau II.1.

Par ailleurs, les mesures de u' servent également à déterminer certains paramètres de l'écoulement comme l'échelle intégrale. Nous pouvons de plus extrapoler la valeur de u' dans VKL à partir des mesures dans SVKL comme $\frac{u'_{\text{VKL}}}{\Omega_{\text{VKL}}} = \frac{u'_{\text{SVKL}}}{\Omega_{\text{SVKL}}} \times \frac{R_{\text{VKL}}}{R_{\text{SVKL}}} \simeq 1,34 \frac{u'_{\text{SVKL}}}{\Omega_{\text{SVKL}}}$ (au vu de la loi d'échelle des vitesses en turbulence développée).

Rotation	Ω [Hz]	u'_z [m.s ⁻¹]	$u'_{(x,y)}$ [m.s ⁻¹]	u' [m.s ⁻¹]	Re
2 disques	1,5	0,09	0,14	0,13	$50 \cdot 10^3$
	4,4	0,29	0,47	0,42	$140 \cdot 10^3$
	7,3	0,48	0,76	0,68	$230 \cdot 10^3$
Rotation	Ω	$\langle u_z \rangle$	u'_z	u_{trms}	Re
1 disque	1,5	0,13	0,06	0,14	$50 \cdot 10^3$
	4,4	0,42	0,15	0,44	$140 \cdot 10^3$
	7,3	0,74	0,30	0,79	$230 \cdot 10^3$

TABLE II.1 – Paramètres de l'écoulement pour les écoulements à un ou deux disques à différentes vitesses de rotation Ω . u'_z et $u'_{(x,y)}$ correspondent aux valeurs rms des fluctuations de vitesse dans les directions axiales z et transverses x et y . Leur norme $u' = \sqrt{(u'_x)^2 + (u'_y)^2 + (u'_z)^2}/3$ représente une magnitude des fluctuations de vitesse. Re est le nombre de Reynolds basé sur le forçage, calculé sur la taille R et la vitesse des disques $U = 2\pi R\Omega$: $Re = 2\pi R^2\Omega/\nu$, avec ν la viscosité cinématique. $\langle u_z \rangle$ correspond à la vitesse moyenne et $u_{trms} = \sqrt{\langle u_z \rangle^2 + (u'_z)^2}$ la valeur true rms, selon la direction axiale. Les vitesses sont mesurées par LDV en utilisant un PDI de Artium Technologies et des traceurs de 10 μm , l'échelle de Kolmogorov à la plus haute fréquence de rotation valant environ $\eta = 14 \mu\text{m}$.

C) Estimation des paramètres de l'écoulement

Le but de cette étude n'est pas de caractériser complètement l'écoulement de von Kármán, qui a été largement étudié, mais d'obtenir les paramètres de l'écoulement nécessaires à l'étude qui suit. Nous nous contentons ici de mesures grandes échelles qui permettent d'estimer ces paramètres.

Le taux d'injection d'énergie ε peut ainsi être estimé à partir de la puissance consommée par les moteurs. Cette mesure donne une valeur globale, intégrée sur le volume de ε . Il possède cependant une dépendance spatiale, son profil axial ayant une forme de cloche le long de l'axe de rotation, avec un maximum au centre du dispositif [87]. Les disques sont mis en rotation par des moteurs à courant continu pour SVKL et par des moteurs triphasés *brushless* pour VKL. En soustrayant à la mesure de puissance consommée dans le fluide la puissance consommée à vide, nous obtenons la puissance réellement utilisée pour mettre en mouvement le fluide (exactement pour les moteurs continus et approximativement pour les moteurs triphasés). Ainsi, la somme de la puissance consommée par chaque moteur divisée par la masse de fluide mise en mouvement nous donne l'estimation de ε . Des mesures effectuées par Extended Laser Doppler Velocimetry (ELDV) au centre d'un dispositif de von Kármán cylindrique [77], en parallèle avec des mesures de puissance consommée, nous ont permis de constater qu'une estimation de puissance donne la valeur de ε à 20% près (par rapport à la mesure au centre, où ε est le plus fort).

Cette estimation de ε va permettre de calculer les grandeurs caractéristiques de la turbulence. Les échelles de longueur et de temps de Kolmogorov s'écrivent en effet $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ et $\tau_\eta = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$. De même, l'échelle intégrale se calcule en fonction de ε et de la norme des fluctuations de vitesses u' : $L_{\text{int}} = u'^3/\varepsilon$. Nous pouvons enfin estimer le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor comme : $R_\lambda = \sqrt{15Re_L} = \sqrt{15 \cdot 2\pi L_{\text{int}}^2 \Omega/\nu}$.

La figure II.3 présente la mesure de ε pour le petit et le grand von Kármán. Si l'écoulement est pleinement développé, le taux d'injection d'énergie croît comme le cube de la vitesse ($\varepsilon \sim \Omega^3$). Nous constatons que ce n'est le cas qu'à partir de $\Omega \geq 2$ Hz pour les deux dispositifs. Nous observons également que ε est environ 30% supérieur dans le grand dispositif, ce qui est inférieur au rapport des rayons au carré $\left(\frac{R_{\text{VKL}}}{R_{\text{SVKL}}}\right)^2 \simeq 1,8$. Cependant, l'estimation y est encore moins précise pour VKL car les moteurs ne sont pas à courant continu, nous ne pouvons donc pas soustraire la puissance dissipée par effet Joule. De plus, bien que les dispositifs aient les mêmes rapports d'aspect, il n'est pas clair que les "zones mortes" de l'écoulement (zones derrières les disques, possiblement les coins de la cuve...) contribuent proportionnellement avec la taille du dispositif.

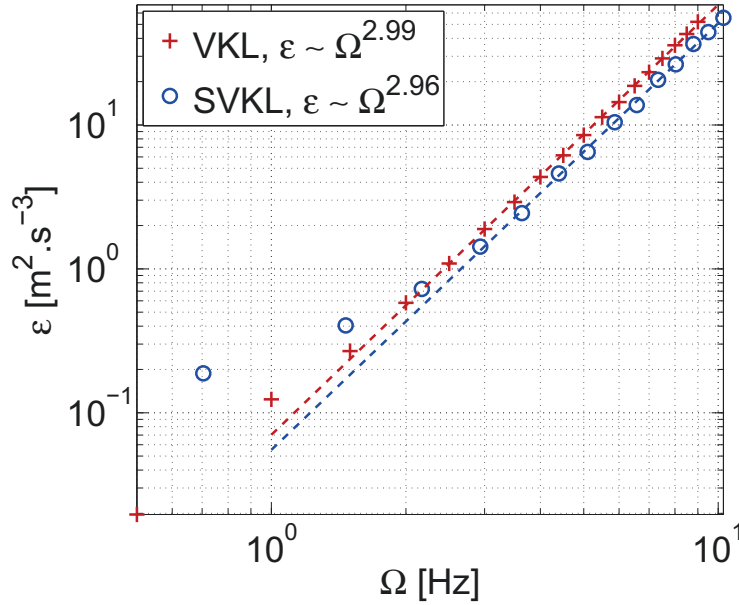


FIGURE II.3 – Taux d'injection d'énergie ε estimé à partir de la puissance consommée par les moteurs à différentes fréquences de rotation Ω . Les symboles représentent les différents dispositifs, notés VKL et SVKL pour von Kármán Lyon et *small* von Kármán Lyon. Les pointillés sont des ajustements en loi de puissance en ne considérant que les fréquences supérieures à 2 Hz.

A l'aide des mesures LDV effectuées dans le petit dispositif de von Kármán, nous obtenons l'échelle intégrale $L_{\text{int}} = 1,6$ cm de ce dispositif. Pour le grand von Kármán, l'extrapolation de u' permet également d'estimer $L_{\text{int}} = 3$ cm.

D) Transition vers le régime laminaire

La transition super-critique de l'écoulement de von Kármán d'un régime laminaire à une turbulence pleinement développée a été étudiée dans la thèse de François Ravelet [62]. Lorsque le nombre de Reynolds basé sur le forçage est petit ($Re < 350$), l'écoulement est laminaire et seul l'écoulement moyen de la figure II.1(a), inhérent au dispositif de von Kármán, est présent. Dans ce cas, le centre de l'écoulement est un point de stagnation ; une particule fluide ne peut pas passer le plan $z = 0$. Les lignes neutres poloïdales de l'écoulement, dont les centres sont situés en

$r = 0$ et $\|z\| \simeq 4,5$ cm, correspondent à des attracteurs*. La structure 3D de l'écoulement laminaire se décompose en des zones chaotiques à partir desquelles les particules fluides ou inertielles sont éjectées, et en des zones de non-mélange, c'est-à-dire des zones où ces particules restent piégées sur des temps très longs [24, 35]. Ces zones sont qualifiées de non-mélange car un scalaire dans cette zone y reste piégé et ne peut en sortir que par diffusion. L'existence de telles zones pour des particules inertielles dans des écoulements de type cellulaire est connu depuis longtemps [40] et se retrouve par exemple dans des écoulements de Taylor-Couette [19].

Lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 350 et 2500, l'écoulement transite vers la turbulence, en passant par un état chaotique. Des fluctuations s'ajoutent à cette structure et les spectres de la vitesse, composés essentiellement d'un pic à la fréquence de forçage, se redressent et font apparaître de nombreux autres pics, jusqu'à présenter un spectre turbulent, avec un continuum d'échelles. La figure II.4 présente les mesures de la valeur rms de la vitesse azimutale au centre du dispositif, normalisée par la vitesse des disques, en fonction du nombre de Reynolds [62], soulignant la transition supercritique vers la turbulence.

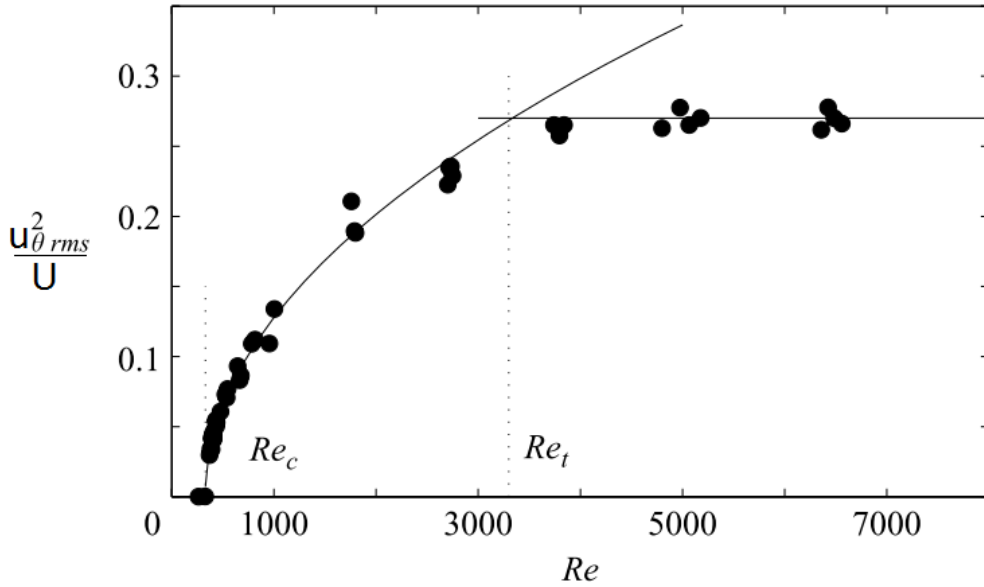


FIGURE II.4 – Fluctuations de la vitesse azimutale normalisée par la vitesse des disques au centre d'un écoulement de von Kármán en fonction du nombre de Reynolds. La gamme $Re < Re_c$ correspond au régime laminaire; $Re_c < Re < Re_t$ est la zone de transition super-critique à la turbulence, caractérisée par $(u_{\theta,rms}/U)^2 \sim \sqrt{Re - Re_c}$; $Re > Re_t$ est la turbulence pleinement développée, pour laquelle $u_{\theta,rms}^2/U = cst$. Dans cette géométrie cylindrique et avec ces disques à pales courbes, $Re_c \simeq 330$ et $Re_t = 3300$. Figure issue de la thèse de François Ravelet [62].

Pour toute l'étude réalisée dans le grand von Kármán, nous utilisons différents fluides afin de comprendre l'importance des fluctuations sur la dynamique des particules. Le cas que nous avons le plus étudié est aussi le plus turbulent, lorsque le fluide est de l'eau à $20^\circ C$. Ensuite, nous avons utilisé différents mélanges eau-glycérol, de concentrations

*. Plus de détails sur l'aspect système dynamique de l'écoulement laminaire de von Kármán seront donnés dans le chapitre IV.

variables et à différentes températures pour modifier la viscosité du fluide, entre 1 et 1 110 fois la viscosité cinématique de l'eau. Les différents paramètres de ces écoulements sont répertoriés sur le tableau II.2. De plus, la figure II.5 présente les différentes mesures de ε pour ces fluides. Nous constatons que ε ne change pas avec la viscosité dans le régime pleinement turbulent : la courbe pour $Re = 31\,000$ se superpose à la courbe de l'eau à $Re = 225\,000$ à partir de $\Omega = 2$ Hz. Le régime pleinement développé, pour lequel $\varepsilon/(R^2\Omega^3) = cst$, est atteint pour des fréquences légèrement supérieures où nous constatons un plateau. Pour des nombres de Reynolds inférieurs, ε n'évolue plus vraiment comme Ω^3 , ce qui est cohérent avec le fait que ces écoulements ne sont plus turbulents.

Nous considérons que l'échelle intégrale, définie comme ci-dessus, est une estimation de la taille des échelles d'injection d'énergie, qui est donc gouvernée par la taille du dispositif, la taille et la forme des disques, mais qui ne dépend pas de la vitesse de rotation, ni de la viscosité du fluide. Nous utilisons donc la valeur ci-dessus pour le calcul R_λ , pour tous les écoulements turbulents, même lorsqu'ils ne sont pas pleinement développés.

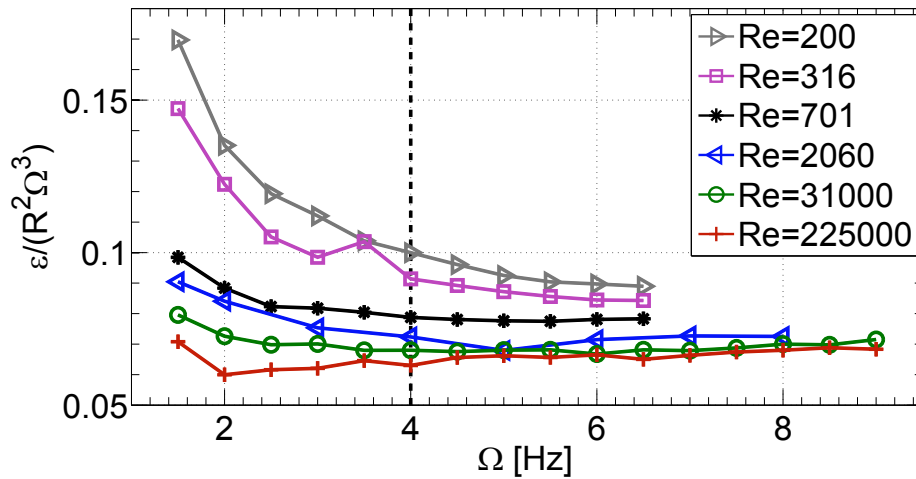


FIGURE II.5 – Taux d'injection d'énergie ε (estimé à partir de la puissance consommée par les moteurs), normalisé par $R^2\Omega^3$, en fonction de la fréquence de rotation Ω pour les différents fluides étudiés. En turbulence pleinement développée, $\varepsilon/(R^2\Omega^3) = cst$. Les valeurs des nombres de Reynolds dans la légende sont prises pour la fréquence de rotation $\Omega = 4$ Hz, schématisée par le trait pontillé noir vertical ; pour $\Omega = 4$ Hz, $(R^2\Omega^3) \simeq 0,6 \text{ m}^2.\text{s}^{-3}$ (ou W.kg^{-1}).

II.3 Dispositif pour l'étude des grosses particules

A) Les particules

Nous disposons de deux types de grosses particules :

- en polyamide (PA), de masse volumique 1140 kg/m^3 .
- en polypropylène (PP), de masse volumique 900 kg/m^3 .

Les tailles accessibles sont $D = 6, 10, 18$ et 24 mm , avec une précision de $0,01 \text{ mm}$ (Marteau & Lemarié, France). En fonction du fluide utilisé et de la vitesse de rotation des disques, nous obtenons différentes valeurs du rapport de densité $\beta = \frac{3\rho_f}{\rho_f + 2\rho_p}$ et du rapport de

Viscosités [$\times \nu_{\text{eau}}$]	ε [W.kg $^{-1}$]	Re	R_λ	τ_η [ms]	η [μm]
1	4,03	225 000	580	0,5	22
7	4,35	31 000	215	1,3	97
110	4,63	2 060	56	4,9	732
320	5,04	701			
720	5,85	316			
1 110	6,4	200			

TABLE II.2 – Paramètres de l’écoulement pour VKL utilisé en contra-rotation exacte à une fréquence de rotation de 4 Hz, avec les différentes viscosités cinématiques ν considérées (en unité de $\nu_{\text{eau}} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). ε : taux de dissipation de l’énergie estimé sur la consommation des moteurs ; $Re = (2\pi R^2 \Omega)/\nu$: nombre de Reynolds calculé avec la vitesse de la pointe des disques ; $R_\lambda = \sqrt{15 \cdot 2\pi L_{\text{int}}^2 \Omega/\nu}$: nombre de Reynolds basé sur l’échelle de Taylor ; $\tau_\eta = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$: échelle de temps de Kolmogorov ; $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$: échelle de longueur de Kolmogorov. Les paramètres propres à la turbulence (R_λ , τ_η et η) ne sont plus estimés en dessous de $Re = 2 060$ car ils n’ont plus de sens dans ces régimes.

taille D/η . Ces valeurs sont résumées dans le tableau II.3, où D/η est calculé pour $\Omega = 4$ Hz et pour les tailles extrêmes de billes (6 et 24 mm) uniquement. Le rapport du diamètre des billes sur l’échelle intégrale vaut $D/L_{\text{int}} = [1/5 - 4/5]$.

Fluides	Viscosités [$\times \nu_{\text{eau}}$]	β PP	β PA	D/η
eau 20°C	1	1,07	0,91	[273 - 1091]
eau-glycérol 50% 20°C	7		1	[62 - 247]
eau-glycérol 33 – 77% 0°C	110	1,21	1,04	[8 - 32]
glycérol 35°C	320		1,06	[4 - 15]
glycérol 25°C	720		1,07	[2 - 9]
glycérol 20°C	1 110		1,07	[1,6 - 6]

TABLE II.3 – Valeurs du rapport de densité $\beta = \frac{3\rho_f}{\rho_f + 2\rho_p}$ et du rapport de taille D/η pour les différents fluides et billes utilisés. Les pourcentages correspondent au pourcentage volumique de glycérol dans le mélange.

L’image II.6 est une photographie du dispositif avec deux billes de 6 mm, une de 10, une de 18 et une de 24 mm. Elle a été prise avec une webcam pour faire apparaître clairement la profondeur (et la couleur).

B) Suivi de particules

Pour cette étude, nous souhaitons obtenir les trajectoires en 3 dimensions des particules dans la majeure partie du volume de mesure (3D Particle Tracking Velocimetry). Nous utilisons deux caméras rapides (Phantom V12, Vision Research, 1Mp@6kHz) dont les angles de vue sont perpendiculaires. La figure II.7 présente un schéma des caméras et de l’éclairage autour de la cuve. La dynamique rapide des particules dans l’écoulement nécessite des temps d’exposition courts afin d’avoir une image nette. Il faut donc une source lumineuse puissante, fournie dans notre cas par de nombreuses barrettes de LED, disposées de façon homogène autour de la cuve.

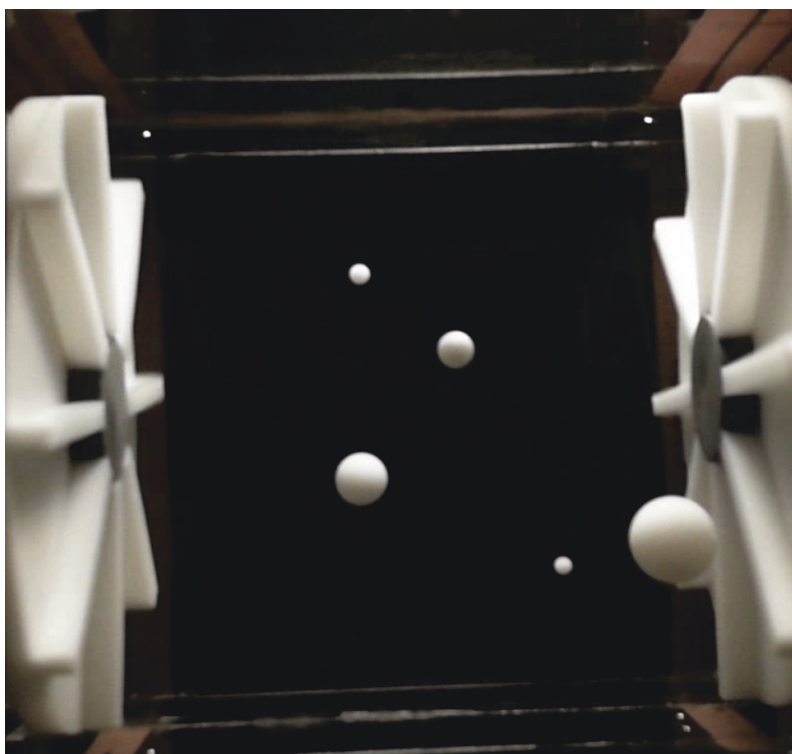


FIGURE II.6 – Photographie du dispositif avec deux billes de 6 mm, une de 10, une de 18 et une de 24 mm, prise avec une webcam pour faire apparaître la profondeur.

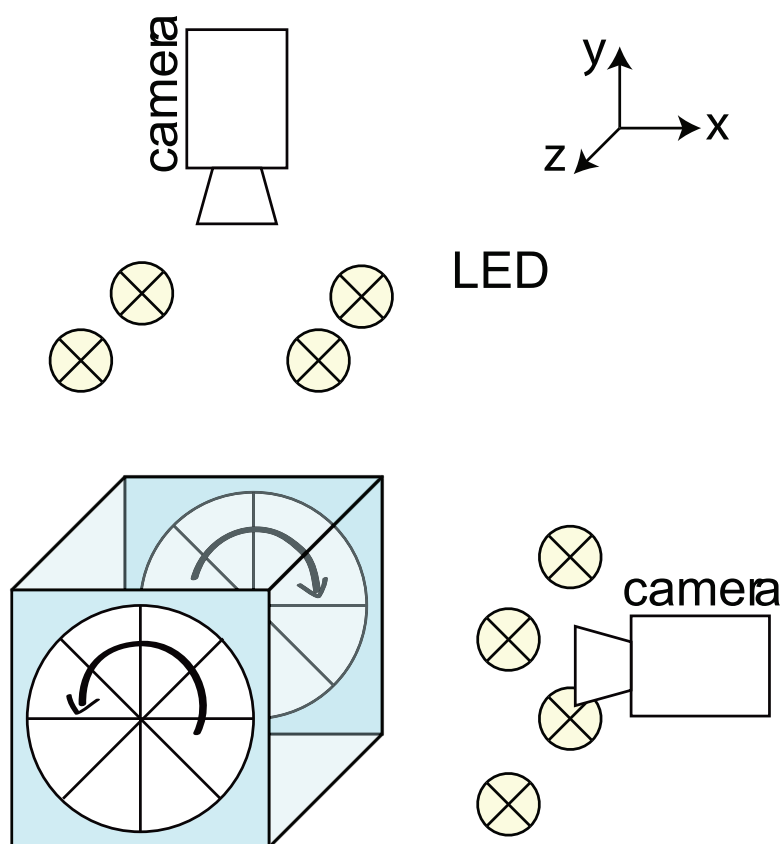


FIGURE II.7 – Schéma du dispositif d'acquisition pour le suivi de particules dans l'écoulement de von Kármán.

Le volume de mesure effectif est environ un cube de 18 cm de côté, pour une résolution d'environ 725×780 px² par caméra. Ainsi, selon les diamètres réels et la position des particules dans la cuve, les diamètres mesurés en pixels s'étendent d'environ 20 à 120 px. Comme les particules sont grandes par rapport à la taille des images, nous utilisons peu de particules à la fois[†]. Ceci demande de faire plus de films pour avoir une statistique suffisante.

Au vu de la taille des images, et des vitesses d'acquisition nécessaires, la mémoire de chaque caméra se remplit entre environ 1 et 12 secondes, tandis qu'il faut environ 5 minutes pour transférer une paire de films (environ 16 Go) vers l'ordinateur qui traite les données. Il n'y a donc aucune corrélation entre deux films. Il faudra ensuite environ une à deux heures pour obtenir les trajectoires des particules correspondant à une paire de films.

Le dispositif d'acquisition des données, ainsi que les algorithmes de traitements (détection de particules, stéréo-matching et trajectoires), dans le cas des mesures rapides, sont décrits dans la thèse de Robert Zimmermann [85]. Ils sont également évoqués dans [39, 86] par exemple.

Deux types d'expériences sont effectués :

1. des mesures de dynamique rapide pour résoudre complètement la vitesse et l'accélération de particules (les fonctions d'auto-corrélation de l'accélération montrent qu'il faut plus que 50 pas de temps avant qu'elles ne croisent 0, figure III.4(b)). Les temps de pose des caméras varient entre 1/500 et 1/3000 s pour des nombres de Reynolds compris entre 200 et 225 000 et plusieurs particules sont mises en écoulement.
2. des mesures de dynamique lente pour obtenir uniquement la position des particules avec les trajectoires les plus longues possible. Une seule particule est filmée à la fois, à un temps de pose fixe de 1/45 s pour des durées d'un peu plus de 5 minutes (soit 600 à 1200 fois le temps de retournement à grand échelle $T = 1/\Omega$).

Les trajectoires obtenues (par la méthode présentée ci-dessous) sont évidemment très différentes selon le type de mesure utilisé, comme le montre la comparaison sur la figure II.8.

C) Trajectoires

Après soustraction d'un fond et un seuillage adaptatif (nous connaissons l'aire approximative que doivent couvrir les particules sur chaque caméra), nous détectons la position du centre de chaque particule et leur taille. Les tailles mesurées des différentes particules présentent des distributions bien distinctes pour les différents diamètres utilisés.

Comme les particules ont des tailles distinctes et comme nous avons très peu de particules de même taille dans l'écoulement, il est très facile d'associer les couples de particules entre les deux caméras (stéréo-matching). Une étape de calibration préliminaire des caméras, utilisant le modèle de caméras ponctuelles développé par Tsai [71] permet ensuite de transformer les deux couples de position des deux caméras $((X_i, Y_i))$ en pixels sur chaque caméras) en un trièdre de coordonnées réelles (x, y, z) .

Une fois les positions 3D obtenues, l'assemblage des trajectoires se fait en cherchant la particule de même taille la plus proche à l'instant suivant. Vu le caractère dilué de l'écoulement, cette technique de plus proche voisin est suffisante. Nous nous autorisons

[†]. Dans ce régime très dilué, la présence de plusieurs particules n'affecte pas les statistiques des particules.

à perdre la particule sur des durées d'environ 5 fois τ_η lors de la construction d'une trajectoire. Si deux particules se croisent sur une caméra, nous n'aurons probablement plus la position 3D de la particule sur des temps supérieurs à 5 fois τ_η , la trajectoire est donc arrêtée et une nouvelle commencera dès que la position 3D sera à nouveau détectable.

Comme ces croisements ou autres phénomènes similaires arrivent régulièrement, il est nécessaire de reconnecter par la suite les morceaux de trajectoires ainsi obtenus. Nous utilisons une technique basée sur un critère de plus proche voisin dans un espace à 6D (\vec{x}, \vec{v}) , développée par Haitao Xu [82]. Pour chaque trajectoire, nous rassemblons les trajectoires qui commencent aux temps ultérieures à celui où la trajectoire s'arrête. Si une seule trajectoire répond à un critère de distance minimale entre les position et vitesse finales de la trajectoire considérée et les position et vitesse initiales de la trajectoire candidate à la reconnexion, ces deux trajectoires sont assemblées. Dans tous les autres cas, les trajectoires ne sont pas connectées.

Si une seule particule est présente dans l'écoulement, nous créons une seule trajectoire, qui peut comporter des trous de tailles conséquentes (si la particule sort du champ de mesure en allant dans les zones près des disques ou dans les coins par exemple).

Enfin, nous interpolons les trous de durée inférieure à $5\tau_\eta$ avec une spline cubique. Les trous plus longs s'étant vus attribués "Not a Number", ils ne perturbent pas les analyses et permettent tout de même d'avoir des trajectoires plus longues, ce qui est utile pour le calcul des fonctions d'auto-corrélation par exemple. La figure II.8(a) présente un échantillon typique de trajectoires pour un type de particule à une fréquence de rotation fixée.

Le calcul de la vitesse et de l'accélération se fait par convolution avec un noyau gaussien qui permet à la fois la dérivation et le filtrage [53, 80]. La valeur de la largeur du noyau est choisie en observant l'effet de différentes valeurs sur les fluctuations de vitesse et d'accélération. Ces méthodes sont classiquement utilisées en turbulence lagrangienne (par exemple [44, 53, 79]). La statistique pour chaque condition expérimentale est bien sûr suffisante pour converger au moins les deux premiers moments de la vitesse et de l'accélération.

Pour les mesures rapides, la calibration 3D avec le modèle de Tsai [71] permet d'avoir une erreur sur la position des particules inférieure à 0,4 px, soit inférieure à environ 0,1 mm. Ceci équivaut à une erreur relative $\Delta x/D$ comprise entre 1,5 et 0,4% selon le diamètre des particules. Pour maximiser la longueur des trajectoires dans le cas des mesures lentes, nous autorisons une détection partielle de la particule lorsqu'elle sort du champ. Nous ajustons alors la partie de la particule présente avec une fonction disque pour trouver son centre. De plus, si une seule caméra détecte la position de la particule, nous enregistrons la valeur de la position axiale z qui est une coordonnée redondante sur les deux caméras et aussi celle de la coordonnée transverse propre à chaque vue. Nous avons procédé à une calibration préalable en 2D qui permet d'obtenir la position 2D de la particule avec une seule caméra avec le moins d'erreurs possible. Concrètement, les paramètres de la calibration 2D sont obtenus pour chaque caméra par une méthode de minimisation avec les positions issues de la calibration 3D pour toutes les positions où la particule apparaît sur les deux vues. Cette méthode rallonge significativement la longueur des trajectoires (et donc la gamme de fréquence couverte par les spectres). Ces deux méthodes entraînent une erreur sur la position plus forte que pour les mesures rapides, d'environ 1,5 mm au maximum, soit entre 6 et 25% du diamètre des particules. Comme dans ce cas les positions ne sont pas dérivées pour obtenir la vitesse ou l'accélération, l'impact de cette erreur reste minime.

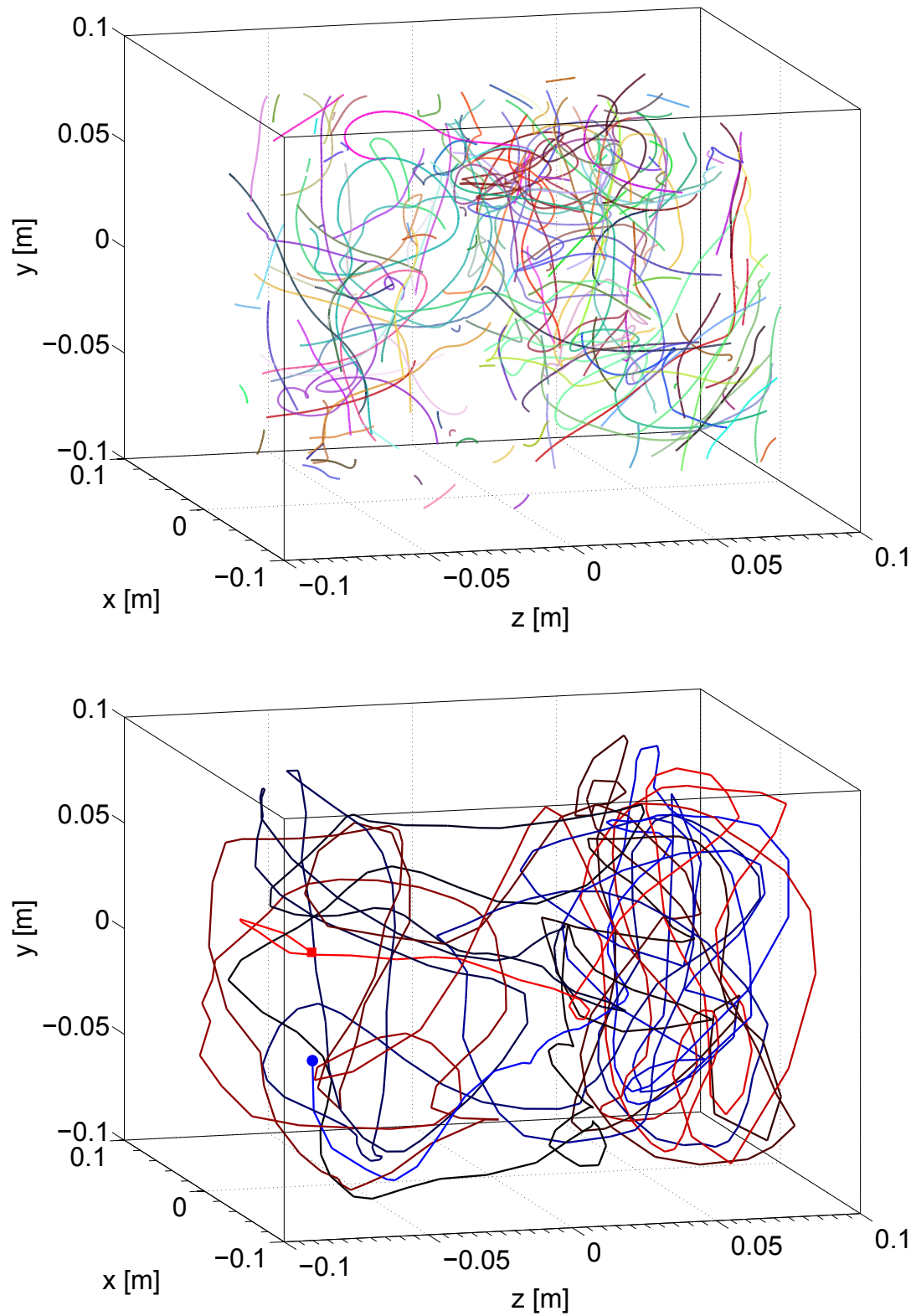


FIGURE II.8 – a) Échantillon typique de trajectoires pour un type de grosses particules à une fréquence de rotation fixée. La durée moyenne des trajectoires est de 0,3 secondes et les trajectoires les plus longues durent quelques secondes. b) Segment d'une trajectoire longue d'une grosse particule, sur 15 secondes ; la couleur de bleu à rouge représente le temps ; le rond correspond au pont de départ et le carré à l'arrivée.

Chapitre III

Dynamique de particules de grande taille en turbulence

Ce chapitre décrit l'étude lagrangienne de la dynamique rapide de particules matérielles dans un écoulement de von Kármán. Nous nous intéressons aux effets de la taille des particules et de leur rapport de densité sur les statistiques de leur position, vitesse et accélération. L'exploration de l'écoulement par les particules et l'effet de la structure moyenne de l'écoulement sur leur dynamique sont également discutés.

III.1 Étude lagrangienne préliminaire

Cette section présente l'étude des statistiques lagrangiennes de billes de grande taille à haut nombre de Reynolds ($Re = 225\,000$), et dont la densité est différente de celle du fluide. Ces mesures complètent donc les résultats publiés dans [39], pour les billes isodenses dans un mélange eau-glycérol 50-50 ($Re = 31\,000$). Ces dernières analyses, effectuées sur des données prises par Robert Zimmermann durant sa thèse [85], sont utilisées lorsque cela est nécessaire.

A) Magnitude de vitesse et d'accélération

Lorsque les particules sont de taille proche de l'échelle de dissipation, les lois d'échelles concernant leurs statistiques sont généralement effectuées en fonction ε et ν , selon la théorie de Kolmogorov. Ainsi, la normalisation de l'accélération pour des petites particules est $a_{rms} \sim \varepsilon^{3/4} \nu^{-1/4} \sim \Omega^{9/4}$. De plus, l'expression complète lie en fait le carré des fluctuations à ε , ν et a_0 , une quantité qui dépend plus ou moins linéairement de R_λ puis sature après $R_\lambda > 500$, selon $a_{rms}^2 \sim a_0(R_\lambda) \varepsilon^{3/2} \nu^{-1/2}$ [80], donnant donc un exposant pour Ω supérieur ou égal à 9/4 pour $R_\lambda < 500$.

Les données des grosses particules sont obtenues à $R_\lambda = 580$ mais une normalisation par $\Omega^{9/4}$ ne correspond pas aux comportements observés [85]. En effet, pour des particules de taille comparable à l'échelle intégrale, la viscosité n'est plus un paramètre pertinent et nous utilisons des quantités grandes échelles pour les analyses dimensionnelles. Nous définissons donc une vitesse U et accélération A respectivement proportionnelles à Ω et Ω^2 :

$$\begin{aligned} U &= 2\pi R\Omega \\ A &= 4\pi^2 R\Omega^2 \end{aligned}$$

Ceci signifie que les grosses particules ne ressentent pas les échelles dissipatives, en cohérence avec leur grande taille.

La figure III.1 présente l'évolution des valeurs rms des fluctuations de vitesse et d'accélération des particules, normalisées par U et A : $v_{rms}/(2\pi R\Omega)$ et $a_{rms}/(4\pi^2 R\Omega^2)$. Il est clair que ces courbes sont constantes, quelle que soit la direction ou la taille des particules, ce qui confirme ces lois d'échelle*. Ce comportement n'est vrai que dans l'eau ($Re = 225\,000$) ou pour le mélange 50-50 eau-glycérol ($Re = 31\,000$, $R_\lambda = 160$), ce qui est cohérent avec les mesures de ε (figure II.5). Dans la suite du manuscrit, les données seront donc toujours présentées pour $\Omega = 4$ Hz car toutes les observables seront correctement corrigées par leur loi d'échelle en fonction de Ω .

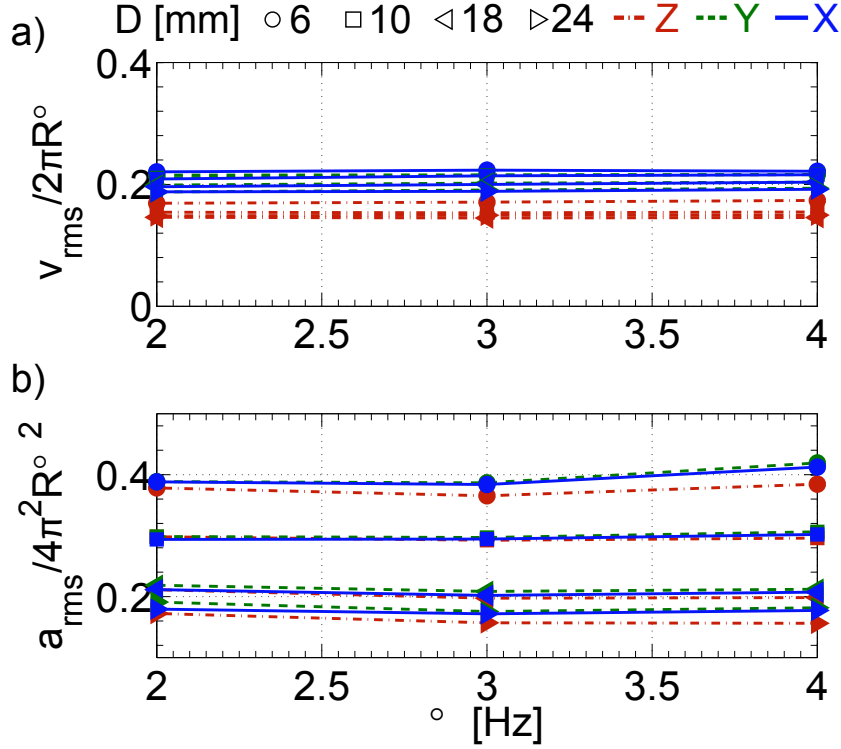


FIGURE III.1 – Évolution des valeurs rms des fluctuations de vitesse (a) et d'accélération (b) en fonction de la fréquence de rotation des disques Ω . La normalisation des vitesses et accélérations est basée sur des arguments dimensionnels à grande échelle : $v_{rms} \propto \Omega$ et $a_{rms} \propto \Omega^2$. Le style et la couleur des lignes distinguent les axes : pointillés mixtes rouges pour z , pointillés verts pour y et trait continu bleu pour x . Les symboles distinguent les diamètres des billes : ronds pour 6 mm, carrés pour 10, triangles gauches pour 18 et triangles droits pour 24.

B) Densités de probabilité de vitesse et d'accélération

Vitesse

La figure III.2 présente les densités de probabilité (PDF) réduites et centrées de la vitesse selon les différentes directions et pour les différents diamètres. Ces PDF sont légèrement sous-gaussiennes (*ie*, ont des ailes moins larges que celles d'une distribution gaussienne de moyenne nulle et de largeur à mi-hauteur unité) selon les composantes transverses x

*. La thèse de Robert Zimmermann [85] présente la loi d'échelle de l'accélération pour plus de valeurs de Ω , montrant clairement un comportement en Ω^2 et non $\Omega^{9/4}$.

(bleu) et y (vert). Pour les plus grosses particules, les PDF transverses changent de forme et tendent vers la gaussienne. Selon la direction axiale, et quelle que soit la taille, les PDF sont gaussiennes.

Pour de plus petites particules matérielles, des mesures lagrangiennes en turbulence avaient mis en évidence des distributions de vitesses gaussiennes [46, 58, 77, 80], bien que ces mesures aient été effectuées avec une vitesse moyenne constante (soufflerie) ou nulle (centre d'un écoulement de von Kármán). Il est étrange de trouver dans notre cas des distributions plus proches de gaussiennes quand la taille des particules augmente. Cependant, notre dispositif présente une structure moyenne non nulle et fortement inhomogène (les mesures sont faites dans la quasi-totalité du volume) ; l'effet de cette structure, notamment sur ces PDF de vitesse sera discuté par la suite (section III.3).

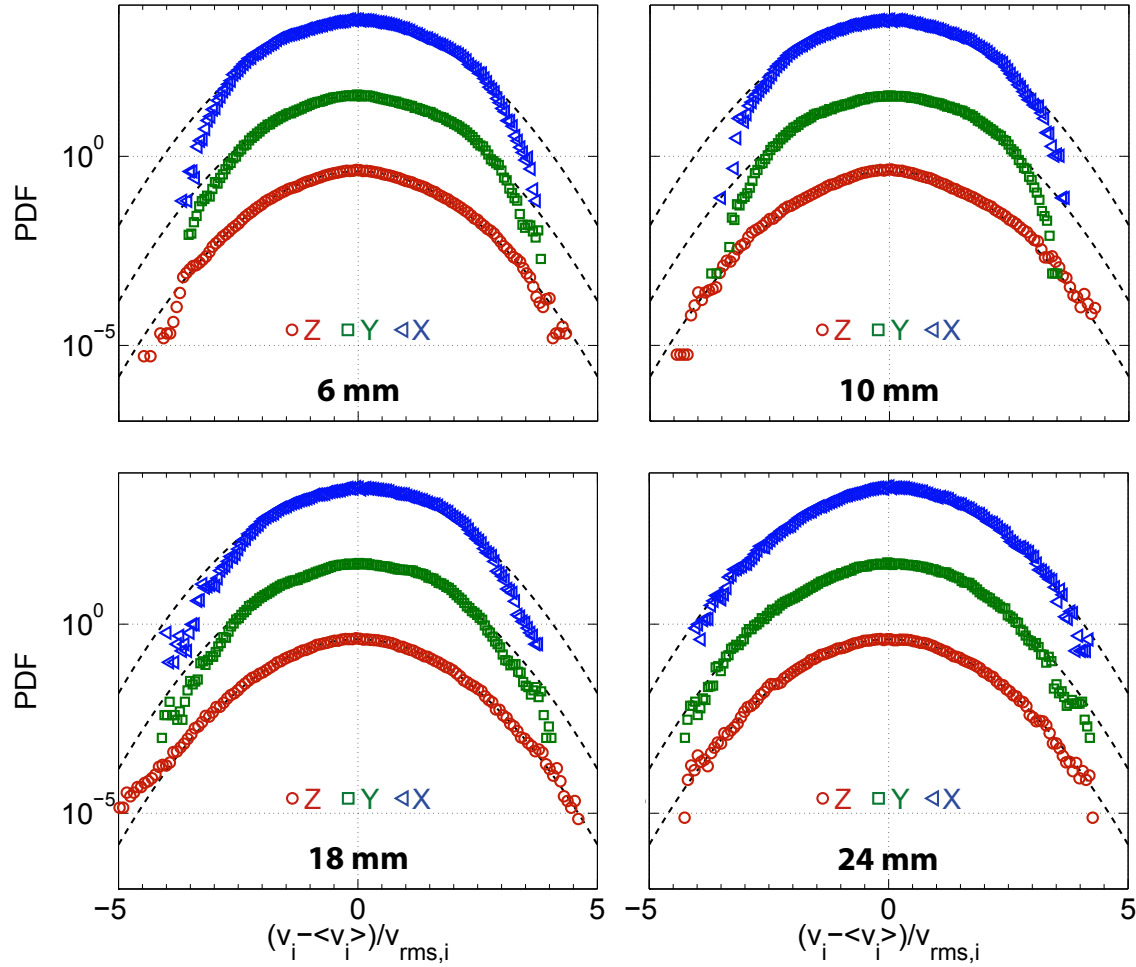


FIGURE III.2 – PDF réduites et centrées des trois composantes de la vitesse pour les différents diamètres d'une particule légère $\beta = 1,07$ à $Re = 225\,000$, pour $\Omega = 4$ Hz. Les trois composantes ont été volontairement décalées pour plus de lisibilité. Les courbes en pointillés sont des gaussiennes centrées de variance unité.

Accélération

Les PDF d'accélération présentent quant à elles des ailes beaucoup plus larges que celles d'une distribution gaussienne (figure III.3). Les ailes sont environ aussi larges que pour les grosses particules isodenses [85]. Nous pouvons ajuster les distributions avec $P_s(x) =$

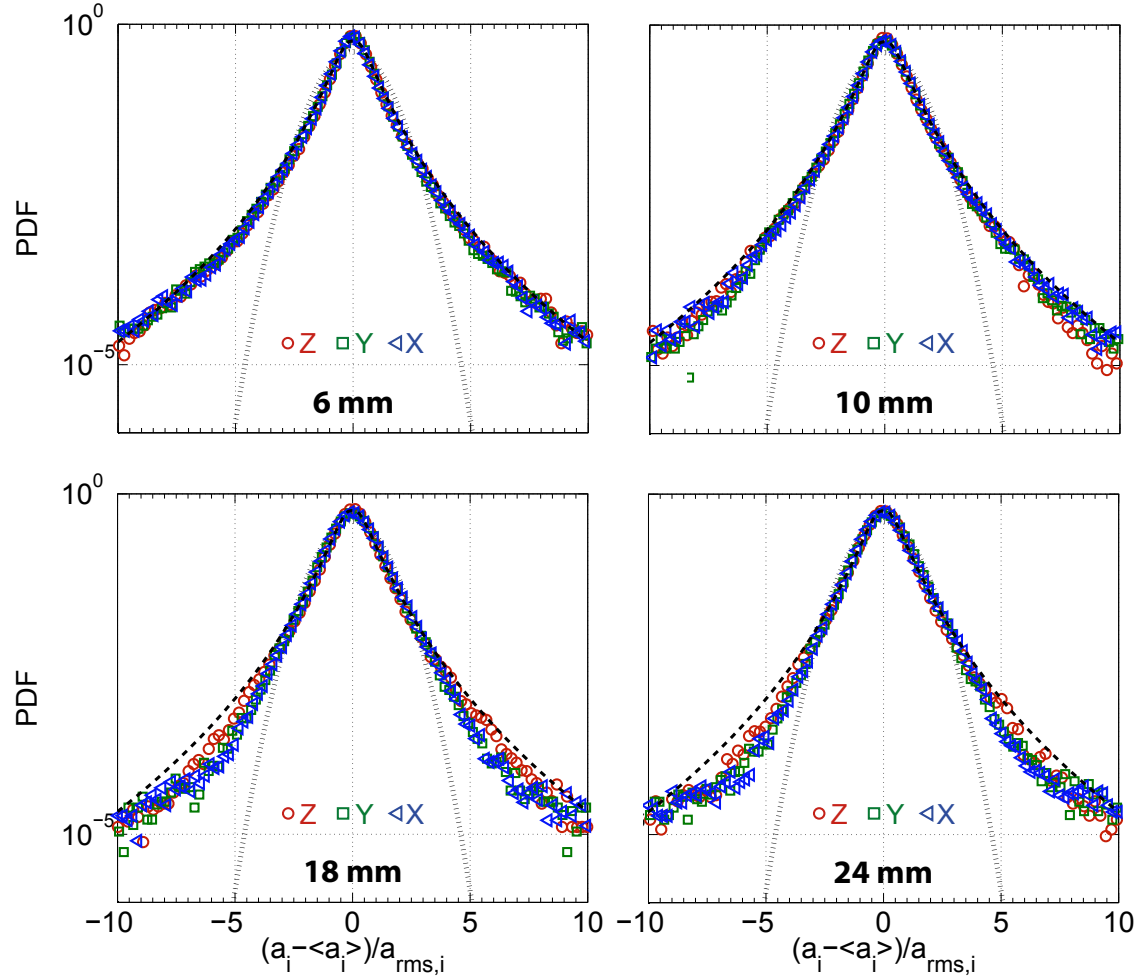


FIGURE III.3 – PDF réduites et centrées des trois composantes de l'accélération pour les différents diamètres, pour $\Omega = 4$ Hz. La courbe en pointillés représente une distribution gaussienne réduite et centrée. Celle en tirets est la moyenne des ajustements selon : $P_s(x) = \frac{e^{3x^2/2}}{4\sqrt{3}} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\ln|x/\sqrt{3}| + 2s^2}{s\sqrt{2}} \right) \right)$ pour toutes les distributions ($s = 0,67$). Cet ajustement est associé à une distribution log-normale des amplitudes de l'accélération.

$\frac{e^{3x^2/2}}{4\sqrt{3}} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\ln|x/\sqrt{3}|+2s^2}{s\sqrt{2}}\right)\right)$, ce qui correspond à un ajustement log-normal des amplitudes de l'accélération [45]. Le paramètre s ne dépend pas des fréquences de rotation et de la direction et il présente une légère décroissance avec le diamètre des particules (de l'ordre de 12% quand le diamètre est quadruplé) ; sa moyenne vaut $s = 0,67 \pm 0,07$. Cette valeur est légèrement supérieure à la valeur $s = 0,62$ proposée dans [56]. Cet ajustement est relié à la flatness qui s'exprime de façon générale comme :

$$F(a) = \frac{\langle (a - \langle a \rangle)^4 \rangle}{\langle (a - \langle a \rangle)^2 \rangle^2}, \quad (\text{III.1.1})$$

ce qui correspond à l'aire sous la courbe de la distribution réduite et centrée de l'accélération multipliée par $((a - \langle a \rangle)/a_{rms}^2)^4$. Quelque soit la méthode utilisée, la flatness des PDF d'accélération des grosses particules vaut environ $F \simeq 10$, la dynamique est donc toujours intermittente, bien que les flatness soient bien inférieures aux valeurs trouvées (entre 25 et 100) pour des particules isodenses dans la gamme $D/\eta = [1 - 50]$. Nous ne constatons pas d'évolution nette des PDF d'accélération avec la taille des particules ou la direction, probablement du fait de la présence de bruit pour les particules de 18 et 24 mm (sans conséquence sur les premiers moments) qui n'est pas corrigé par l'étape de filtrage.

C) Fonctions d'auto-corrélation de l'accélération

Évolution avec la taille des particules

La figure III.4(a) présente les fonctions d'auto-corrélation (normalisées par les valeurs rms de l'accélération), pour les différentes tailles de particules utilisées. La dépendance en fonction du diamètre apparaît clairement, le passage à 0 se faisant de plus en plus tard au fur et à mesure que le diamètre augmente. Pour quantifier cet effet de taille, nous définissons le temps de corrélation τ_0 comme :

$$\tau_a^{100\%} = \int_0^{t^0} C_{aa}(\tau) d\tau = \int_0^{t^0} \frac{\langle a'(t)a'(t+\tau) \rangle}{\langle a'^2 \rangle} d\tau, \text{ avec } C_{aa}(t^0) = 0, \quad (\text{III.1.2})$$

où a' correspond à l'accélération fluctuante dans une direction, définie comme $a' = a - \langle a \rangle$, $\langle a \rangle$ étant la moyenne calculée sur l'ensemble des données. La figure III.4(b) montre l'évolution des temps de corrélation de l'accélération en fonction du diamètre des particules. La dépendance selon le diamètre est forte : nous trouvons environ 74% d'augmentation quand le diamètre est quadruplé. Cette évolution des temps de corrélation en fonction du diamètre est cohérente avec celle des moyennes quadratiques des fluctuations [39]. Les petites particules subissent de manière plus fréquente, des événements plus forts que les grosses particules. Nous constatons que ces temps sont évidemment très petits devant le temps de retournement à grande échelle $\tau_a^{100\%}/T_{int} = \tau_a^{100\%}\Omega \simeq 0,05$ et donc grands devant l'échelle de temps de Kolmogorov : $\tau_a^{100\%}/\tau_\eta \simeq 25$. Des mesures au centre d'un écoulement de von Kármán similaire pour des plus petites particules avaient mis en évidence cette augmentation, *a priori* linéaire, des temps de corrélation de l'accélération avec la taille [77]. Les plus grosses particules de cette étude mesuraient 750 μm et avaient un temps de corrélation $\tau_a^{100\%}\Omega \simeq 0,01$; si nous extrapolons la tendance trouvée, ceci donnerait pour $D = 6 \text{ mm}$ $\tau_a^{100\%}\Omega \simeq 0,06$, ce qui est proche de la valeur trouvée ($\tau_a^{100\%}\Omega \simeq 0,03$), mais tout de même supérieur.

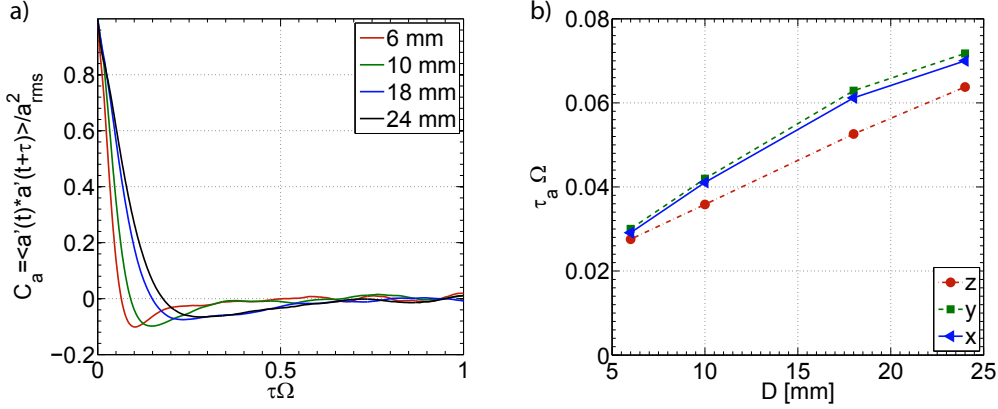


FIGURE III.4 – a) Fonctions d’auto-corrélation de l’accélération selon x à 4 Hz pour les différentes tailles de particules. b) Évolution des temps de corrélation de l’accélération en fonction du diamètre des particules D , selon les trois composantes.

Les temps de corrélation de l’accélération mettent en évidence un très léger écart à l’isotropie pour l’accélération. La composante axiale est en effet environ 10% inférieure aux composantes transverses x et y , qui sont équivalentes. Cette légère anisotropie, qui est moins forte que celle trouvée pour la vitesse, a déjà été mise en évidence dans ce type d’écoulement [45, 51].

Retour sur le calcul des fonctions d’auto-corrélation

Dans l’équation III.1.2, nous avons introduit la moyenne $\langle a \rangle$ calculée sur l’ensemble des données, il se pose donc la question de la définir comme une moyenne locale (donc une moyenne temporelle pour chaque trajectoire) ou globale. Une soustraction de la moyenne temporelle pour chaque trajectoire risque d’apporter un biais si les trajectoires sont trop courtes sous la forme d’une sorte de filtrage passe-haut des données. Cependant dans tout écoulement fermé, la moyenne d’ensemble de l’accélération est nulle, ce qui revient à ne rien soustraire ; mais nous avons tout de même choisi cette méthode pour les courbes précédentes. De plus, afin de vérifier ces résultats, nous calculons les fonctions de structure d’ordre 2 : $D_{aa} = \langle (a(t) - a(t + \tau))^2 \rangle$, pour lesquelles aucun biais n’intervient, afin d’estimer les fonctions de corrélation selon :

$$C_{aa} = 1 - \frac{D_{aa}}{2a_{rms}^2}. \quad (\text{III.1.3})$$

Cette relation n’est vraie que dans le cas d’un écoulement stationnaire, ce qui n’est pas notre cas du fait de la longueur finie des trajectoires et de l’inhomogénéité de l’écoulement. Pour corriger ce problème, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Nous choisissons de calculer $a_{rms}^2(\tau)$: la moyenne quadratique des fluctuations d’accélération des trajectoires de longueurs supérieures à τ [44]. En effet, nous constatons que les trajectoires plus longues ont des moyennes quadratiques fortement inférieures à celles calculées sur toutes les trajectoires. Une fois cette correction appliquée aux fonctions de structure, nous vérifions que l’égalité est vraie au moins jusqu’à l’annulation de la fonction de corrélation, ce qui est suffisant pour le calcul des temps de corrélation, et valide la méthode de calcul.

III.2 Conditionnement eulérien des données lagrangiennes

Les particules isodenses de taille comprise dans la gamme inertielle ($D \sim [4 - 17]\eta$) sont connues pour ne pas former d'agrégats en turbulence homogène isotrope [25], donnant lieu à une exploration homogène de l'écoulement. Cependant, nous considérons ici des particules dont la taille est comparable aux plus grands tourbillons de l'écoulement ; des forces différentes de celles appliquées aux plus petites particules rentrent probablement en jeu. Pour répondre à cette question, nous choisissons d'effectuer un conditionnement eulérien des données lagrangiennes. Nous découpons l'espace exploré en mailles, chaque maille contenant l'information de chaque particule qui l'a visitée lors de sa trajectoire.

A) Exploration de l'écoulement

En conditionnant les positions des particules sur toutes leurs trajectoires, nous obtenons la PDF stationnaire $P(r, \theta, z)$ en coordonnées cylindriques. Afin d'améliorer la statistique, nous intégrons les données selon la composante azimutale θ pour obtenir la partie axisymétrique de la PDF : $\langle P \rangle_\theta(r, z)$. Cette représentation correspond à l'étude de la demi-section de l'écoulement de von Kármán, correspondant au demi-plan entre les disques, situés à $z = \pm 10$ cm, le centre de l'écoulement étant en $(r, z) = (0, 0)$ et le bord supérieur du dispositif en $r = 10$ cm (figure III.5).

Comme le montre la figure III.6, les particules de 6 mm présentent un comportement différent des particules plus grosses. Ces plus petites particules explorent en effet l'écoulement de manière homogène avec une probabilité presque uniforme dans le plan méridien. Ce n'est pas le cas pour les plus grosses particules. Les particules de 10, 18 et 24 mm présentent une exploration hétérogène, la probabilité de trouver une particule dans la zone $\|z\| \geq 4$ cm étant 2 à 3 fois plus forte que dans la zone $\|z\| \leq 4$ cm. Cette exploration préférentielle semble être indépendante de la composante transverse pour les particules de 18 et 24 mm. Les particules de 10 mm quant à elles, explorent plus la zone $r \geq 5$ cm, tout en explorant moins le centre de l'écoulement ($(r, z) = (0, 0)$).

Cette exploration préférentielle, analysée ici pour le cas de billes légères ($\beta = 1,07$), est également présente pour des particules lourdes ($\beta = 0,91$), au même nombre de Reynolds, mais aussi pour les particules isodenses à $Re = 31\,000$ [39].

Le développement de zones d'exploration préférentielle pour les grosses particules est une observation inattendue. Avant de poursuivre son analyse, nous avons besoin d'un aperçu des propriétés, eulériennes comme lagrangiennes, de l'écoulement. En particulier, il est important de trouver les corrélations entre les cartes de probabilité de présence et les cartes de l'écoulement moyen ou fluctuant ressenti par les particules.

B) Conditionnement eulérien-lagrangien

Le suivi de particules 3D donne accès à un jeu de trajectoires contenant l'évolution temporelle de la vitesse lagrangienne \mathbf{v}_L et de l'accélération \mathbf{a}_L à la position de la particule $\mathbf{x}(t)$. A l'aide du conditionnement eulérien-lagrangien mentionné ci-dessus, nous définissons un champ eulérien effectif $\mathbf{v}_E(r, \theta, z, t)$ à l'aide des trajectoires pour chaque type de particule. Nous pouvons obtenir par exemple le champ de la vitesse moyenne d'une particule : $\bar{\mathbf{v}}_E(r, \theta, z) = (\bar{v}_r, \bar{v}_\theta, \bar{v}_z)$ ainsi que le champ de chaque composante des fluctuations de vitesse $(v_r^{\text{rms}}, v_\theta^{\text{rms}}, v_z^{\text{rms}})$.

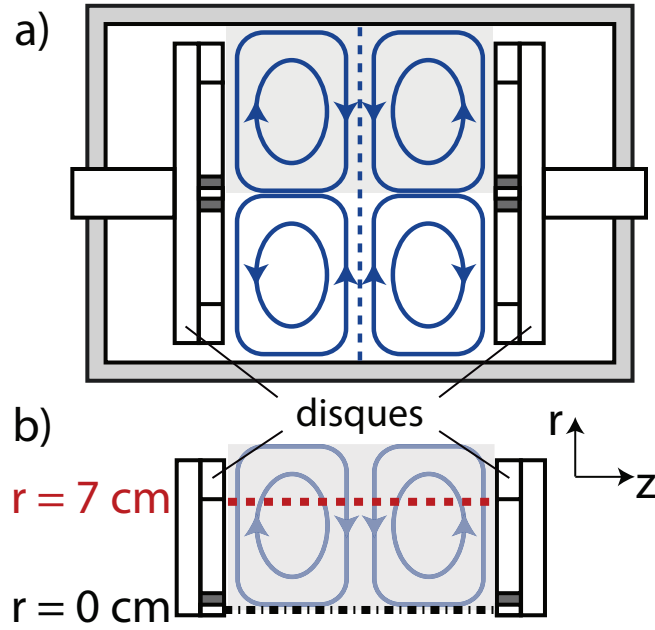


FIGURE III.5 – a) Schéma du dispositif de von Kármán et de l'écoulement moyen. La partie grisée correspond à la demi-coupe du dispositif. b) Demi-coupe du dispositif dans laquelle sont montrées les cartes des données moyennées selon la direction azimutale. Les profils montrés par la suite sont tracés le long de la ligne rouge en pointillés.

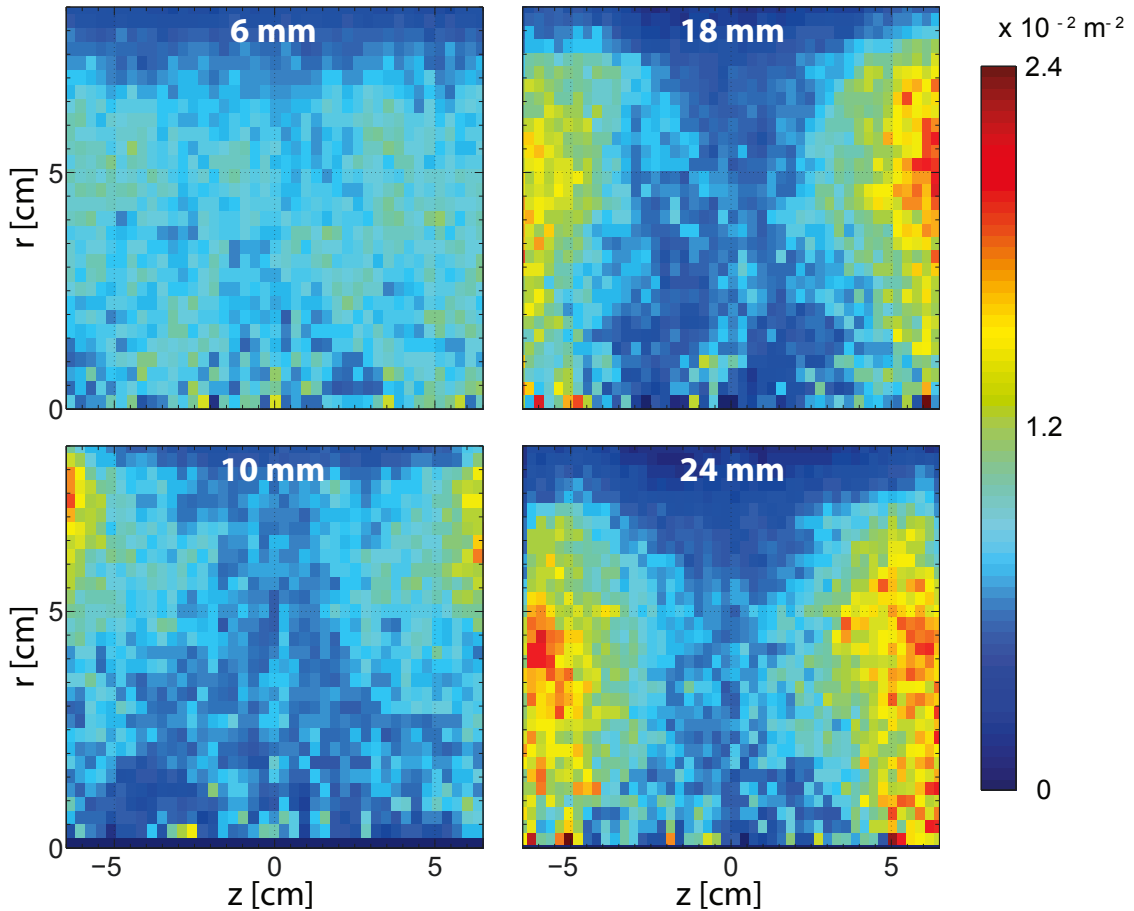


FIGURE III.6 – PDF de position à 2 dimensions pour différents diamètres de particules ($\beta = 1,07$, $\Omega = 4 \text{ Hz}$). Les particules de 6 mm (coin haut gauche) explorent l'écoulement de façon homogène tandis que les plus grosses sont environ 3 fois plus souvent proches des disques qu'au centre du dispositif. Les disques sont situés à $z = \pm 10 \text{ cm}$.

Vitesse moyenne

La figure III.7(a) montre la carte de vitesse moyenne d'une particule de 6 mm : $\langle \bar{\mathbf{v}}_E \rangle_\theta(r, z)^\dagger$. Bien que cette particule soit loin d'être un traceur, nous reconnaissons la structure moyenne caractéristique d'un écoulement de von Kármán contra-rotatif : une composante toroïdale $\langle \bar{v}_\theta \rangle_\theta$ (couleurs) antisymétrique par rapport au plan médian et un écoulement poloïdal $(\langle \bar{\mathbf{v}}_r \rangle_\theta, \langle \bar{\mathbf{v}}_z \rangle_\theta)$ sous forme de recirculations (flèches).

Afin d'étudier l'influence du diamètre des particules, nous présentons l'évolution de la composante azimutale de la vitesse moyenne $\langle \bar{v}_\theta \rangle_\theta$ en fonction de la coordonnée axiale z pour une certaine distance au centre $r_0 = 7$ cm (le long de la ligne pointillée rouge schématisée sur la figure III.5(b)). La localisation de ce profil correspond à une zone où $\langle \bar{v}_\theta \rangle_\theta$ est significativement plus grand que n'importe quel biais de mesure possible, du fait d'incertitudes ou de manque de statistiques. Ce profil passe en effet environ par le centre des deux cellules toroïdales contra-rotatives. Comme le montre la figure III.7(b), tous les profils se confondent en une seule courbe. Cette découverte surprenante est robuste et ne dépend ni de la localisation du profil ni de la composante de la vitesse considérée, du moment que la vitesse moyenne est suffisamment forte. Cela signifie que la vitesse moyenne locale des particules est indépendante de leur taille. De plus, cela implique qu'avec suffisamment de statistiques, nous pouvons estimer le champ eulérien de vitesse moyenne à l'aide des trajectoires d'une particule, quelle que soit sa taille, pour le corps d'un écoulement, où les propriétés sont "lisses". En effet, il serait difficile de concevoir que ce résultat soit valable près des parois par exemple.

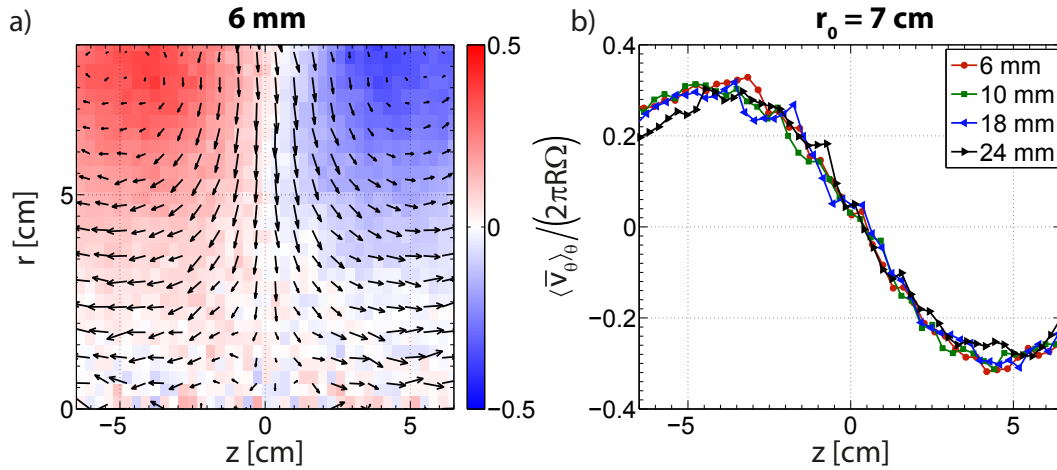


FIGURE III.7 – a) Carte de la vitesse moyenne $\langle v_\theta \rangle_\theta(r, z)$ d'une particule de 6 mm ($\beta = 1,07$, $\Omega = 4$ Hz) dans la demi-coupe du dispositif, obtenue par conditionnement eulérien des trajectoires. Les flèches représentent les composantes poloïdales (r, z) et la couleur la composante azimutale θ . b) Profil de vitesse moyenne azimutale le long de la composante axiale z pour $r_0 = 7$ cm pour les différentes tailles étudiées. Pour les deux figures, les vitesses sont normalisées par la vitesse du bord des disques $U = 2\pi R\Omega \simeq 2,4$ m.s⁻¹. Les disques sont situés à $z = \pm 10$ cm.

Maintenant que nous savons que les cartes de vitesse moyenne ont la même forme quelle que soit la taille des particules, il est possible de regarder les éventuelles corrélations entre une carte de vitesse et les différentes cartes de position des particules. Cependant, nous

[†]. Dans cette section, $\bar{\cdot}$ désigne une moyenne d'ensemble et $\langle \cdot \rangle_\theta$ une intégration azimutale.

ne trouvons pas de lien clair entre les zones préférentielles et l'écoulement moyen, qui présentent une structure dans les deux directions (r, z) que nous ne retrouvons pas sur les PDF de la position.

Fluctuations de vitesse

Nous nous intéressons désormais à la norme des fluctuations de la vitesse définie comme :

$$v'_E(r, z) = \left(\frac{\langle (v_r^{\text{rms}})^2 \rangle_\theta + \langle (v_\theta^{\text{rms}})^2 \rangle_\theta + \langle (v_z^{\text{rms}})^2 \rangle_\theta}{3} \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=r,\theta,z} \frac{\langle (v_i^{\text{rms}})^2 \rangle_\theta}{3} \right)^{1/2}. \quad (\text{III.2.1})$$

La figure III.8(a) montre la carte correspondante pour une particule de 6 mm. Nous constatons tout d'abord que le champ de vitesse fluctuante est fortement inhomogène. Ceci est en accord avec des mesures effectuées avec des traceurs (par exemple des mesures PIV [37]). Les fluctuations sont plus fortes dans la zone proche de l'axe de rotation, au voisinage du plan médian (qui correspond à une zone de cisaillement entre les deux cellules contra-rotatives toroïdales), et elles diminuent là où les composantes moyennes toroïdales sont les plus fortes. Ceci tend à montrer que les particules de 6 mm, bien que n'étant pas des traceurs, développent une dynamique qui reproduit qualitativement la structure du champ eulérien (d'un point de vue géométrique au moins).

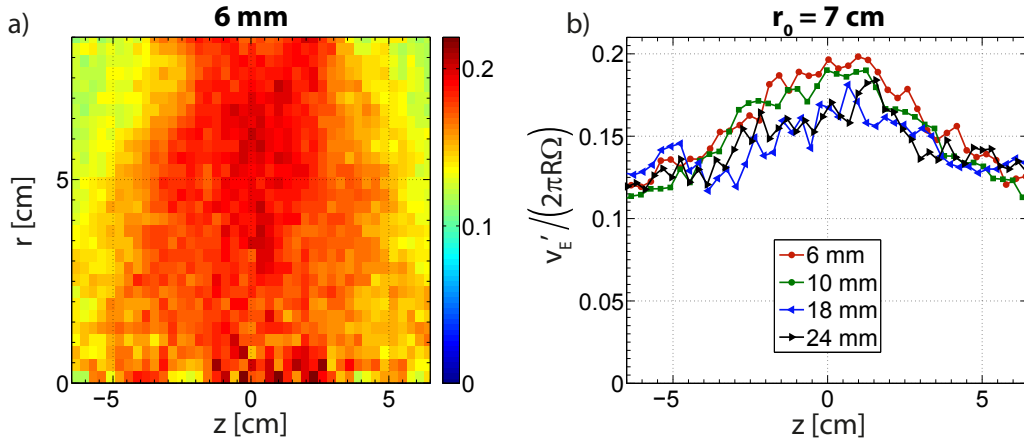


FIGURE III.8 – a) Carte de la norme des fluctuations de vitesse $v'_E(r, z)$ d'une particule de 6 mm ($\beta = 1,07$, $\Omega = 4$ Hz) dans la demi-coupe du dispositif. b) Profil de la norme des fluctuations de vitesse le long de la composante axiale z pour $r = 7$ cm pour les différentes tailles étudiées. Pour les deux figures, les vitesses sont normalisées par la vitesse du bord des disques $U = 2\pi R\Omega \simeq 2,4 \text{ m.s}^{-1}$. Les disques sont situés à $z = \pm 10$ cm.

L'étude des profils longitudinaux (figure III.8(b)) fait apparaître une forme similaire indépendante de la taille, présentant plus de fluctuations au centre (au voisinage de la couche de cisaillement) qu'à proximité des disques. A l'opposé de la vitesse moyenne, nous observons un classement clair entre les profils, notamment au centre, où la norme des fluctuations $v'_E/(2\pi R\Omega)$ décroît d'environ 30% lorsque le diamètre des particules augmente de 6 mm à 24 mm. Cette observation est robuste vis-à-vis de la localisation du profil, bien que les variations en amplitude peuvent être différentes. La décroissance des fluctuations de vitesse avec la taille des particules n'avait pas été observée pour des particules isodenses dans la gamme $D/\eta \leq 45$ [58, 77].

Ces différences sont cohérentes avec le grand écart de rapport de taille qui existe entre ces expériences. En effet, les tourbillons de taille proche de l'échelle intégrale contiennent

beaucoup plus d'énergie cinétique que ceux proches de la gamme dissipative. Il semble donc intuitif que des particules de taille intégrale puissent moyenner les fluctuations de la vitesse du fluide avec un plus grand impact que des particules de taille dissipative.

Fluctuations d'accélération

Comme précédemment, nous considérons l'accélération des particules à des points fixes eulériens. Les études lagrangiennes ont montré que cette quantité diminue fortement avec la taille des particules [12, 58, 80, 77]. Nous définissons la norme des fluctuations de l'accélération comme :

$$a'_E(r, z) = \left(\sum_{i=r, \theta, z} \frac{\langle (a_i^{\text{rms}})^2 \rangle_\theta}{3} \right)^{1/2}. \quad (\text{III.2.2})$$

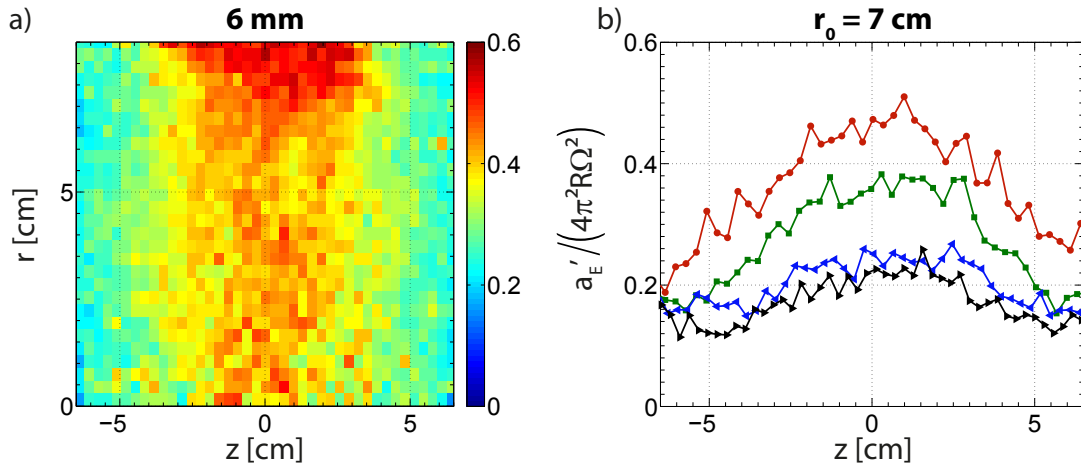


FIGURE III.9 – a) Carte de la norme des fluctuations d'accélération $a'_E(r, z)$ d'une particule de 6 mm ($\beta = 1,07$, $\Omega = 4$ Hz) dans la demi-coupe du dispositif. b) Profil de la norme des fluctuations d'accélération le long de la composante axiale z pour $r_0 = 7$ cm pour les différentes tailles étudiées. Pour les deux figures, les accélérations sont normalisées par l'accélération du bord des disques $A = 4\pi R\Omega^2 \simeq 19,1 \text{ m.s}^{-2}$. Les disques sont situés à $z = \pm 10$ cm.

Les cartes et profils sont montrés sur la figure III.9. Nous constatons que les fluctuations de l'accélération sont bien plus fortes au voisinage du plan médian que sur les côtés où l'écoulement moyen est plus fort. Ce champ inhomogène est en accord avec les observations faites pour les fluctuations de vitesse, bien que les fluctuations fortes d'accélération soient plus localisées au centre du dispositif, indépendamment des valeurs de r . Comme pour le cas de plus petites particules [12, 58, 77], nous observons une décroissance forte de la norme des fluctuations d'accélération quand le diamètre des particules augmente, supérieure à celle du cas de la vitesse. Même si les profils conservent une forme à peu près similaire, a'_E est divisée par un peu plus de 2 lorsque la taille est quadruplée. Cette décroissance est plus forte que dans le cas de plus petites particules, et la dépendance avec le diamètre sera étudiée plus en détail dans la section III.2C). De plus, nous constatons que cette forme de cloche pour les profils d'accélération, avec des valeurs plus élevées au voisinage du plan médian, reproduit la forme des mesures locales de la dissipation ε , calculée par des mesures au fil chaud par Zocchi *et al.* dans un écoulement de von Kármán en Hélium [87]. Ceci n'est pas surprenant puisque l'accélération est une quantité petite échelle, qui,

pour le cas de traceurs lagrangiens, est liée à la dissipation d'énergie par $a_{\text{rms}} \sim \varepsilon^{3/4} \nu^{-1/4}$. Bien que nos particules ne soient pas des traceurs et que leur accélération ne soit pas proportionnelle à $\varepsilon^{3/4}$, il est cohérent de trouver des coupes de l'accélération ayant une forme qualitative proche des mesures de ε .

C) Effet de taille et de densité

Effet de la densité sur les PDF de position

Nous avons pu voir précédemment que l'exploration préférentielle s'accroît avec la taille des particules en observant les cartes de PDF 2D de la position (figure III.6) et nous avons remarqué que cette exploration s'effectue essentiellement le long de la coordonnée axiale z . Afin de mieux caractériser l'effet du diamètre des particules sur leur exploration, nous intégrons ces cartes afin d'obtenir les PDF 1D : $\text{PDF}(z)$, comme le montre la figure III.10(a). Nous constatons qu'au fur et à mesure que le diamètre augmente, les PDF se creusent au centre et les valeurs augmentent sur les côtés. Même une particule de 6 mm présente des "oreilles" sur les côtés du fait du caractère corrélé de la dynamique (quand la particule arrive contre un bord, elle garde une vitesse dirigée vers ce bord durant un certain temps), ces zones s'élargissent avec D et présentent des probabilités plus fortes. Il n'y a pas de différence franche entre les particules de 18 et 24 mm, probablement du fait de la taille considérable de cette particule, qui vaut environ l'échelle intégrale, ce qui peut expliquer cette saturation de l'effet.

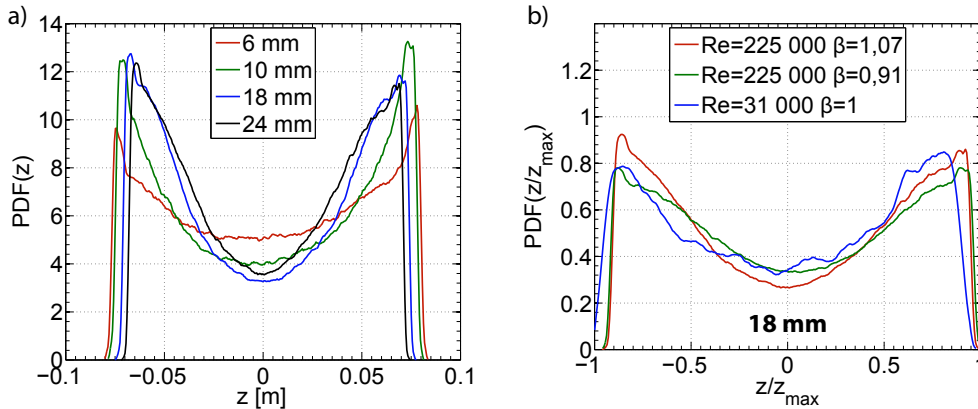


FIGURE III.10 – a) Évolution de la PDF de la position axiale z en fonction de D pour des billes légères dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz. b) Évolution de la PDF de la position axiale z en fonction de β pour des billes de 24 mm $\Omega = 4$ Hz.

Pour étudier l'effet de la densité sur l'exploration préférentielle, nous pouvons comparer comment évolue l'exploration à D fixé, en fonction du rapport de densité des particules β à l'aide des trois expériences en turbulence pleinement développée. La figure III.10(b) présente l'évolution de la PDF à $\Omega = 4$ Hz pour des particules de 24 mm isodenses et légèrement plus lourdes ou plus légères que le fluide. Nous constatons que plus β est grand, plus l'exploration préférentielle est marquée, le rapport entre la moyenne des maxima de la PDF par son minimum vaut successivement $[2,36 ; 2,53 ; 3,13]$ pour $\beta = [0,91 ; 1 ; 1,07]$. La PDF est moins bien résolue dans le cas des billes isodenses car elle est issue de mesures rapides, tandis que pour les deux autres cas, elles sont issues des mesures de dynamique

lente (chapitre V), où le nombre de points $X(t)$ est plus important[‡].

Finalement, la densité semble subtilement modifier l'intensité de l'exploration préférentielle mais ne change pas son apparition. Ce phénomène semble essentiellement dépendre de la taille des particules.

Effet de la rugosité sur l'exploration préférentielle

Cet effet d'exploration préférentielle est surprenant et identifier sa cause physique n'est pas aisé. Comme l'exploration se fait près des disques, des effets de couplage entre la rotation et la translation des particules, mis en évidence lors de la thèse de Robert Zimmermann [86], ou alors des interactions avec les parois et couches limites sur les disques peuvent en être à l'origine. Afin de tester ces hypothèses, nous avons tout d'abord modifié l'état de surface de billes de 18 mm avec différentes méthodes : rayures au cutter, sablage, abrasion au papier de verre, marquage au poinçon et fraisage afin de transformer la bille en une "balle de golf" sur sa surface complète ou uniquement sur une demi-sphère. Ces différentes rugosités ne présentent pas de différences notables d'exploration préférentielle. Par ailleurs, nous avons également étudié la dynamique de billes lisses dans un écoulement propulsé par des disques crénelés ou lisses (au lieu des pales droites) et aucune différence moyenne d'exploration n'a été observée, excluant ces effets de rotation ou d'interaction avec les parois comme mécanisme de l'exploration préférentielle. Aucun mécanisme responsable n'a pu être complètement identifié mais nous présentons par la suite une hypothèse basée sur une compétition entre un effet dû à la structure moyenne de l'écoulement et les fluctuations turbulentes (section III.2.E)). Cette hypothèse est supportée par les mesures effectuées à bas nombres de Reynolds, en régime laminaire où cette compétition est fortement modifiée, ce qui sera discuté dans le chapitre IV.

Effet de la densité sur la vitesse et l'accélération

Nous nous intéressons également à l'effet du rapport de densité sur la vitesse et l'accélération. La figure III.11 présente les profils de vitesse moyenne azimutale pour une particule de 6 ou 18 mm, à $r_0 = 7$ cm pour les trois valeurs de β étudiées en turbulence développée. Nous constatons que la vitesse moyenne ressentie par la particule est, en plus d'être indépendante de sa taille, indépendante de β , dans la gamme considérée. Ce résultat est bien sûr valable pour les autres composantes et à d'autres valeurs de r .

Nous voulons désormais quantifier l'effet de β et de D sur les fluctuations de vitesse et d'accélération. Pour faciliter cette étude, nous intégrons les cartes correspondantes afin d'obtenir pour chaque couple de paramètres une seule valeur moyennée sur l'ensemble du dispositif, pour chaque composante. Nous nous plaçons dans le système de coordonnées (z, y, x) ; nous pouvons noter que la demi-coupe considérée jusqu'ici correspond au plan (r, z) pour $\theta = 0$, donc $v_y = v_r$ et $v_x = v_\theta$. La figure III.12 présente l'évolution de $v_{i,rms}$ et $a_{i,rms}$ en fonction de D pour les billes lourdes et légères.

En ce qui concerne la vitesse, nous constatons que les composantes transverses sont équivalentes, tandis que la composante axiale est plus faible, en cohérence avec l'anisotropie bien connue des écoulements de von Kármán. Comme observé pour des particules de taille $D \simeq 20\eta$ [56], β ne semble pas jouer de rôle dans la valeur rms de la vitesse, les courbes des deux types de billes se confondant, à la dispersion des points près. Les composantes transverses diminuent légèrement lorsque D augmente, d'environ 16%, tandis que la composante axiale est quasiment constante. Ceci résulte en une anisotropie d'environ

[‡]. Les modifications de la détection des particules pour les mesures lentes, détaillées dans le chapitre II, sont à l'origine des différences légères de forme entre les PDF, malgré l'utilisation de $\text{PDF}(z/\|z\|_{\max})$ pour contraindre les données à un même domaine.

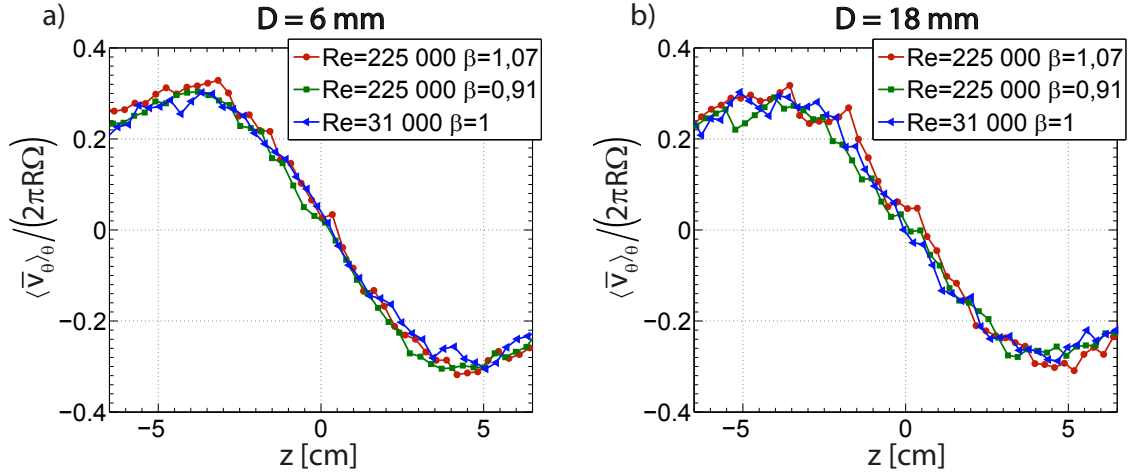


FIGURE III.11 – Profils de vitesse moyenne azimutale à $r_0 = 7$ cm pour les trois valeurs de β étudiées en turbulence développée pour une particule de 6 (a) ou 18 mm (b).

35% pour une particule de 6 mm qui décroît jusqu'à environ 22% pour celle de 24 mm. Cet effet paradoxal vient donc en fait diminuer l'anisotropie de la dynamique des plus grandes particules.

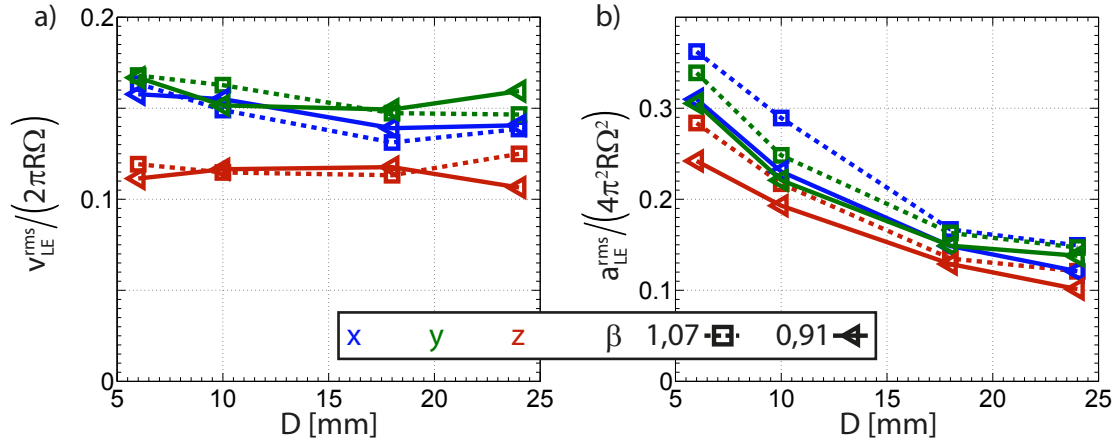


FIGURE III.12 – Évolution des vitesses (a) et accélérations (b) rms selon les trois composantes en fonction du diamètre des particules D , dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz, pour des billes légères ou lourdes. Les couleurs représentent les composantes : bleu et vert pour les composantes transverses x et y et rouge pour la composante axiale z . Les symboles et styles de traits codent la valeur de β : traits pointillés et carrés pour 1,07 et traits pleins et triangles pour 0,91.

En ce qui concerne l'accélération (figure III.13(b)), l'anisotropie persiste pour cette quantité petite échelle, bien qu'elle soit inférieure à celle trouvée pour la vitesse, en cohérence avec les mesures de traceurs lagrangiens (par exemple [51, 80]). D'autre part, l'évolution de l'accélération en fonction du rapport de densité est très différente de celle de la vitesse. Nous constatons ici une différence entre les deux types de billes, quelle que soit la taille considérée. Nous pouvons comprendre ces différences dans le cadre de l'équation

de Maxey & Riley [42] simplifiée qui décrit l'équation du mouvement d'une particule ponctuelle. Le modèle le plus simple décrivant la dynamique d'une particule non-isodense [14] décrit l'accélération de cette particule $d\mathbf{v}/dt$ en fonction de l'accélération du fluide $D\mathbf{u}/Dt$, de β , du temps de réponse de la particule τ_p et de la vitesse de glissement particule-fluide $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ comme :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \beta \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\tau_p}(\mathbf{u} - \mathbf{v}). \quad (\text{III.2.3})$$

En supposant que l'effet d'accélération domine pour des particules de grande taille, la quantité $\frac{1}{\beta} \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ doit être indépendante de β . La figure III.13 présente cette normalisation pour les deux rapports de densité étudiés et nous constatons en effet que cette renormalisation superpose nettement les courbes pour les différentes valeurs de β . Il est surprenant de constater qu'une renormalisation aussi simpliste capture la dépendance en β , même si la gamme considérée n'est que peu étendue. Le succès de cette normalisation a également été observée pour des petites particules matérielles [15], dans le cadre du modèle de Faxén.

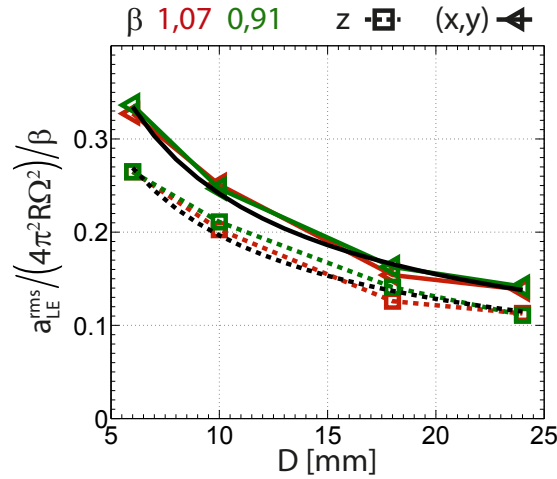


FIGURE III.13 – Évolution des accélérations rms, renormalisées par β selon les trois composantes en fonction du diamètre des particules D , dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz, pour des billes légères ou lourdes. Les traits pleins et triangles représentent la moyenne des composantes transverse et les traits pointillés la composante axiale. Les courbes vertes sont pour $\beta = 0,91$ et les rouges pour $1,07$.

Nous constatons une décroissance forte de $a_{i,rms}/\beta$ selon D , la valeur pour une particule de 6 mm étant environ 2,3 fois supérieure à celle d'une particule de 24 mm. Une légère anisotropie relative d'environ 25% persiste pour les fluctuations d'accélération, comme c'était le cas, plus faiblement, pour les temps de corrélation (figure III.4(b)), mais les composantes transverse et la composante axiale sont quasiment parallèles. Les courbes noires (traits pleins pour les composantes transverse et pointillés pour la composante axiale) représentent des ajustements en loi de puissance du type $a_{i,rms} \sim (D/\eta)^\alpha$. Nous trouvons en effet $\alpha = -0,64 \pm 0,08$ et $\alpha = -0,61 \pm 0,1$ pour les composantes transverse et axiales respectivement, soulignant une dépendance similaire selon D . Ces ajustements sont effectués uniquement pour comparer les résultats au comportement trouvé pour les particules isodenses dans la gamme $D/\eta \leq 45$ [58, 77]. Dans cette gamme, l'exposant est environ $\alpha = -1/3$ alors que nous trouvons plutôt le double. Il est important de noter que

la dissipation n'est pas homogène en espace, et que la valeur trouvée pour l'exposant est ici une estimation globale de la décroissance de l'accélération. Nous notons également que l'exposant trouvé dans un écoulement de von Kármán [77] était déjà légèrement supérieur à celui trouvé dans une expérience de soufflerie [58], la différence pouvant trouver son origine dans la structure moyenne des écoulements de von Kármán. De plus, comme les particules ont une taille qui n'est pas dans la gamme inertielle ($D \sim L_{\text{int}}$), il n'y a pas de raison que cette loi de puissance (équation I.2.2 et figure I.3) capture leur dynamique.

D) Influence du nombre de Reynolds

La figure III.14 présente les fluctuations de vitesse et d'accélération pour les billes légères à $Re = 225\,000$ et les billes isodenses à $Re = 31\,000$, deux expériences en turbulence développée, le Reynolds étant modifié par changement de viscosité. Nous avons vu précédemment que v_{rms} et a_{rms}/β ne dépendent pas de β (figure III.13), la figure présente donc l'effet d'un changement de Reynolds uniquement. Nous constatons que la vitesse diminue légèrement quand le Reynolds est environ divisé par 7, pour lequel elle est environ 10% moins élevée, bien que ce soit une quantité grande échelle, *a priori* insensible à un changement de viscosité. Ceci n'est pas en accord avec une intuition basée sur un lien direct entre les fluctuations de vitesse et l'énergie injectée, qui est indépendante de la viscosité dans le régime pleinement développé (voir les valeurs quasi-similaires de ε dans le tableau II.2 ou la figure II.5 pour les deux fluides). Il est possible que le régime $v/\Omega = \text{cst}$ (où $\varepsilon/\Omega^3 = \text{cst}$) soit atteint pour de plus petits nombres de Reynolds que le régime $v/Re = \text{cst}$. Cependant, cette différence de vitesse pourrait venir d'un écart (absolu) de la densité des particules par rapport à celle du fluide et il est difficile de conclure en l'absence de mesures de particules isodenses au même nombre de Reynolds.

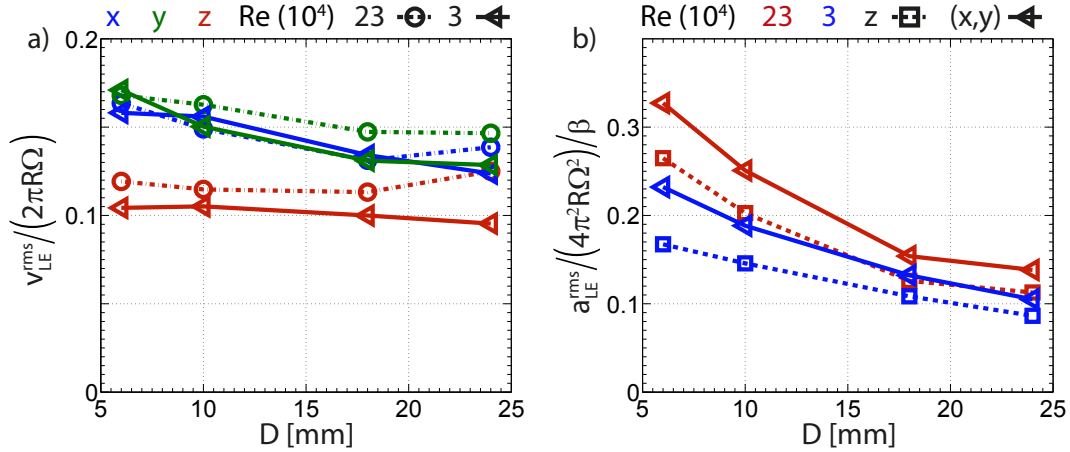


FIGURE III.14 – Évolution des vitesses (a) et accélérations (b) rms, renormalisées par β selon les trois composantes en fonction du diamètre des particules D , pour différents nombres de Reynolds, pour des billes légères dans l'eau ou isodenses dans le mélange eau-glycérol.

En revanche, le fait que les fluctuations d'accélération diminuent avec l'augmentation de la viscosité semble naturel, car l'accélération est une quantité petite échelle, plus susceptible d'être affectée par les changements d'échelle dissipative. Cependant, l'accélération n'est pas correctement renormalisée par $\nu^{-1/4}$, comme pour les traceurs lagrangiens [12]; le rapport des accélérations rms, normalisées par β , dans l'eau et le mélange eau-glycérol

valant environ 1,3 alors que $7^{-1/4} \simeq 1,6$, mais l'écart à cette loi d'échelle est peut-être contenu dans la dépendance de a_0 à R_λ dans le domaine exploré $R_\lambda = [160 - 580]$ [80].

E) Discussion de l'exploration préférentielle

Les différentes cartes de position et des fluctuations de vitesse et d'accélération montrent l'impact fort de la taille des particules sur leur dynamique. Nous notons une corrélation intéressante entre les PDF de position (figure III.6) et les cartes des fluctuations de la vitesse (figure III.8(a)). Les particules de 10, 18 et 24 mm ont des cartes de position qualitativement similaires à la carte des fluctuations de vitesse aux couleurs inversées. Pour les deux plus grandes tailles, nous observons également ce même type de corrélation avec la carte de fluctuations d'accélération. Ceci indique que les grosses particules explorent préférentiellement les zones de faibles fluctuations. C'est en accord avec des arguments de turbophorèse (par exemple [16]), c'est-à-dire la tendance des particules à migrer dans la direction des plus faibles taux de turbulence.

Cependant, les particules ne sont pas uniquement affectées par les fluctuations, mais également par l'écoulement moyen qui crée un gradient de pression qui pourrait être à l'origine du piégeage des grosses particules [24]. En effet, une explication de l'exploration préférentielle pourrait être que la décroissance des fluctuations pour les grosses particules entraîne des fluctuations insuffisantes pour vaincre le piégeage dû à l'écoulement moyen, tandis que les plus petites particules sont plus sensibles aux fluctuations turbulentes qu'à ce piégeage. Ce type d'interprétation mène à une force de piégeage massique proportionnelle au gradient d'une vitesse au carré (du type $\beta (\partial_i \langle v_j \rangle \langle v_k \rangle)$). Utilisant la vitesse moyenne azimutale pour l'estimer (figure III.7(b) ou III.11), nous obtenons alors :

$$f_{trap} \sim \beta \partial_z \langle \bar{v}_\theta \rangle^2 \sim 0,4\beta(4\pi^2 R \Omega^2). \quad (\text{III.2.4})$$

Cette force massique (homogène à une accélération) est à comparer à une quantité qui relève des fluctuations turbulentes uniquement, que nous estimons à partir de $a_{LE}^{rms}(D)$ (figure III.14(b)). Il est bon de noter que pour les expériences dans l'eau aux deux rapports de densité $\beta = 0,91$ et $1,07$, a_{LE}^{rms}/β ne dépend pas de β , nous obtenons donc le même rapport en fonction de D . Il vaut environ 0,94 pour les particules de 6 mm, ce qui équivaut à une compétition équilibrée entre le piégeage et les fluctuations, qui donne lieu en effet à une exploration homogène pour ces particules. Ensuite ce rapport décroît avec D jusqu'à environ 0,38 pour les particules de 24 mm. Cette décroissance des fluctuations d'accélération peut donc expliquer pourquoi les plus grosses particules sont plus sensibles à la structure moyenne.

Comme déjà expliqué, les mesures présentées ici sont effectuées en turbulence pleinement développée, il n'y a donc pas d'influence de la fréquence de rotation Ω sur l'exploration préférentielle des particules, puisque $\langle v \rangle^2$ et a_{rms} suivent la même loi d'échelle en fonction de Ω .

Les résultats obtenus semblent montrer que le gradient de pression moyen exercé sur une particule solide ainsi que les fluctuations sont les paramètres clés pour comprendre l'effet d'exploration préférentielle.

Dans le cas de l'écoulement turbulent de von Kármán considéré ici, les zones de basse pression correspondent aux positions axiales des lignes neutres de l'écoulement poloïdal. Ces structures sont des attracteurs stables de l'écoulement de von Kármán laminaire [35]. Ceci suggère que les particules ont une dynamique grande échelle due à l'écoulement moyen[§] qui émerge lorsqu'elles ressentent moins les fluctuations turbulentes.

§. Au sens d'un système dynamique sous-jacent à la turbulence.

III.3 Effet de la structure moyenne de l'écoulement de von Kármán

Dans la suite de cette section, nous nous intéressons aux effets de la structure moyenne de l'écoulement sur la dynamique des particules et nous cherchons à savoir s'il est possible d'isoler correctement les fluctuations des particules de leur mouvement moyen. Pour cela, nous décomposons la vitesse des particules le long des trajectoires lagrangiennes $\mathbf{X}(t)$ de la façon suivante :

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}(t)) = \langle \mathbf{v} \rangle(\mathbf{X}(t)) + \mathbf{v}'(\mathbf{X}(t)). \quad (\text{III.3.1})$$

Nous allons discuter les statistiques des trajectoires de la vitesse totale $\mathbf{v}(\mathbf{X}(t))$ (celle mesurée) et des trajectoires construites artificiellement de la vitesse fluctuante $\mathbf{v}'(\mathbf{X}(t))$ et moyenne $\langle \mathbf{v} \rangle(\mathbf{X}(t))$. Concrètement, nous utilisons les cartes eulériennes des vitesses moyennes, pour chaque particule et configuration, afin d'extrapoler en chaque point $\mathbf{X}(t)$ une valeur de la vitesse moyenne $\langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t))$. Nous construisons donc deux nouvelles trajectoires de la vitesse ayant pour valeurs $\langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t))$ pour la vitesse moyenne et $\mathbf{v}(\mathbf{X}(t)) - \langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t))$ pour la vitesse fluctuante. Dans la suite, nous désignons la vitesse totale comme $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{X}(t))$, la vitesse moyenne comme $\langle \mathbf{v} \rangle = \langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t))$ et la vitesse fluctuante comme $\mathbf{v}' = \mathbf{v}(\mathbf{X}(t)) - \langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t))$

A) Valeurs rms lagrangiennes

Nous avons discuté jusqu'ici des fluctuations de vitesse au moyen des valeurs rms issues du conditionnement eulérien-lagrangien. Ce calcul est équivalent à calculer la valeur rms des fluctuations lagrangiennes définies uniquement sur le maillage de la carte $\mathbf{v}'_{carte} = \mathbf{v}(\mathbf{X}(t)) - \langle \mathbf{v} \rangle_{carte}(\mathbf{X}(t))$. Les intégrales sur la carte de ces fluctuations lagrangiennes ou de la carte eulérienne sont en effet identiques. Cependant, les valeurs rms lagrangiennes sont classiquement calculées le long des trajectoires comme :

$$v_{i,rms} = \sqrt{\langle v_i(\mathbf{X}(t))^2 \rangle - \langle v_i(\mathbf{X}(t)) \rangle^2}, \quad i = [x, y, z]. \quad (\text{III.3.2})$$

Dans un écoulement fermé, la moyenne d'ensemble de la vitesse est donc nécessairement nulle $\langle v(\mathbf{X}(t))_i \rangle = 0, \forall i$. Le calcul classique ne permet donc pas de soustraire la contribution de l'écoulement à chaque trajectoire et les valeurs rms en sont faussées. La figure III.15 présente l'évolution des valeurs rms de la vitesse et de l'accélération en fonction du diamètre des particules légères dans l'eau pour le calcul classique lagrangien (en haut) et pour le conditionnement eulérien (en bas). Nous constatons très clairement le biais dû à la contribution de l'écoulement moyen qui intervient comme des fluctuations pour l'estimation lagrangienne (figures III.15(a-b)) alors qu'elle est soustraite pour le conditionnement eulérien-lagrangien (figures III.15(c-d)). La taille des particules ne semble pas affecter ce biais, qui est de l'ordre de 25%, en cohérence avec le fait que l'écoulement moyen des particules ne dépend pas de leur taille. L'accélération moyenne ne possède pas une structure aussi marquée que la vitesse, mais le biais qu'elle apporte est tout aussi considérable.

En regardant les données dans le système de coordonnées polaires (z, r, θ) , où la vitesse moyenne selon θ est beaucoup plus forte que dans les autres directions, nous observons une composante $v_L^{\theta,rms}$ très supérieure aux deux autres composantes, alors que l'anisotropie classique entre les composantes transverses et la composante axiale attendue dans un écoulement de von Kármán est retrouvée avec le conditionnement eulérien-lagrangien [39].

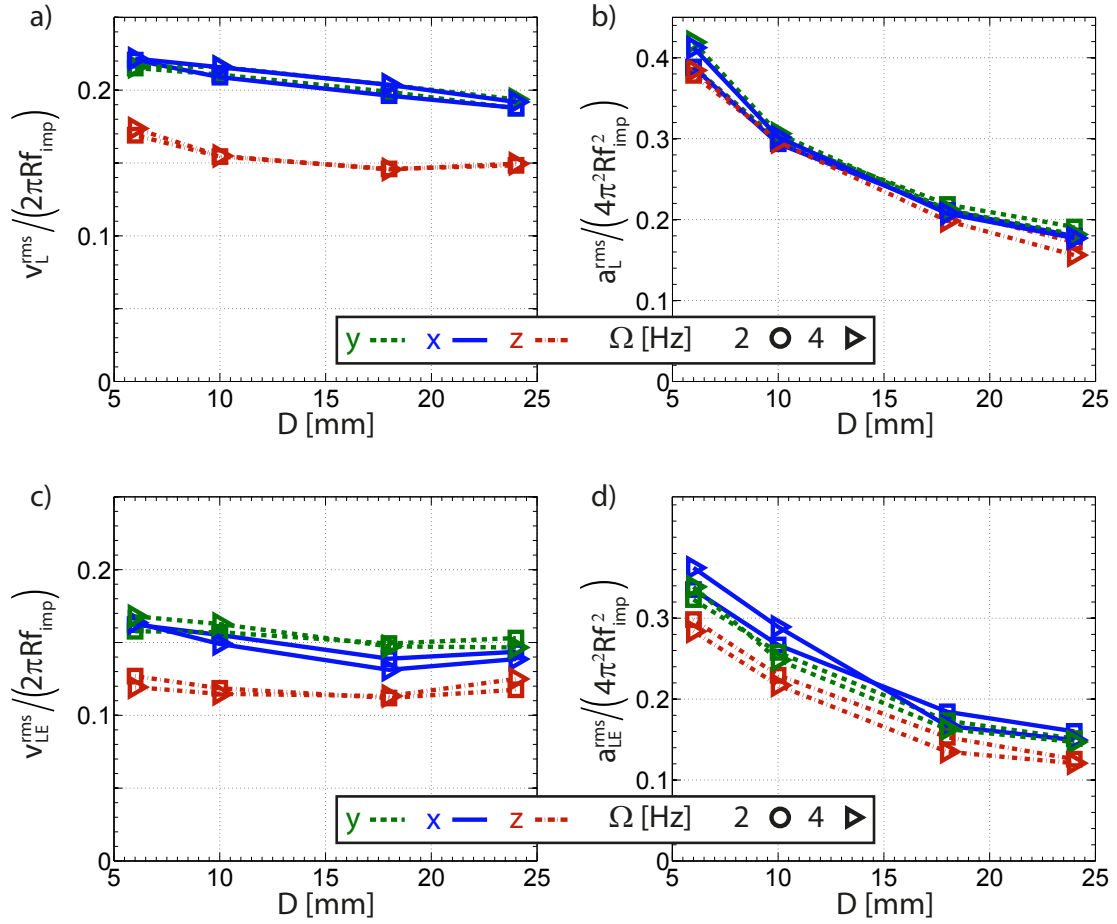


FIGURE III.15 – a-b) Évolution des valeurs rms calculées avec la méthode lagrangienne en fonction du diamètre des particules D pour la vitesse $v_L^{i,rms}/U$ (a) et l'accélération $a_L^{i,rms}/A$ (b). c-d) Calcul avec le conditionnement eulérien-lagrangien (intégration pondérée par la PDF 2D de position des cartes des fluctuations) pour $v_{EL}^{i,rms}/U$ (c) et $a_{EL}^{i,rms}/A$ (d). Les expériences sont effectuées avec des particules légères dans l'eau à $\Omega = 2$ et 4 Hz.

B) Densités de probabilité de la vitesse

Dans un écoulement fermé, avec une structure à grande échelle, il est donc nécessaire de soustraire la contribution de l'écoulement moyen pour le calcul des fluctuations afin d'obtenir leurs valeurs réelles.

Décomposition des vitesses

Une fois la séparation faite en vitesse moyenne et fluctuante, il est possible de calculer leurs densités de probabilité calculées sur l'ensemble des trajectoires $(\langle \mathbf{v} \rangle_{ext}(\mathbf{X}(t)))_{j=1\dots N}$ et $(\mathbf{v}'(\mathbf{X}(t)))_{j=1\dots N}$. La figure III.16 présente ces PDF pour une bille légère de 6 mm dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz selon les directions transverse x et axiale z . Nous constatons que les PDF de vitesse fluctuante présentent des formes similaires à celles de traceurs lagrangiens au centre du dispositif de von Kármán [76, 80] : gaussiennes pour les directions transverses et légèrement triangulaires pour la composante axiale. Les formes des distributions de vitesses moyennes semblent assez intuitives, elles sont assez plates dans une certaine gamme puis chutent brutalement.

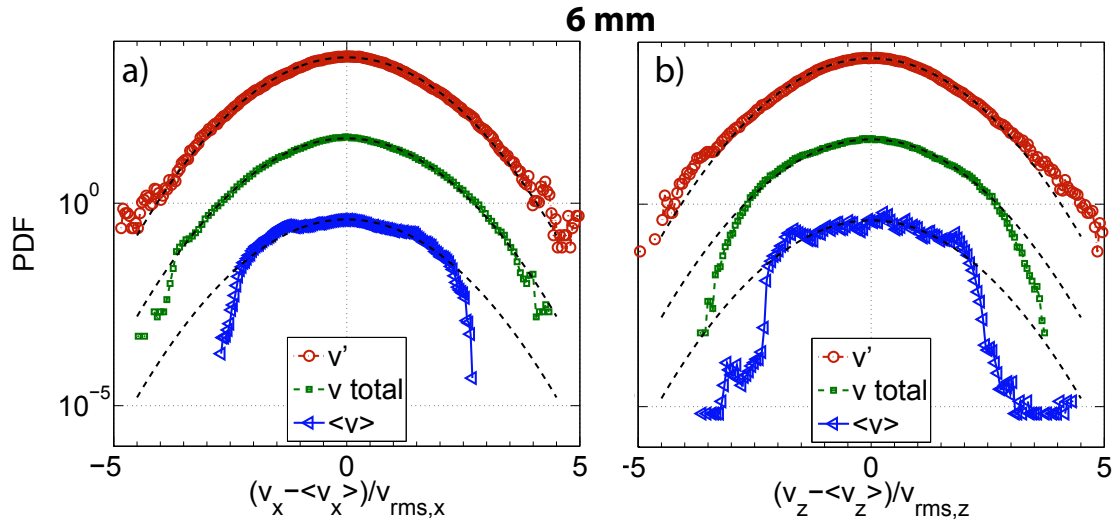


FIGURE III.16 – PDF réduites et centrées des vitesses transverses x (a) et axiales z (b) pour une bille légère de 6 mm dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz. Les vitesses totales et moyennes sont successivement décalées d'un facteur 100 pour plus de visibilité par rapport aux vitesses fluctuantes.

Évolution des PDF avec D , Re et β

Nous nous intéressons à l'évolution des PDF de vitesse fluctuante avec la taille des particules. Les vitesses axiales, dont les distributions ne sont pas les plus modifiées avec la décomposition, ne semblent pas évoluer avec D (figure III.17(a)). Elles n'évoluent pas non plus avec un changement de nombre de Reynolds dans la gamme pleinement développée, ni avec un changement de rapport de densité. Ce n'est pas le cas pour les composantes transverses. En effet, lorsque la taille des particules augmente, nous observons que les PDF ont un cœur gaussien avec des ailes qui se détachent (figure III.17(b) et (c)). Ces ailes sont exponentielles et apparaissent pour des vitesses supérieures à 3 fois la valeur rms.

Cette caractéristique est assez surprenante, il convient donc d'identifier les trajectoires qui contribuent à ces ailes, ce que nous faisons en cherchant les trajectoires contenant des événements de magnitude supérieure à 3 fois la valeur rms de la vitesse fluctuante

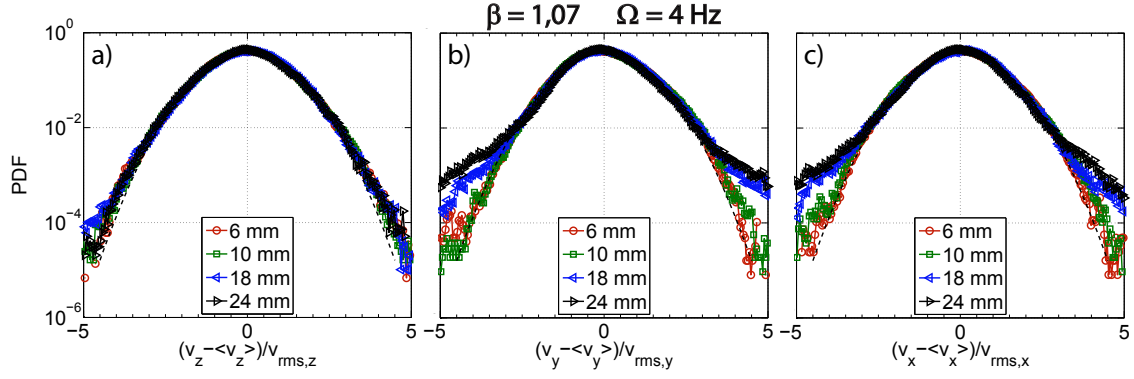


FIGURE III.17 – PDF réduites et centrées des vitesses fluctuantes axiales z (a) transverses y (b) et x (c) pour des billes légères de différents diamètres dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz.

(valeur pour laquelle les ailes se détachent). Nous observons que tous ces événements de fluctuations extrêmes correspondent également à des valeurs extrêmes de la vitesse totale, qui sont en fait amplifiés par la soustraction de l'écoulement moyen. En effet, l'observation de ces trajectoires montre qu'elles correspondent à des particules qui se déplacent à contre-courant par rapport à la moyenne statistique locale. L'apparition de ces grandes fluctuations est donc due au temps de réponse des particules à l'écoulement. Si, statistiquement, de telles particules ont une vitesse moyenne locale bien définie, les trajectoires passant à une position donnée peuvent présenter des valeurs de vitesse très différentes de cette moyenne, du fait de l'inertie des particules.

La figure III.18 montre toutes ces trajectoires pour les billes légères de 18 mm dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz, qui correspondent à un peu moins de 4% du nombre total de trajectoires, et se situent globalement dans la zone d'exploration préférentielle, dans des tranches de l'écoulement définies par $\|z\| \geq 3$.

Le temps de réponse des particules est également affecté par le rapport de densité, en plus de la taille des particules. Nous constatons en effet une augmentation des ailes sur les deux composantes transverses entre les billes isodenses et les non-isodenses (figure III.19(a)). Par ailleurs, nous observons que la composante transverse horizontale x est légèrement asymétrique, ce qui est encore plus visible pour $\Omega = 2$ Hz (figure III.19(b)).

Il est possible d'observer cette asymétrie en observant les PDF de la vitesse fluctuante conditionnées par des valeurs particulières de la vitesse moyenne locale, à savoir si elle est positive, nulle ou négative (figure III.20(a)). Comme nous l'avons expliqué précédemment, les ailes correspondent à des événements où la particule se déplace à contre-courant : l'aile positive apparaît pour une vitesse moyenne locale négative et inversement. Il est difficile de commenter l'asymétrie sur ces PDF conditionnées, nous calculons donc la skewness (coefficient de dissymétrie), définie comme le troisième moment centré et normalisé par la variance élevée à la puissance $3/2$:

$$S_i = \frac{\langle (v_i - \langle v_i \rangle)^3 \rangle}{(\langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle)^{3/2}} \quad i = [x, y, z] \quad (\text{III.3.3})$$

Plutôt que de calculer la skewness de la distribution totale, nous échantillonnons la vitesse moyenne puis calculons la skewness de la vitesse fluctuante correspondant à chaque échantillon de la vitesse moyenne. Le résultat de ce calcul apparaît sur la figure III.20(b) pour les particules lourdes et légères dans l'eau de 6 et 18 mm à $\Omega = 2$ et 4 Hz. Ainsi calculée, une skewness toujours positive signifie que la PDF complète de la vitesse fluctuante

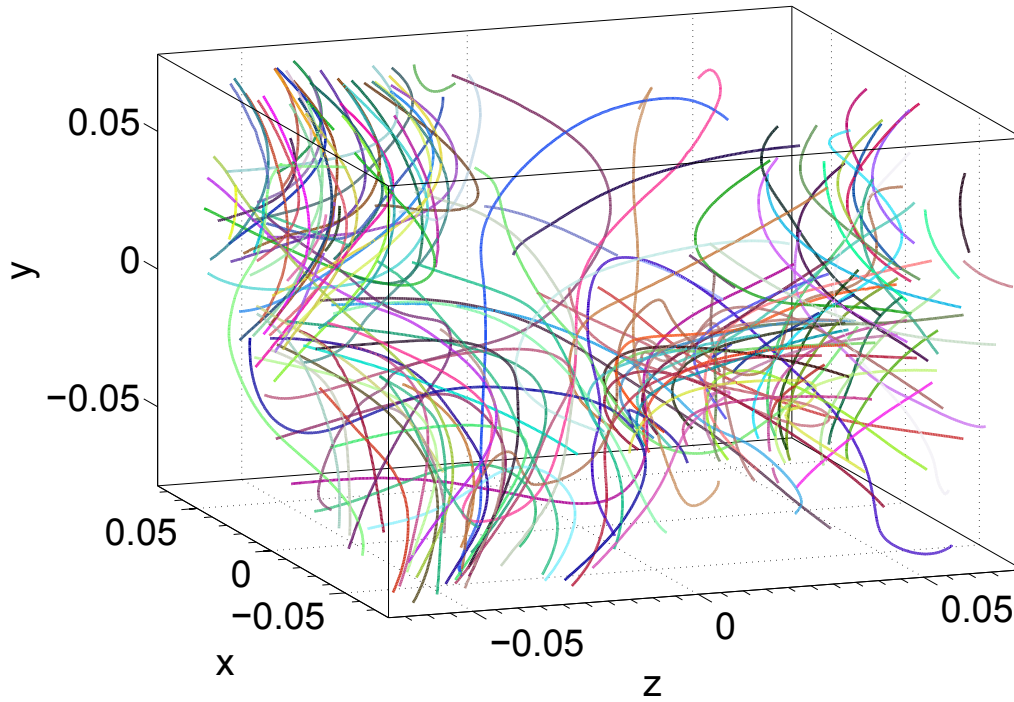


FIGURE III.18 – Trajectoires contribuant aux ailes élargies des PDF de la vitesse fluctuante observées sur la figure III.17. Billes légères de 18 mm dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz.

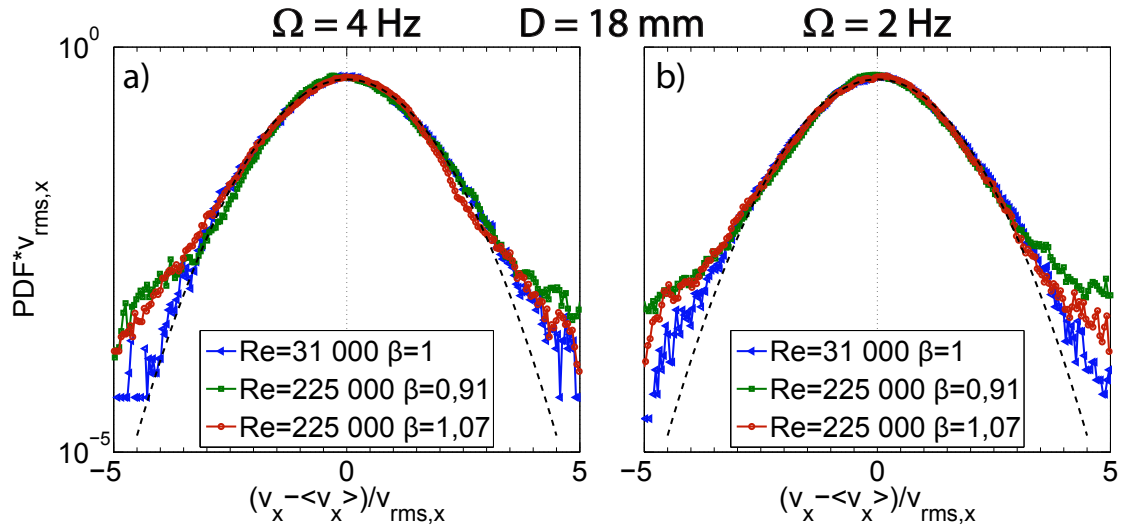


FIGURE III.19 – PDF réduites et centrées des vitesses fluctuantes transverses x pour des billes de 18 mm de différentes densités et à différents Reynolds à $\Omega = 4$ Hz (a) et 2 Hz (b), en turbulence développée.

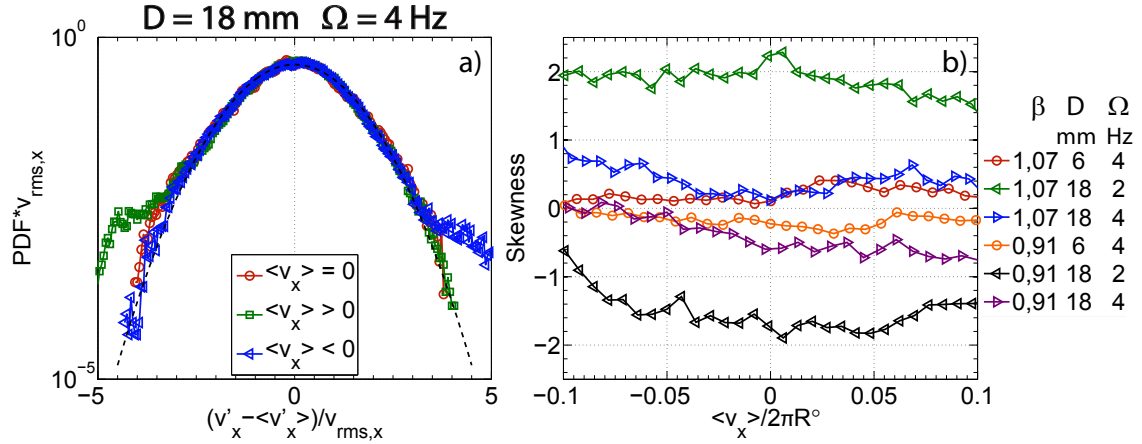


FIGURE III.20 – a) PDF réduites et centrées des vitesses fluctuantes transverses x pour des billes légères de 18 mm à $\Omega = 4$ Hz conditionnées selon les valeurs de $\langle v_x \rangle$ par rapport à 0. b) Skewness de v'_x conditionnée sur la valeur de $\langle v_x \rangle$ pour différentes densités, fréquences de rotation et tailles de particules.

est asymétrique vers les valeurs positives. Si la skewness est positive uniquement pour les vitesses moyennes négatives, cela implique que seule la PDF de la vitesse fluctuante conditionnée aux vitesses moyennes négatives est asymétrique. Nous constatons que les petites particules présentent toujours des distributions symétriques (et sans ailes), comme attendu. A basse fréquence de rotation, les PDF des grosses billes légères sont asymétriques vers les valeurs positives de la vitesse transverse horizontale, à l'opposé des billes lourdes. Cette tendance forte à basse vitesse est plus faible à 4 Hz et n'est valable que pour les valeurs négatives de vitesse moyenne pour les billes légères et positives pour les billes lourdes. Nous notons que les résultats sur les PDF conditionnées et sur la skewness sont similaires selon la composante transverse y (non montré).

Influence de la gravité

Il devient évident qu'un autre phénomène vient s'ajouter au temps de réponse : la gravité. En effet, elle peut perturber légèrement les trajectoires en les contraignant parfois dans un plan horizontal. La gravité n'affecte donc pas uniquement la composante selon son axe (y) comme l'intuition le laisserait penser, mais aussi la composante transverse horizontale x . Il est nécessaire d'observer la structure de l'écoulement pour comprendre son effet.

Pour observer l'exploration des particules selon x et y , nous nous plaçons dans le plan (x, y) , et nous découpons l'écoulement en trois tranches : $z < -3$ cm, $\|z\| < 3$ cm et $z > 3$ cm. La figure III.21(b-d) présente les PDF 2D de la position de particules de 18 mm à 2 Hz dans la tranche $z < -3$ cm selon leur rapport de densité : $\beta = 1.07$ (b), $\beta = 0.91$ (c) et $\beta = 1$ (d). Ces cartes sont à comparer au champ de vitesse moyenne sur la figure III.21(a), obtenue pour une particule lourde de 18 mm à $\Omega = 4$ Hz (nous rappelons que la vitesse moyenne ne dépend pas de D , Ω ou β). La structure moyenne est composée de la cellule toroïdale (flèches) et du pompage poloïdal (couleurs). Par ailleurs, les fluctuations, non montrées ici, sont quasiment homogènes, seule une structure en "x" semble se détacher légèrement pour la norme des fluctuations, dans les deux tranches extérieures.

Nous constatons que les billes légères se situent plus souvent du côté droit tandis que les billes lourdes sont plus souvent à gauche (figure III.21(c-d)). Les billes isodenses se situent quant à elles sur un tore, indépendamment de y (figure III.21(b)). Ceci n'est

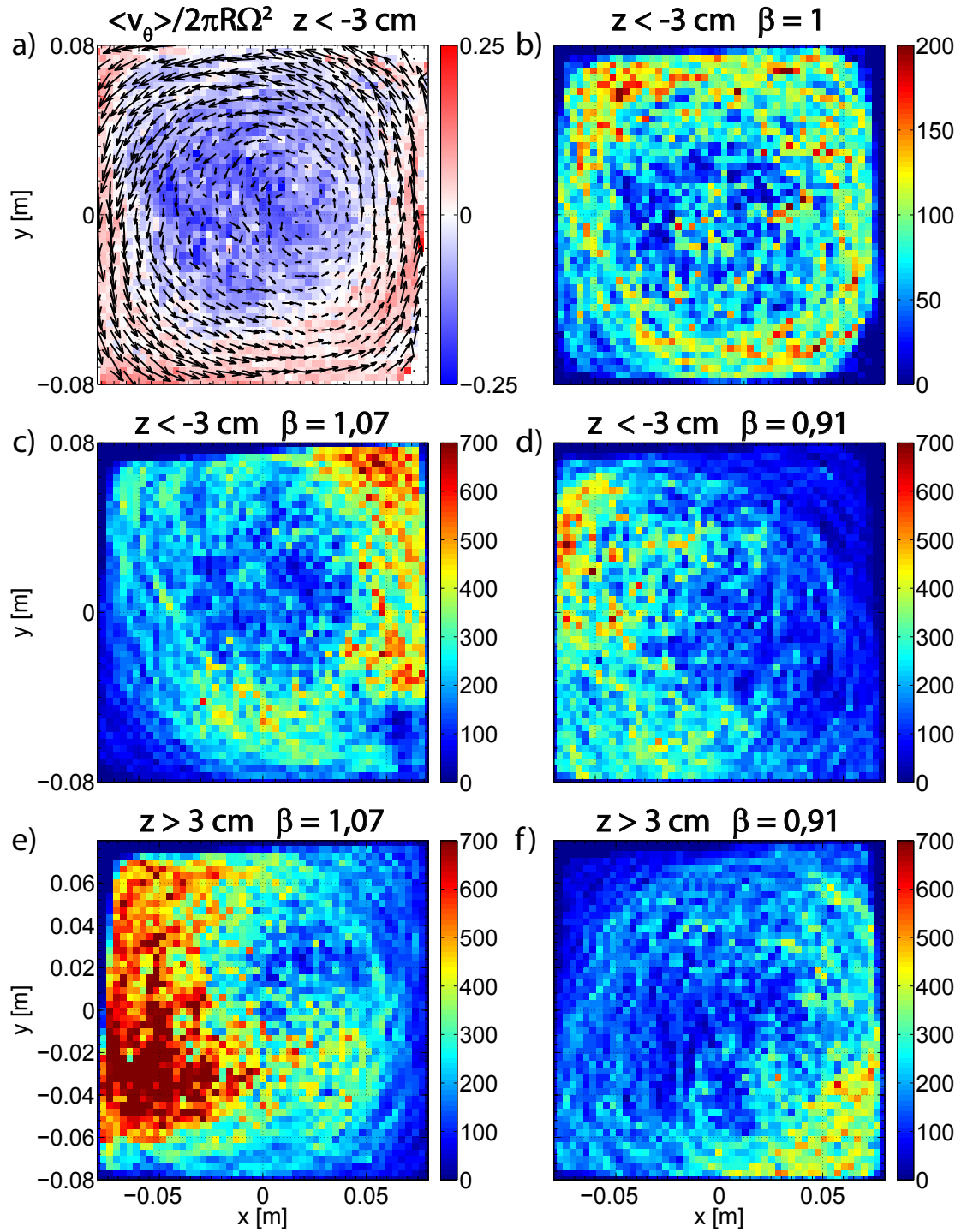


FIGURE III.21 – a) Carte de vitesse moyenne radiale (couleurs) et transverse (flèches) dans le plan (x, y) pour $\|z\| \leq -3$ cm pour des billes lourdes de 18 mm à $\Omega = 4$ Hz. La carte ne dépend pas de D , Ω ou β , et les vitesses sont exactement opposées dans la tranche $z \geq 3$ cm (symétrie $R_\pi(Oy)$). b-f) PDF de position 2D selon x et y dans une tranche de l'écoulement $z \leq -3$ cm (b-d) et $z \geq 3$ cm (e-f), pour des billes isodenses (b), lourdes (d et f) et légères (c et e) à 2 Hz.

pas un effet trivial de la gravité, les billes légères ne sont pas plus en haut et les billes lourdes plus en bas. Par ailleurs, dans la tranche $z \geq 3$ cm, les zones préférentielles sont inversées pour ces billes (figure III.21(e-f)), et les billes isodenses montrent à nouveau une exploration assez homogène. Dans cette tranche, les vitesses moyennes sont exactement opposées, ce qui correspond à l'invariance d'une rotation d'angle π autour de l'axe (Oy) (symétrie $R_\pi(Oy)$) connue dans les écoulements de von Kármán.

Pour résumer, les particules légères explorent préférentiellement les zones où la vitesse moyenne locale selon y est négative (quelle que soit la tranche) et les billes lourdes les zones où cette vitesse est positive. Ceci est en cohérence avec les asymétries positives et négatives respectivement trouvées pour les PDF de vitesse des billes légères et lourdes (figure III.19). Comme une bille légère se trouve plus souvent dans une zone de vitesse moyenne négative, les trajectoires à contre-courant qui participent à l'aile droite sont plus fréquentes, et inversement pour les particules lourdes. Nous pouvons donc supposer que ces ailes apparaissent plutôt du fait d'un retard à l'écoulement que sous l'effet de fluctuations réelles plus fortes selon les régions explorées.

L'origine de l'asymétrie et des ailes des PDF de vitesse fluctuante, et l'émergence de zones préférentielles dans le plan (x, y) peuvent être expliquées en supposant qu'elles sont dues à l'augmentation de la vitesse de sédimentation des particules lorsque leur différence de densité ou leur taille augmente. En effet, l'asymétrie est due au fait que la gravité aide à contraindre la dynamique des particules dans des zones particulières qui dépendent de leur densité. Nous pouvons comparer la magnitude de l'écoulement moyen U et une vitesse de sédimentation v_g . Nous l'obtenons en égalant la force d'Archimède, qui dépend d'un terme de gravité $\Delta\rho_p g$, et la force de traînée turbulente :

$$v_g = \frac{\Delta\rho_p}{\|\Delta\rho_p\|} \sqrt{\frac{\Delta\rho_p}{\rho_p} g D}. \quad (\text{III.3.4})$$

Il apparaît en effet que v_g a un signe qui dépend de $\Delta\rho_p$ et le rapport v_g/U évolue de la même façon que la skewness de v'_x : il augmente en valeur absolue avec $\Delta\rho_p$ (ou β), mais aussi quand la taille des particules augmente ou que la fréquence de rotation diminue. Ainsi, cette vitesse vaut par exemple $0,15 \text{ m.s}^{-1}$ pour une particule lourde de 18 mm, ce qui est inférieur à la vitesse de forçage $U = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$ pour $\Omega = 2 \text{ Hz}$. Cependant, la vitesse moyenne des particules vaut environ 40% de cette valeur ($0,5 \text{ m.s}^{-1}$), ce qui peut donner des vitesses comparables par moment.

Cet argument peut également indiquer les zones préférentielles pour les billes selon leur densité. En effet, ces particules explorent préférentiellement des zones stables, où la vitesse moyenne et la vitesse de sédimentation sont opposées. Ces zones stables, issues de la compétition entre une vitesse de sédimentation et l'écoulement moyen, respectent donc la symétrie $R_\pi(Oy)$ de l'écoulement de von Kármán car la gravité est alignée selon y qui est invariant par cette symétrie. Leurs positions selon x sont par ailleurs inversées selon le signe de $\Delta\rho$ du fait de la forme de l'écoulement moyen. Ces observations sont résumées sur la figure III.22, qui indique en 3D ces zones pour les particules selon leur rapport de densité.

Pour conclure, la décroissance des fluctuations pour les grosses particules fait apparaître des zones privilégiées au sein des zones préférentielles, du fait d'un effet de sédimentation, qui n'apparaît que pour des magnitudes de vitesse des particules suffisamment faibles. Les particules ont un comportement différent dans ces zones par rapport à celui dans le cœur de l'écoulement, leur vitesse étant moins alignée avec la vitesse moyenne locale.

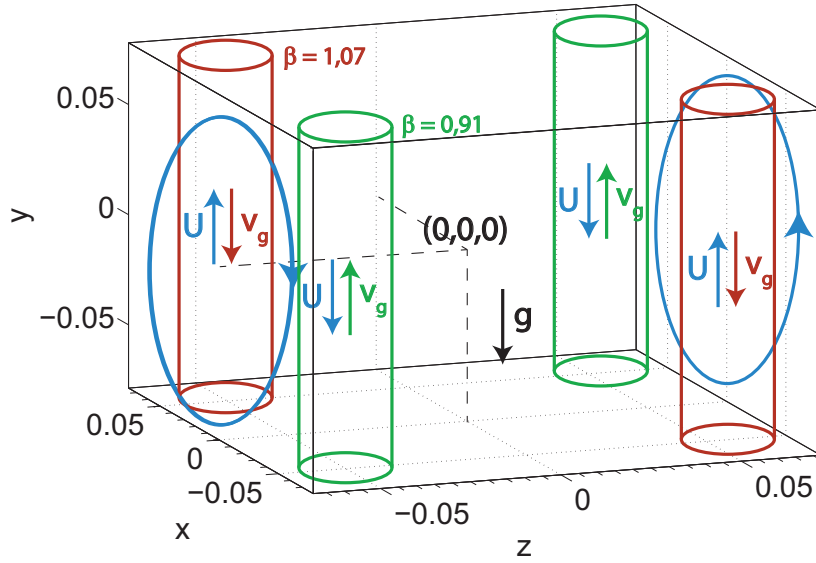


FIGURE III.22 – Schéma des zones stables selon (x, y) pour les grosses billes pour les deux rapports de densité β considérés. Ces zones conduisent à une exploration préférentielle seulement pour des billes suffisamment grosses et à vitesse de rotation modérée (2 Hz) et elle respecte la symétrie $R_\pi(Oy)$ de l'écoulement de von Kármán.

C) Fonctions d'auto-corrélation de la vitesse

Évolution avec la taille des particules

Pour pouvoir mesurer les corrélations de la vitesse d'une grosse particule, il faut la suivre sur des temps tels que la particule aura eu le temps d'explorer une fraction significative du volume de mesure. Cependant, les corrélations de la vitesse totale sont biaisées par la présence de la structure à grande échelle, comme le montre la figure III.23(a), où les courbes selon les différents diamètres ne sont pas ordonnées clairement, au contraire du cas de l'accélération (figure III.4). Au bout d'un certain temps, les fonctions se croisent puis viennent osciller autour de 0, leur intégrale étant nécessairement nulle puisque la valeur rms de la position est finie, du fait du confinement dans le dispositif. Nous pouvons, comme précédemment, soustraire la vitesse moyenne locale afin de calculer les fonctions de corrélation de la vitesse fluctuante. Dans ce cas, le biais dû à la structure disparaît : les fonctions sont clairement ordonnées selon la taille des particules, de façon similaire à l'accélération, et elles viennent toutes tangenter 0 aux temps longs (figure III.23(b)).

Temps de corrélation de la vitesse fluctuante

A partir des fonctions de corrélation de la vitesse fluctuante, nous pouvons définir des temps de corrélation. Il est usuel de les définir à l'aide de l'intégrale jusqu'au passage à 0 comme pour l'accélération. Cependant, comme les temps de la vitesse sont plus longs, nous préférons les définir à l'aide de l'intégrale jusqu'au passage à 50% pour assurer une statistique complètement convergée. La figure III.24(a) présente l'évolution de ces temps en fonction de la taille de particules légères dans l'eau à 4 Hz. Nous constatons une évolution cohérente avec l'évolution des valeurs rms de la vitesse : les temps augmentent avec D , surtout pour les composantes transverses, et l'anisotropie est forte. Les temps de corrélation sont correctement normalisés par la fréquence de rotation des disques Ω .

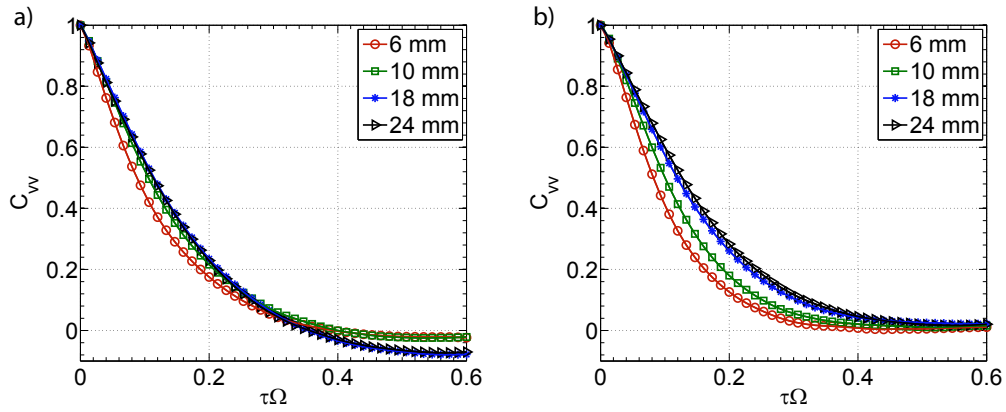


FIGURE III.23 – Fonctions d'auto-corrélation normalisées de la vitesse totale (a) et fluctuante (b) selon la composante transverse x , pour des particules légères dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour la lisibilité.

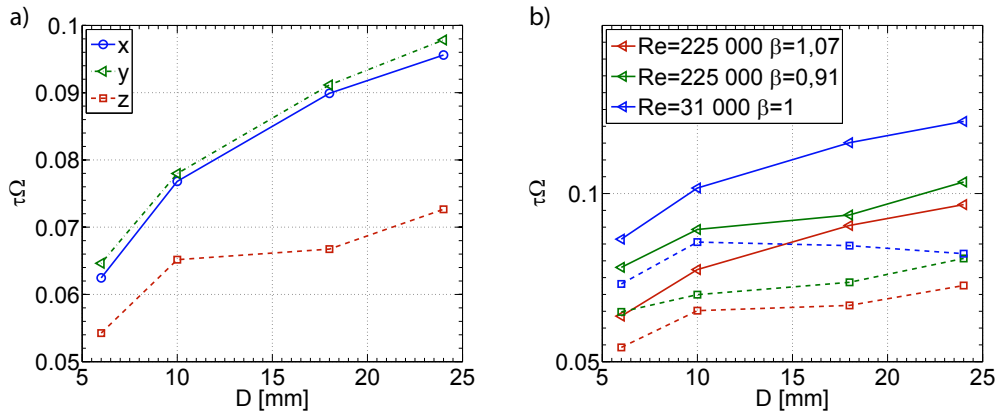


FIGURE III.24 – a) Temps de corrélation (définis par l'intégrale jusqu'au passage à 50%) de la vitesse fluctuante pour des particules légères dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz en fonction de leur diamètre et selon les trois composantes. b) Temps de corrélation de la vitesse fluctuante pour les différentes densités et Reynolds en fonction du diamètre, selon la composante axiale et la composante transverse moyenne ($\tau_v^t = (\tau_v^x + \tau_v^y)/2$).

Les temps de corrélation de la vitesse, quelles que soient les conditions, sont légèrement plus grands que ceux de l'accélération, sachant qu'ils seraient encore plus grands s'ils étaient définis sur l'intégrale jusqu'au passage à 0 comme pour l'accélération. Nous notons en moyenne $\tau_a^{100\%}\Omega \simeq 0,05$ et $\tau_v^{50\%}\Omega \simeq 0,075$, les conclusions par rapport aux échelles de temps de Kolmogorov et intégrale sont donc sensiblement les mêmes (section III.1.C)). Par ailleurs, nous pouvons comparer les temps de la vitesse trouvés à ceux de traceurs lagrangiens dans un dispositif très similaire [46] (de même rapport d'aspect mais de géométrie cylindrique) : les temps pour les grosses particules sont alors environ 2 fois plus long que ceux des particules fluides.

La figure III.24(b) présente l'évolution des temps de corrélation avec D des composantes transverse et axiale pour différents rapports de densité et nombres de Reynolds. Nous constatons qu'au contraire des valeurs rms de la vitesse, indépendantes de β , ces temps diminuent quand β augmente, les particules légères décorréant plus rapidement que les particules lourdes (de sorte que τ_a/β et τ_v/β sont quasiment indépendants de β). Bien que nous ne l'ayons pas abordé dans la section III.1, l'effet de β sur les temps de corrélation de l'accélération est similaire, comme ceci avait pu être observé pour de plus petites particules (par exemple [78]). Les particules légères sont un peu plus sensibles aux petites structures, du fait du terme de masse ajoutée (dont le poids vaut β), donnant lieu à une décorrélation de vitesse et d'accélération plus rapide. Par ailleurs, l'effet du nombre de Reynolds (ou de l'écart à l'isodensité) sur les temps de corrélation de v' est cohérent avec son effet sur les valeurs rms de v' : la magnitude de vitesse est plus faible et les temps de corrélation sont plus longs pour ($Re = 31\,000, \beta = 1$) que pour ($Re = 225\,000, \forall \beta$).

Retour sur le calcul des fonctions

Dans le cas de la dynamique des grosses particules dans l'ensemble de l'écoulement de von Kármán, il nous a semblé nécessaire de décomposer la vitesse totale afin de recouvrir la dynamique turbulente des particules. Cette soustraction permet d'enlever le biais apporté par la structure mais aussi de s'abstenir du choix de soustraire une moyenne temporelle ou d'ensemble pour le calcul, comme discuté précédemment dans la section III.1.C). Les mesures effectuées à Cornell (par exemple [51]) ont eu lieu dans une zone qui contient probablement un certain écoulement moyen au moins dans les coins du volume de mesure. Pour le calcul des fonctions de corrélation, c'est également une moyenne locale qui a été soustraite le long des trajectoires (point par point) ¶.

Pour le calcul des fonctions d'auto-corrélation, la décomposition de la vitesse en vitesse moyenne et fluctuante fait apparaître des termes croisés supplémentaires :

$$\begin{aligned} \langle v(t)v(t+\tau) \rangle &= \langle v'(t)v'(t+\tau) \rangle + \\ &\quad \langle \langle v \rangle(t) \langle v \rangle(t+\tau) \rangle + \\ &\quad \langle v'(t) \langle v \rangle(t+\tau) \rangle + \langle \langle v \rangle(t) v'(t+\tau) \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.3.5})$$

La figure III.25 présente les fonctions d'auto-corrélation non-normalisées pour les vitesses totale, fluctuante et moyenne pour des billes légères dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz, ainsi que ces termes croisés. Tout d'abord, nous constatons que les termes croisés, bien que non nuls et non symétriques, sont bien négligeables devant les autres termes, justifiant la décomposition faite ci-dessus. Bien que les trajectoires de la vitesse moyenne soient purement synthétiques, le fait que leur corrélation diminue lentement semble cohérent. Nous observons que la vitesse fluctuante des petites particules décorrèle plus vite que leur vitesse totale alors que, pour les grosses particules, elle décorrèle quasiment aussi vite.

¶. Communication privée de M. Bourgoin. Ce traitement n'est pas mentionné dans l'article [51].

Ceci peut s'expliquer dans le cadre de l'exploration préférentielle : les grosses particules ont tendance à être piégées d'un côté du dispositif, se déplaçant dans un tore avec une vitesse souvent proche de la vitesse moyenne. Comme la vitesse moyenne décroît sur des temps très séparés de ceux de la vitesse fluctuante, l'impact de soustraire la moyenne est alors plus faible.

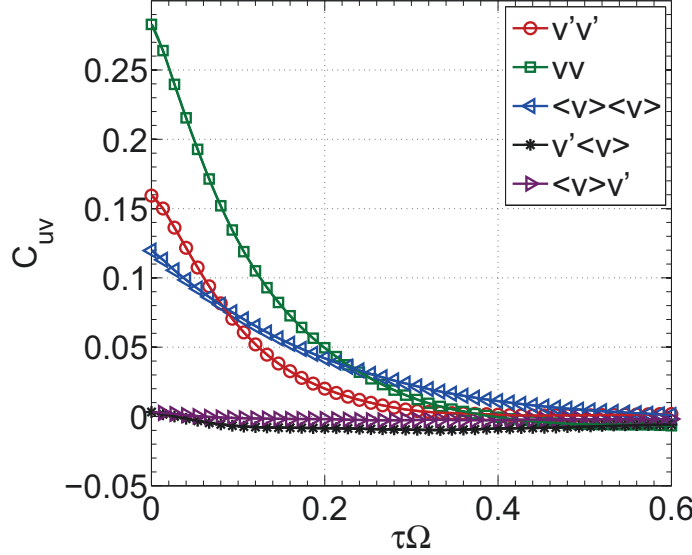


FIGURE III.25 – Fonctions d'auto-corrélation de la vitesse totale, fluctuante et moyenne et fonctions de corrélation croisées des vitesses fluctuante et moyenne, selon la composante transverse x , pour des particules légères de 6 mm dans l'eau à $\Omega = 4$ Hz. Fonctions non-normalisées, définies comme $C_{uv} = \langle (u(t) - \langle u \rangle)(v(t + \tau) - \langle v \rangle) \rangle$. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour la lisibilité.

Nous ne constatons aucun effet de la gravité sur les fonctions d'auto-corrélation de la vitesse fluctuante, car elles mettent en évidence essentiellement les mécanismes aux temps courts ($\tau\Omega \leq 0,2$).

Pour conclure, la soustraction d'une vitesse moyenne locale pour obtenir les statistiques des fluctuations de vitesse uniquement a permis de retrouver correctement certaines caractéristiques de la turbulence. Nous avons en effet pu démontrer un effet clair de la taille sur les corrélations de la vitesse fluctuante, et les PDF pour les plus petites particules ressemblent fortement à celles observées au centre d'un écoulement de von Kármán pour des particules fluides (par exemple [76, 80]). Cependant, lorsque l'inertie des particules est trop importante, par effet de taille ou par un écart à l'isodensité, les temps de réponse élevés entraînent un biais sur les statistiques à un point, qui vient remplacer le biais de la structure. Cependant, l'apparition de ce nouveau biais a permis de mieux comprendre la dynamique des grosses particules non-isodenses.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les statistiques lagrangiennes de particules dont la taille est proche de l'échelle intégrale, qui restent intermittentes malgré l'impact fort de la taille sur la magnitude et les échelles temporelles des fluctuations, notamment pour l'accélération. De plus, nous avons mis en évidence qu'à partir d'une certaine taille, les particules n'explorent plus l'écoulement de façon homogène, se situant préférentiellement dans des zones proches des disques. Cette exploration, qui ne semble dépendre que de la taille des particules, trouve son origine dans la structure moyenne de l'écoulement, qui est ressentie de la même façon par les particules, quel que soient leurs caractéristiques. Des arguments basés sur une compétition entre une force de piégeage due à cette structure et les fluctuations de l'accélération des particules semblent en effet indiquer une transition à mesure que la taille des particules augmente. Enfin, au vu de l'impact de cette structure sur la dynamique des particules, nous avons proposé une méthode pour séparer les effets de la turbulence de ceux du champ moyen. Cette technique permet tout d'abord de mettre en évidence l'inertie forte des particules de grande taille, qui ne suivent pas à tout instant l'écoulement moyen, mais qui au contraire présentent un nombre conséquent d'événements de vitesses opposées à cette moyenne. Par ailleurs, cette décomposition permet d'obtenir des corrélations de vitesse dont l'intégrale est non nulle, ce qui se rapproche des résultats observés pour des traceurs dans ce type d'écoulement, loin des parois, où le champ moyen est faible (par exemple [46]). Ces fonctions non biaisées par le confinement permettent de quantifier l'effet de la taille des particules sur les temps de corrélation des fluctuations de vitesse.

Chapitre IV

Vers le régime laminaire

Nous avons fortement suggéré que l’existence de l’exploration préférentielle était due à une compétition entre l’effet du champ moyen responsable du piégeage et les fluctuations turbulentes. Dans cette section, nous discutons des expériences effectuées dans des fluides à hautes viscosités (comprises environ entre 100 et 1 000 fois la viscosité cinématique de l’eau), ce qui correspond à des nombres de Reynolds inférieurs à 3300 (tableau II.2), limite en dessous de laquelle l’écoulement de von Kármán contra-rotatif n’est plus pleinement turbulent [61, 62]. Dans ces conditions, la structure de l’écoulement moyen est peu modifiée, tandis que les fluctuations turbulentes diminuent rapidement avec le nombre de Reynolds : l’écoulement devient laminaire. Dans ce régime, les particules fluides peuvent avoir une dynamique lagrangienne chaotique dû au caractère 3D de l’écoulement eulérien laminaire (sans fluctuation). Le centre du dispositif est un point de stagnation, instable, et il existe deux attracteurs situés sur les lignes neutres des cellules toroïdales contra-rotatives [35]. Des études numériques effectuées dans une géométrie de von Kármán ont montré que si des traceurs peuvent rester piégés indéfiniment au voisinage des attracteurs [35], des particules inertielles peuvent s’en échapper plus ou moins vite en fonction de leur temps de réponse [24].

IV.1 Transition de l’écoulement

De la compétition entre piégeage et fluctuation, nous nous attendons à ce que la dynamique des particules change fortement lorsque nous changeons le taux de fluctuation de l’écoulement dans la zone de transition à la turbulence développée.

Nous pouvons observer cette rupture de comportement entre les régimes laminaire et turbulent pour le fluide sur les mesures du taux de dissipation ε (figure IV.1(a)). Le taux d’injection d’énergie présente, quelle que soit la fréquence de rotation Ω , un coude pour des valeurs similaires du nombre de Reynolds. Afin de s’affranchir de la dépendance en fréquence, il est plus aisé de regarder l’évolution du couple adimensionné :

$$K_p = \frac{T}{\rho_f R^5 (2\pi\Omega)^2} = \frac{\varepsilon V}{R^5 (2\pi\Omega)^3}, \quad (\text{IV.1.1})$$

où T est le couple mesuré par le moteur, R le rayon des disques, Ω la fréquence de rotation, ρ_f la masse volumique, et V le volume de l’écoulement. Trois régimes se détachent sur la figure IV.1(b). Pour des nombres de Reynolds inférieurs à 300, l’évolution de K_p suit une loi de puissance qui correspond au régime laminaire. Puis pour $Re = [300 - 2060]$, un régime intermédiaire apparaît, marquant la transition à la turbulence. Enfin, pour $Re > 2060$, K_p tend vers une constante dans le régime de turbulence développée (où

$\varepsilon \sim \Omega^3$, comme défini dans le chapitre II). Ces observations sont en cohérence avec l'étude de François Ravelet [61, 62], dans le cas d'un écoulement de von Kármán cylindrique avec des disques à pales courbées utilisés dans le sens (−) (le “dos de la cuillère” pousse le fluide), les valeurs des transitions étant légèrement modifiées.

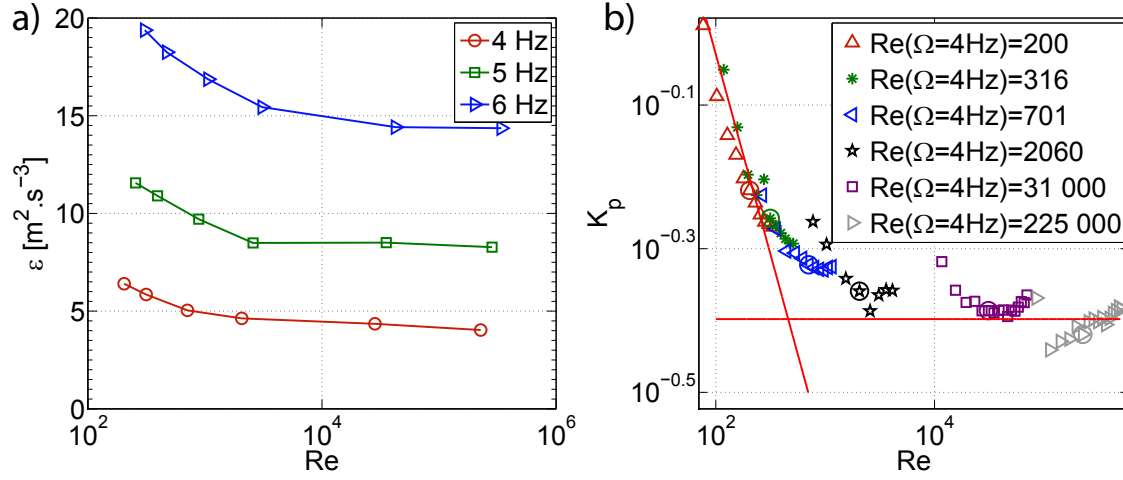


FIGURE IV.1 – a) Évolution de ε en fonction du nombre de Reynolds grande échelle $Re = UD/\nu$ pour différentes vitesses de rotation Ω . b) Évolution du couple sans dimension $K_p = \frac{\varepsilon V}{R^5(2\pi\Omega)^3}$ (équation IV.1.1) en fonction de Re pour différentes vitesses de rotation et viscosités. Les points entourés d'un cercle sont les mesures à 4 Hz pour chaque fluide.

En résumé, les résultats présentés à $Re = 200$ et 316 correspondent sans ambiguïté au régime laminaire, $Re = 701$ marque le régime de transition, qui est presque terminé pour $Re = 2060$ (l'écoulement est presque complètement turbulent), tandis que les écoulements à $Re = 31\,000$ et $225\,000$ correspondent à une turbulence pleinement développée.

IV.2 Dynamique des particules

A) Vitesse globale

De la même façon que pour le régime turbulent, nous pouvons obtenir l'évolution des fluctuations de vitesse en fonction de la taille, aux différents nombres de Reynolds, avec un conditionnement eulérien-lagrangien. Puisque β n'affecte pas les vitesses rms, nous regroupons dans la figure IV.2 toutes les expériences à différentes viscosités, quel que soit β , pour observer l'influence du nombre de Reynolds, à tailles de particules fixes. Cette figure montre que, indépendamment de la taille ou des composantes, les fluctuations de vitesse augmentent avec le nombre de Reynolds vers un plateau pour les expériences dans l'eau ($Re = 225\,000$), qui n'est pas visible car une seule fréquence de rotation est tracée pour plus de lisibilité, mais qui existe puisque $v_{rms}/\Omega = cst$ (figure III.1(a))*. Nous constatons un changement de régime net entre les nombres de Reynolds inférieurs ou supérieurs à 1000, qui correspond au départ du régime laminaire vers la transition à la turbulence. Dans la deuxième partie de la courbe, nous constatons un agencement clair des courbes en fonction du diamètre des particules, notamment pour les composantes transverses, les

*. La différence de fluctuations entre $Re = 31\,000$ et $Re = 225\,000$ est due au fait que, au plus haut Reynolds, les particules ne sont pas isodenses, donnant une inertie plus forte qui fait apparaître des fluctuations supplémentaires.

petites particules ayant des fluctuations plus fortes, en cohérence avec les observations pour $Re \geq 31\,000$. Pour $Re \leq 316$, les valeurs rms ne semblent plus dépendre du diamètre des particules ou de la composante. A part pour ces Reynolds, les composantes transverses sont en effet toujours supérieures à la composante axiale, résultat bien connu pour les écoulements de von Kármán.

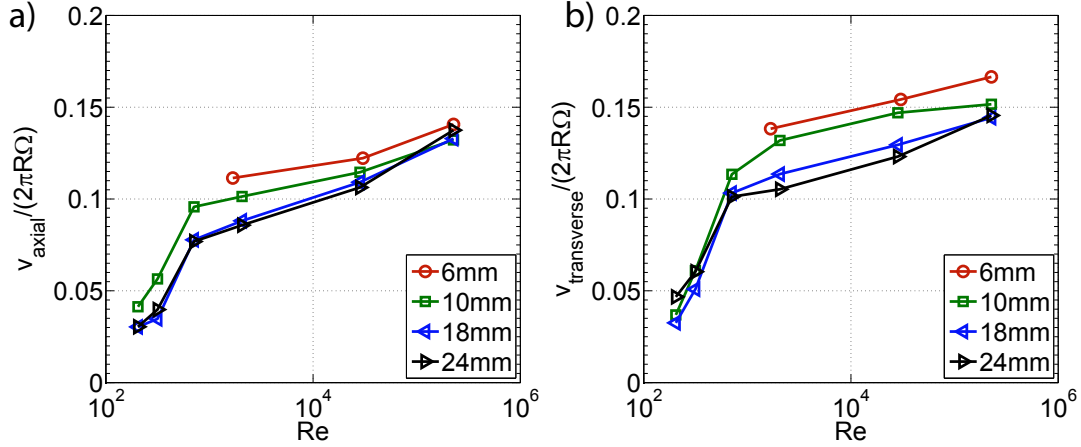


FIGURE IV.2 – Évolution des vitesses rms axiale (a) et transverse (b) en fonction de la viscosité pour différents diamètres de particules. La vitesse transverse est définie comme la moyenne des deux composantes transverses. Les valeurs rms sont issues du conditionnement eulérien-lagrangien (sans contribution de la structure).

Pour $Re \leq 316$, bien que l'écoulement soit laminaire, nous observons que la valeur rms de leur vitesse n'est pas nulle. Nous avons vérifié que cette propriété n'était pas due au bruit expérimental : lorsque nous divisons la fréquence d'échantillonnage par 2 pour calculer la vitesse, les valeurs rms ne changent pas, et elles restent un peu plus élevées que l'incertitude maximale de la vitesse ($\delta v = 0,05 \text{ m.s}^{-1} = 0,02U$) issue de l'incertitude de la position ($\delta x = 0,1 \text{ mm}$). L'origine de ces fluctuations de vitesse sera discuté par la suite (section IV.4).

Il n'y a pas de données pour les particules de 6 mm qui peuvent passer derrière les disques et y restent alors *ad vitam*, en rotation solide, ce qui explique l'absence de données les concernant sur les courbes précédentes (et suivantes).

Pour conclure, diminuer le nombre de Reynolds diminue fortement le niveau de fluctuation à travers un changement de régime non trivial. Il est donc important d'analyser la structure du champ de vitesse dans les différents régimes.

B) Structure du champ de vitesse

Nous avons vu précédemment (figure III.11) que diminuer le Reynolds d'un facteur 7 (de 225 000 à 31 000) n'affecte pas la structure de l'écoulement, ce qui est cohérent avec le fait que l'écoulement reste pleinement turbulent. Ce n'est pas non plus le cas pour le mélange eau-glycérol donnant une viscosité cinématique $110\nu_{\text{eau}}$, où le nombre de Reynolds ($Re = 2060$) se situe en dessous du seuil à la turbulence développée (non montré ici). Cependant, cette expérience est probablement dans la fin de la zone de transition (figure IV.1) et conserve donc certaines propriétés turbulentes. En effet, bien que l'amplitude des fluctuations de vitesse soit plus faible, le champ de fluctuation possède toujours une structure analogue à celle observée en turbulence développée à $Re = 225\,000$.

Lorsque le nombre de Reynolds diminue en dessous de 2060, non seulement le niveau de fluctuation ressentie par les billes diminue fortement, mais la structure de ces fluctuations se modifie, ce qui est illustré par la figure IV.3.

- $Re = 701$: la structure n'est que peu modifiée (à comparer avec la figure III.7(a)), seules les zones de fluctuations faibles sont plus étendues que dans le cas turbulent (dans les deux directions (r, z)).
- $Re = 316$: les fluctuations semblent beaucoup plus homogènes, comme si la structure avait été grossièrement lissée, seule la partie supérieure de la zone de cisaillement maintient un niveau de fluctuation vraiment supérieur.
- $Re = 200$: le niveau de fluctuation est très bas et presque totalement homogène, seules trois zones de fluctuations un peu plus élevées se distinguent, ce qui sera discuté par la suite.

Nous constatons que l'écoulement moyen vu par les grosses particules, même à très bas nombres de Reynolds, reste très proche de ce que serait l'écoulement eulérien turbulent. Cependant, par rapport à l'écoulement ressenti par les particules en turbulence, nous observons un niveau légèrement plus faible dans les tores et une petite déformation de la structure. Les cellules de recirculation semblent légèrement ellipsoïdales et les tores un peu plus allongés selon la direction transverse. Ces différences sont également visibles sur la figure IV.4(a). Pour cette coupe, le niveau maximal diminue avec le nombre de Reynolds, et la pente des profils en $z = 0$ est de plus en plus faible. Cependant, les observations peuvent varier légèrement selon l'endroit de la coupe, mais cette localisation résume la conclusion générale sur l'évolution des profils de vitesse avec le nombre de Reynolds. Cette variation plus lente entre les deux tores donne lieu à un cisaillement plus faible et donc à des fluctuations de vitesse moins importantes au centre du dispositif, comme le montre la figure IV.4(b). Le niveau de fluctuation diminue fortement avec le nombre de Reynolds et la forme des profils s'altère fortement à partir de $Re = 316$, présentant un niveau de fluctuation uniforme, ce qui sera discuté par la suite.

Pour conclure, la diminution du nombre de Reynolds modifie fortement la magnitude et la structure des fluctuations de la vitesse des billes sans changer dramatiquement l'écoulement qu'elles suivent en moyenne. Ce dernier se déforme légèrement par rapport au cas pleinement turbulent tout en conservant une amplitude similaire.

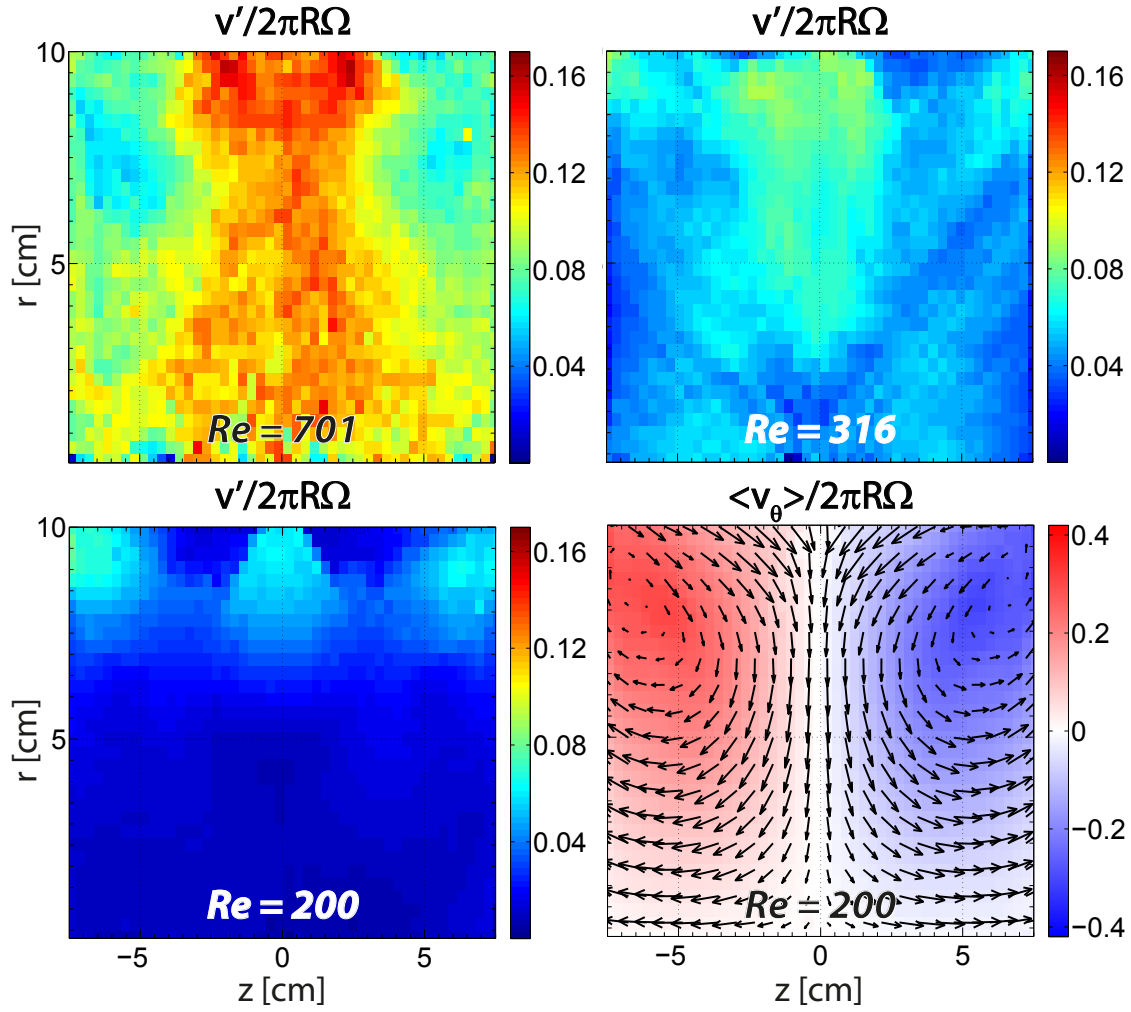


FIGURE IV.3 – Cartes de vitesse pour des particules de 10 mm dans les écoulements laminares à différents nombres de Reynolds. La carte en bas à droite correspond à la vitesse moyenne pour $Re = 200$ et les trois autres cartes représentent la norme des fluctuations, les nombres de Reynolds de l'écoulement étant décroissants dans le sens de lecture selon $Re = [701 ; 316 ; 200]$.

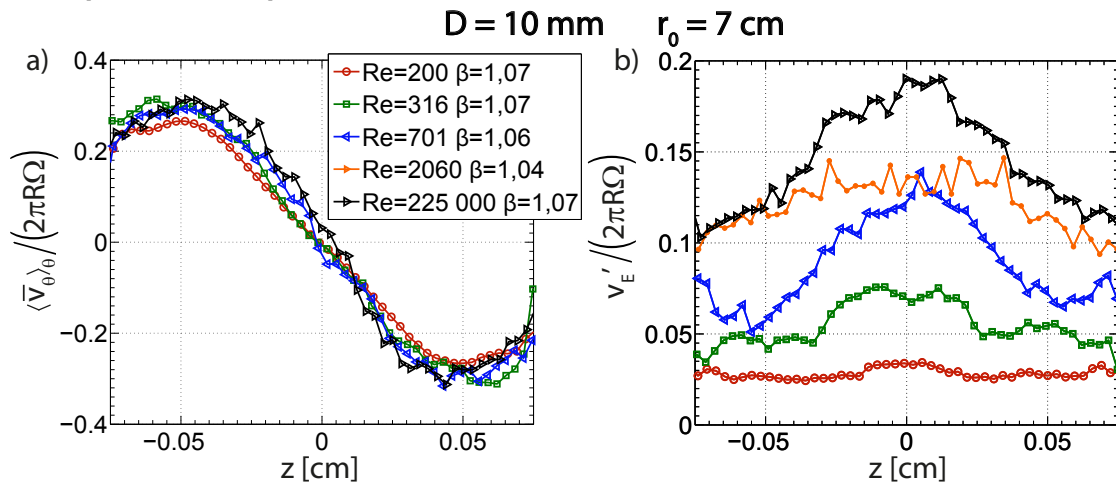


FIGURE IV.4 – Coupes longitudinales ($r_0 = 7$ cm) de la vitesse moyenne azimutale (a) et de la norme des fluctuations de vitesse (b) pour des billes de 10 mm à différents nombres de Reynolds. La forme des profils dépend de r pour les faibles nombres de Reynolds.

C) PDF de vitesse

La figure IV.5(a) présente les PDF réduites et centrées de vitesse totale selon x pour des billes de 18 mm à différents nombres de Reynolds, compris entre 200 et 225 000. Pour $Re \geq 2060$, les PDF ont une forme quasi-gaussienne, ce qui est attendu pour un signal turbulent. Pour des nombres de Reynolds plus faibles, il est clair que ces PDF représentent l'écoulement moyen, auquel s'ajoute un bruit corrélé de niveau faible ; les PDF de la vitesse totale ressemblent fortement à celles que l'on obtiendrait en reconstruisant la trajectoire d'une particule ne suivant que la composante moyenne de l'écoulement. En effet, les distributions sont presque plates puis s'effondrent brutalement ; elles montrent la présence de pics ou bosses, qui peuvent être associés à des oscillations comme nous pourrions attendre d'un système dynamique de basse dimension.

La figure IV.5(b) présente les PDF pour les mêmes trajectoires mais pour la vitesse fluctuante. Les distributions sont volontairement non-réduites afin de mettre l'accent une nouvelle fois sur la diminution brutale des fluctuations avec le nombre de Reynolds. Nous constatons en effet qu'obtenir une vitesse de $0,5 \text{ m.s}^{-1}$ est environ 1 000 plus rare à $Re = 316$ qu'en turbulence développée.

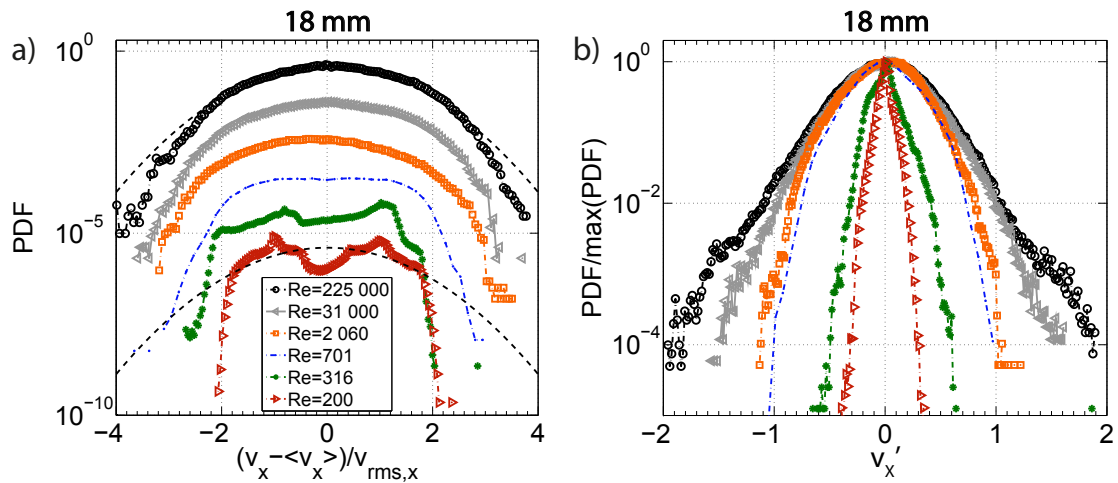


FIGURE IV.5 – PDF de la vitesse totale (réduite et centrée) (a) et fluctuante (brutes) (b) pour une bille de 18 mm à 4 Hz en fonction du nombre de Reynolds. Pour (a), les courbes sont successivement divisées d'un facteur 10 à mesure que le nombre de Reynolds diminue.

IV.3 Effet du nombre de Reynolds sur l'exploration préférentielle

La figure IV.6 présente l'évolution des PDF 2D de la position d'une particule de 18 mm pour des nombres de Reynolds inférieurs à 2060, qui sont très différentes des PDF dans le cas turbulent. A la limite de la transition laminaire-turbulente de l'écoulement ($Re = 2060$), la carte de position est assez similaire au cas turbulent, bien qu'une dépendance selon r semble apparaître, deux tores se détachant légèrement. Cette tendance est très accentuée pour $Re = 701$, qui possède une structure différente de vitesse fluctuante (figure IV.3) et moyenne (comme le montrent les coupes sur la figure IV.4(a)), la probabilité d'être dans ces tores est environ 500 fois plus forte que dans le cas de $Re = 2060$. Lorsque le nombre de Reynolds est très faible (316 ou 200), nous constatons que la particule est complètement piégée dans un tore d'un côté ou de l'autre du dispositif. Au contraire du cas turbulent, ces tores semblent coïncider avec le centre des vortex contra-rotatifs toroïdaux (voir figure IV.3(d)). Ils ont une section ellipsoïdale, de grand axe environ à 45° par rapport à l'horizontal. La probabilité de passer par le centre (pour aller dans le tore voisin) est tellement faible, que 170 acquisitions (de 28 secondes, soit environ 80 minutes et plus de 2 millions de valeurs de la position) n'ont pas suffi à obtenir des cartes symétriques, pour ces deux cas où l'écoulement est laminaire. En effet, le centre de l'écoulement est un point de stagnation pour la vitesse, instable même pour une particule fluide : il est donc très difficile à franchir avec des fluctuations faibles (et théoriquement impossible à franchir pour une particule fluide, sans fluctuation à ces valeurs de Re). A mesure que le nombre de Reynolds diminue, non seulement l'exploration préférentielle est plus accrue, mais elle se concentre de plus en plus au voisinage des tores. Ces tores, qui correspondent quasiment aux seules zones explorées, sont les deux zones (hors de la partie supérieure de la zone de cisaillement) où il y a des fluctuations pour les particules à $Re = 200$ (figure IV.4(c)).

Afin de comparer l'effet du nombre de Reynolds sur l'exploration de l'écoulement, nous nous tournons vers les PDF de la position axiale. La figure IV.7 présente les $PDF(z)$ pour une particule de 10 (a) et 18 mm (b) pour différents nombres de Reynolds à 4 Hz, toujours dans le cas de billes légères ($\beta \simeq 1,05$). Pour la bille de 10 mm, à part pour $Re = 200$, les PDF sont assez similaires d'un point de vue de la probabilité d'être sur les côtés, bien que cela soit difficile à observer car ces particules explorent une zone préférentielle plus large pour $Re = 701$ et 316. En revanche, le nombre de Reynolds le plus faible ($Re = 200$) donne une exploration préférentielle très marquée dans des zones plus resserrées, comme le montre le croisement des courbes. Pour une plus grosse bille, bien que l'asymétrie ne facilite pas l'observation des PDF, diminuer le nombre de Reynolds semble toujours augmenter l'exploration préférentielle.

La figure IV.8(a) résume ces observations dans un cadre plus simple et plus lisible. Elle présente la probabilité d'être dans les zones préférentielles, définie comme $\|z\| > 4$ cm, soit la moitié du volume d'étude. Ainsi $P > 0,5$ marque une exploration préférentielle. Nous constatons que pour ces billes, pour lesquelles β est environ constant, diminuer le nombre de Reynolds, soit, *a priori*, diminuer les fluctuations, augmente l'exploration préférentielle pour les grosses billes, jusqu'à un point où les billes sont piégées environ 90% du temps. Quelle que soit la taille, nous observons un changement de régime à la transition laminaire de l'écoulement, comme pour l'évolution des fluctuations de vitesse, confortant notre analyse. Il est étonnant de constater que l'effet du Reynolds n'arrive qu'aux plus faibles valeurs pour les particules de 10 mm, bien qu'elles aient des fluctuations plus fortes que les billes de 18 et 24 mm. Les modifications de l'exploration de ces billes selon le nombre de Reynolds sont probablement subtiles, et le fait de regarder les données à 1D

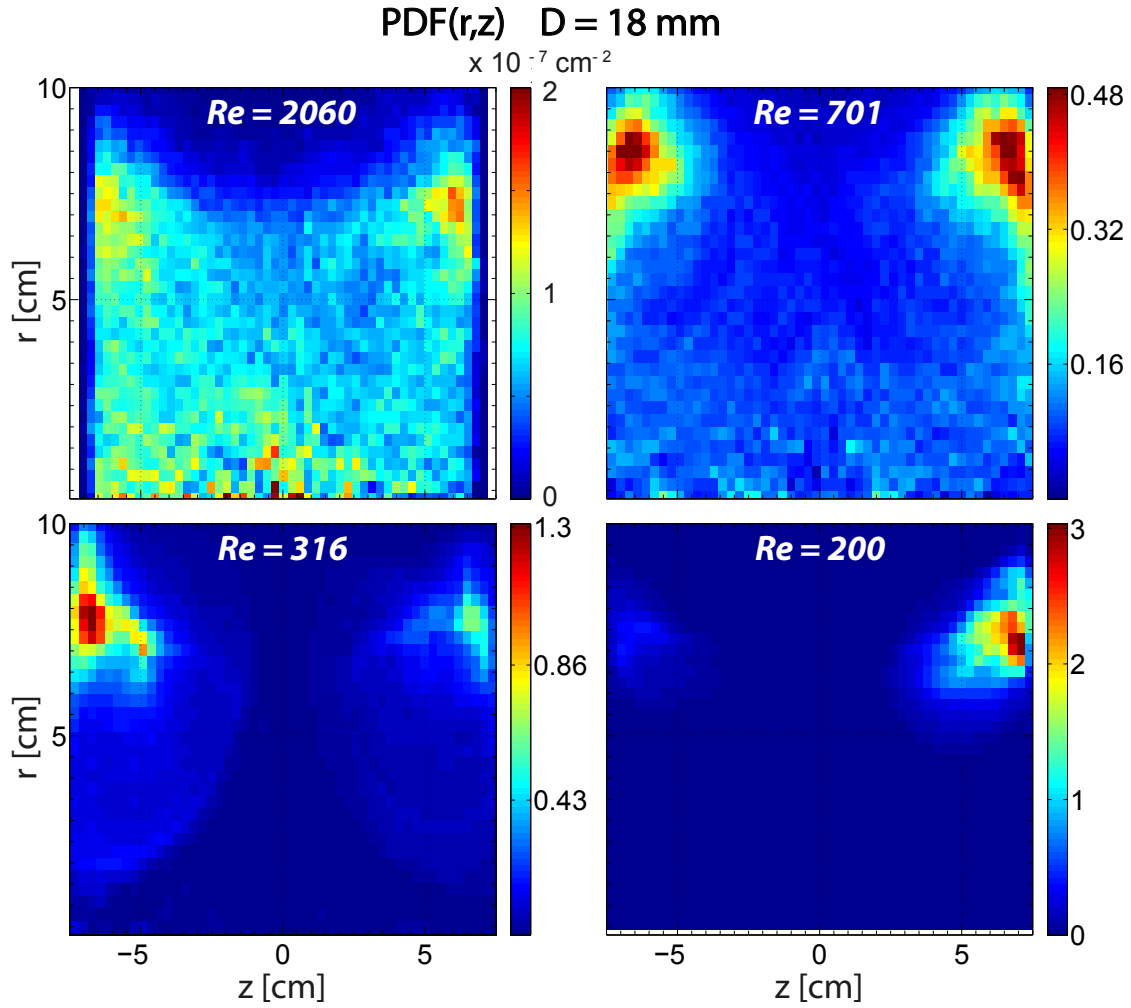


FIGURE IV.6 – PDF de position 2D pour une particule de 18 mm, légère ($\beta \simeq 1,05$) dans les écoulements laminaires à différents nombres de Reynolds (décroissants dans le sens de la lecture selon $Re = [2060; 701; 316; 200]$), pour une fréquence de rotation $\Omega = 4$ Hz. Les unités sont en cm^{-2} (soit un facteur 10^4 par rapport à la figure III.6).

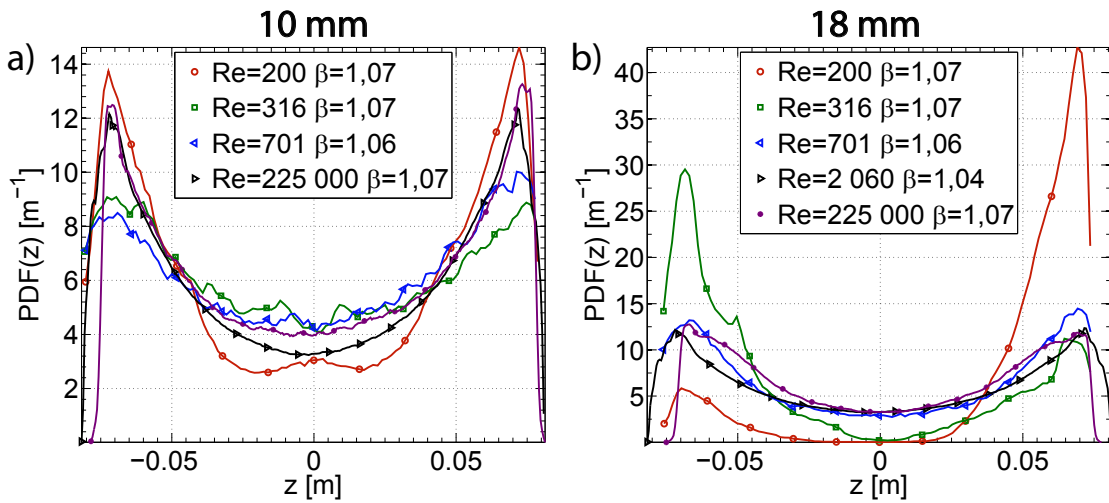


FIGURE IV.7 – PDF de la position axiale z pour une particule de 10 (a) et 18 mm (b), légère ($\beta \simeq 1,05$) dans les écoulements laminaires à différents nombres de Reynolds $Re = [225\,000; 2060; 701; 316; 200]$, pour une fréquence de rotation $\Omega = 4$ Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité.

ou 2D ne permettent peut-être pas de saisir ces changements, qui apparaissent clairement seulement lorsqu'ils sont très violents (à $Re = 200$).

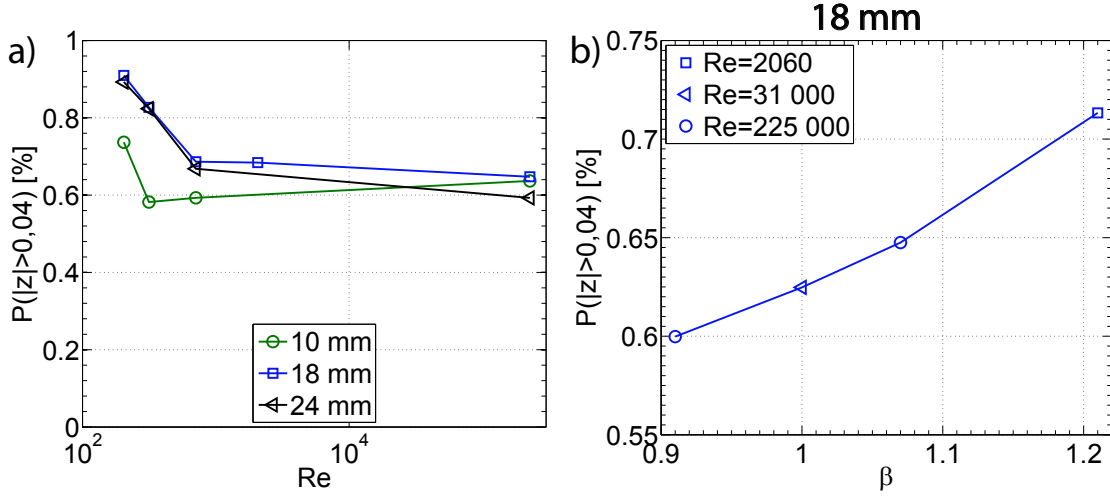


FIGURE IV.8 – a) Probabilité qu’une particule soit dans la zone d’exploration préférentielle définie pour $\|z\| > 4$ cm pour des particules légères ($\beta \simeq 1,05$) en fonction du nombre de Reynolds. $\|z\| > 4$ cm correspond environ à la moitié du volume de mesure, $P > 0,5$ marque donc une exploration préférentielle. b) Probabilité qu’une particule de 18 mm soit dans la zone d’exploration préférentielle définie pour $\|z\| > 4$ cm pour des particules de différentes densités à $Re \geq 2060$. $\|z\| > 4$ cm correspond environ à la moitié du volume de mesure, $P > 0,5$ marque donc une exploration préférentielle.

Nous constatons qu’une fois la transition entre les régimes laminaire et turbulent passée ($Re \geq 2060$), la probabilité de présence au voisinage des disques évolue peu avec le nombre de Reynolds. Nous pouvons donc regrouper les expériences faites à $Re \geq 2060$ et à différents rapports de densité pour quantifier son effet sur l’exploration préférentielle. La figure IV.8(b) présente le résultat de cette analyse et nous constatons que β a un impact fort sur l’exploration. Cette observation et les précédentes appellent à une analyse des trajectoires des grosses particules dans ce nouveau régime.

IV.4 Chaos lagrangien et quasi-périodicité

A) Trajectoires

Pour tous les faibles nombres de Reynolds étudiés, les grosses particules restent préférentiellement dans un tore près d’un disque. Leur dynamique est en fait quasiment contrainte à un mouvement hélicoïdal, et ce de façon accrue quand le nombre de Reynolds diminue. Ceci est clairement visible sur la figure IV.9 qui présente le signal temporel de chaque composante (a) ainsi que deux trajectoires 3D (b) d’une particule de 18 mm à $Re = 200$. L’exploration préférentielle est donc due à la présence de deux attracteurs de basse dimension qui reposent sur la structure moyenne de l’écoulement [35]. Nous notons également que la forme non axi-symétrique des trajectoires, qui n’est pas due à la géométrie carrée du dispositif, rappelle fortement le schéma des zones de non-mélange dans un écoulement de von Kármán laminaire [35].

Par ailleurs, l’impact de l’inertie des particules et de leur rapport de densité sur la stabilité d’un attracteur est connu depuis longtemps dans les écoulements de type cellulaire

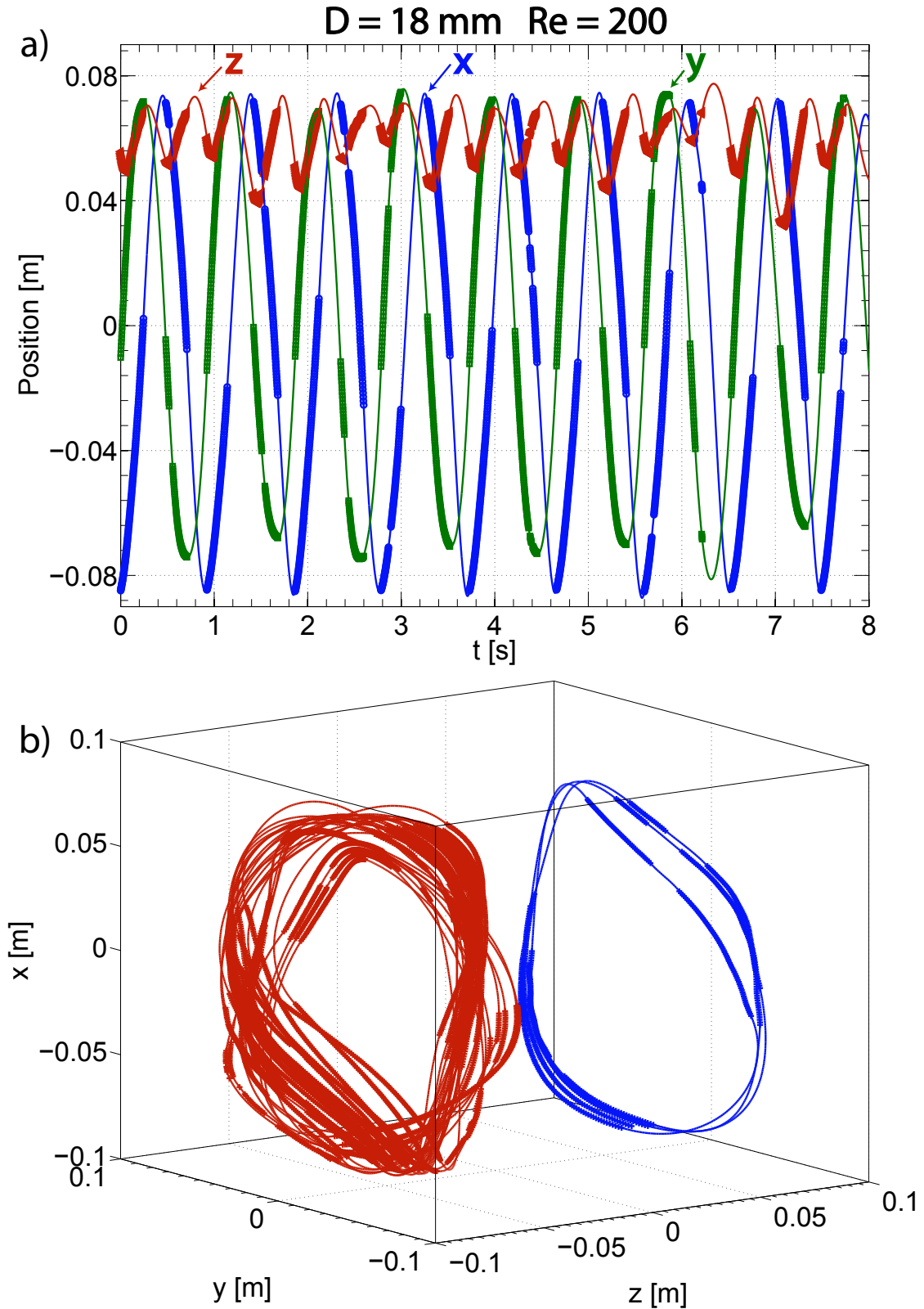


FIGURE IV.9 – Trace temporelle et trajectoire 3D d’une particule de 18 mm dans un écoulement laminaire à $Re = 200$, pour une fréquence de rotation $\Omega = 4$ Hz. Pour les traces temporelles, les composantes transverses sont bleues et vertes (y et x) et la composante axiale z est rouge. La trajectoire 3D bleue (à droite) correspond aux traces temporelles ci-dessus sur 3 secondes seulement. La trajectoire rouge (gauche) dure 27 secondes. Les symboles correspondent aux points mesurés et les traits aux interpolations en splines cubiques.

[40]. L'influence de β trouvée plus tôt est donc due à une modification de la stabilité du système dynamique créé par l'écoulement moyen et sous-jacent à la turbulence. Quel que soit le nombre de Reynolds étudié, les billes apparaissent donc ici comme des indicateurs du système dynamique qui coexiste avec le champ de fluctuations.

Nous soulignons qu'en régime laminaire, seuls des objets légers, qui peuvent avoir des trajectoires quasi-stables sur les tores, ont été analysés. Néanmoins l'effet d'une compétition entre le piégeage et les fluctuations est tout de même retrouvé. Dans ce cas, deux effets sont en fait superposés, l'influence de la densité renforçant celle de la taille ; le piégeage existe en effet quelle que soit la densité en régime turbulent.

Avant d'étudier plus en détail ces trajectoires autour des attracteurs, très différentes des trajectoires turbulentes, nous revenons brièvement sur l'analyse de ces trajectoires. Notre système de PTV intersecte les lignes de vue des deux caméras, il ne permet donc pas de détecter les particules dans les coins du dispositif. Cela ne pose pas de problème pour les trajectoires turbulentes car les particules ne visitent presque jamais ces zones. Ce n'est pas le cas pour les écoulements laminaires, et les trajectoires, bien que longues car reconnectées, sont très morcelées ; les particules sont dans la face cachée de la cuve environ 1/3 du temps. Cependant les trajectoires des particules sont très lisses (quasiment sinusoïdales sur les composantes transverses), il est donc possible d'interpoler les trous des trajectoires à l'aide d'une spline cubique. Ces interpolations sont très crédibles (figure IV.9), seules quelques valeurs extrêmes, lorsqu'il n'y a pas assez de points pour faire l'interpolation correctement (comme la bosse trop forte après $t = 6$ s) sont à éliminer. Les traitements des trajectoires pour les différentes analyses effectuées dans ce chapitre sont détaillés en annexe de ce chapitre (section IV.5).

B) Dynamique lagrangienne dans le domaine spectral

Nous commentons brièvement les spectres de position car les trajectoires des particules dans le régime laminaire sont très différentes. Ils permettent de voir l'émergence de la dynamique déterministe des particules dans l'écoulement laminaire. Ces spectres seront discutés plus en détail dans le chapitre V.

La comparaison des densités spectrales de puissance de la position dans un écoulement laminaire et turbulent permet d'observer des différences nettes de dynamique (figure IV.10). En effet, les spectres turbulents présentent une continuité d'échelles temporelles tandis que les spectres laminaires font apparaître un nombre fini de pics, signe d'un comportement certainement quasi-périodique, et peut-être chaotique.

Les spectres turbulents ($Re \geq 2060$) mais aussi les spectres pour $Re = 701$ sont effectivement continus. La forêt de pics à haute fréquence pour les spectres pleinement turbulents vient du fait qu'il y a beaucoup de trajectoires courtes qui viennent bruite les très hautes fréquences. Pour les composantes transverses, il existe toujours un pic ou une bosse pour une fréquence proche de Ω du fait du mouvement de rotation. Sa valeur est environ $0,37/\Omega$ pour $Re = 225\,000$. Les particules n'évoluent pas dans des orbites suffisamment proches des disques pour que ce pic coïncide avec Ω .

Aux bas nombres de Reynolds, les particules évoluent essentiellement dans des orbites contenues par les cellules contra-rotatives, où la vitesse moyenne vaut environ 0,4 fois la vitesse de rotation des disques $U = 2\pi R\Omega$, à une distance du centre r_T d'environ 7 cm. Nous pouvons donc estimer la fréquence de ces orbites (l'inverse de leur temps de retournement) par $0,4U/(2\pi r_T) \simeq 0,29\Omega^\dagger$, ce qui est très proche de la valeur de fréquence du pic observé $0,27/\Omega$ pour $Re \leq 701$.

[†]. Le facteur 2π est dû à l'absence de normalisation des transformées de Fourier par 2π .

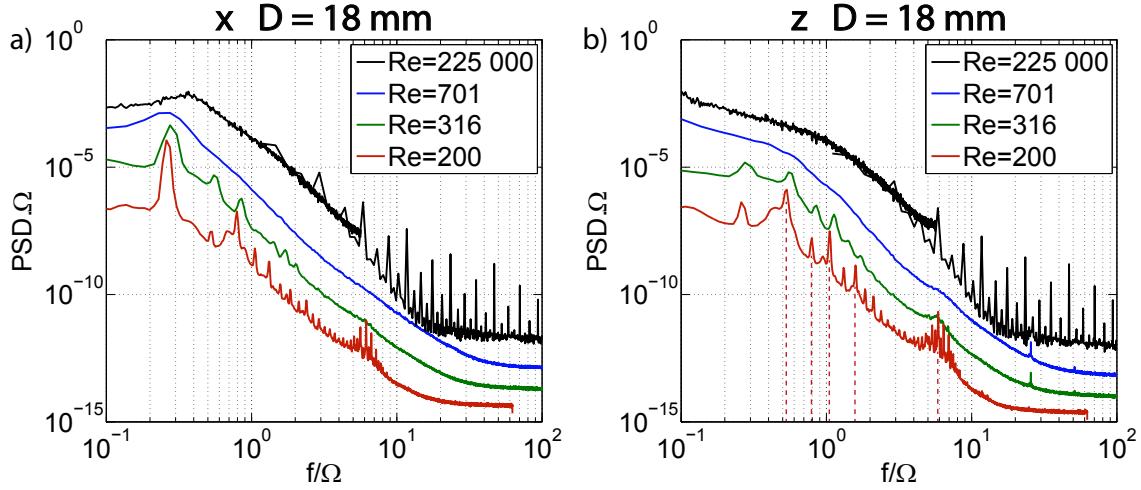


FIGURE IV.10 – Densités spectrales de puissance de la position transverse x (a) et axiale z (b) pour une bille de 18 mm à 4 Hz à différents nombres de Reynolds. Les pics majoritaires sont désignés par les pointillés rouges sur la figure (b).

A mesure que le nombre de Reynolds diminue, les spectres se transforment du continuum de fréquences turbulent vers la prépondérance de certaines fréquences bien définies en régime laminaire de l'écoulement. Les pics majoritaires de ce régime ont les fréquences réduites : $[0,52; 0,79; 1,33; 1,71; 6,13]/\Omega$. Le second pic apparaît pour une fréquence valant environ $3/2$ celle du premier pic, et le troisième pic à une fréquence égale à la somme des fréquences des deux premiers pics, ce qui signifie que la dynamique des particules en régime laminaire est quasi-périodique.

Les grosses particules explorent donc les mêmes zones mais avec des fluctuations, du fait de leur temps de réponse dû à l'inertie et du fait de leur histoire. Concrètement, bien que l'écoulement soit stationnaire et sans fluctuation, une particule arrive en un point donné avec une vitesse différente de celle de la vitesse locale du fluide et elle met un certain temps à s'y adapter. Cela s'ajoute au caractère chaotique des trajectoires, d'où la présence de nombreux autres pics sur les spectres. Les fluctuations plus fortes dans les zones préférentielles proviennent donc d'une sorte de chaos effectué par la bille qui ne s'adapte pas immédiatement à l'écoulement le long de sa trajectoire "quasi-stationnaire". Ceci explique que ces fluctuations ne dépendent pas vraiment de la taille ou de la composante, ni vraiment de la localisation, tant que la particule y passe plusieurs fois, d'où un niveau de fluctuation (ou bruit) assez homogène sur les profils (figure IV.4(b)).

C) Corrélations de vitesse

Dynamique quasi-périodique

Si nous testons la décomposition des fonctions de corrélation aux plus bas nombres de Reynolds, nous constatons que la corrélation de la vitesse fluctuante est négligeable devant la corrélation totale, et possède une amplitude similaire aux corrélations croisées. Il est évident que ce type de décomposition n'est pas applicable ici et que seules les corrélations de la vitesse totale ont un sens.

Nous observons également que les fonctions d'auto-corrélation oscillent fortement, comme le suggéraient les trajectoires (figure IV.9) et la présence de pics sur les spectres de puissance (figure IV.10). Ce comportement est très clair sur la figure IV.11(a) où les

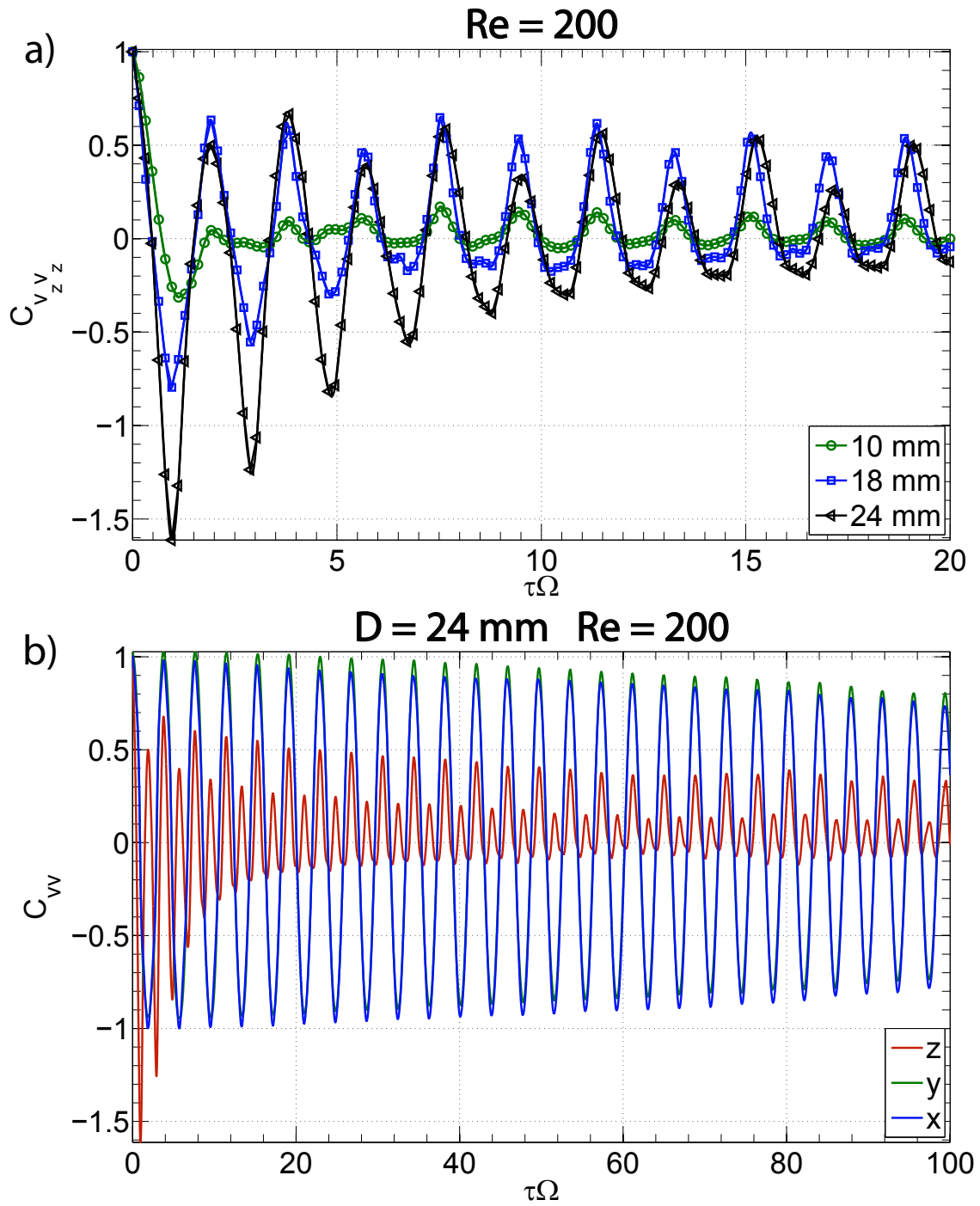


FIGURE IV.11 – a) Fonctions d’auto-corrélation normalisées de la vitesse totale selon la composante axiale z pour des billes de différents diamètres à 4 Hz et $Re = 200$. b) Fonctions d’auto-corrélation normalisées de la vitesse totale pour une bille de 24 mm à 4 Hz et $Re = 200$ selon les différentes directions.

fonctions normalisées de la vitesse totale axiale sont présentées pour différentes tailles de particules à $Re = 200$. Plus la taille est grande, plus ces oscillations sont fortes et moins elles sont amorties rapidement. Les oscillations sont encore plus présentes pour les directions transverses x et y , comme le montre la figure IV.11(b). Même sur des durées de plus de 100 fois le temps de retournement à grande échelle, les vitesses transverses ne se décorrèlent pas. Ceci est dû au fait que la particule est complètement piégée sur l'attracteur dans une orbite hélicoïdale quasi-périodique. En effet, la période des oscillations vaut environ $3,8\Omega \sim 4\Omega$. Comme la vitesse de la particule est très similaire à la vitesse moyenne locale, elle revient dans une zone de vitesse transverse équivalente lorsqu'elle a fait un tour complet de l'hélicoïde, ce qu'elle fait en environ 4 tours de disques. Cette dynamique affecte aussi la vitesse axiale qui présente des corrélations bi-périodiques de période 2 fois plus faible que celle des composantes transverses, correspondant à un doublement de fréquence (figure IV.11(b)). Quand la particule fait 1/2 tour d'hélicoïde, elle retrouve une vitesse similaire à sa vitesse initiale, mais pas aussi proche que lorsqu'elle en a fait un tour complet.

La fréquence principale des spectres chaotiques de la position des particules vaut $0,27\Omega$ (figure IV.10) ce qui est aussi la signature de ce mouvement hélicoïdal : $1/3,8 \sim 0,26$. De plus, les spectres axiaux montrent le même pic (beaucoup moins intense), mais également un pic plus intense à environ $0,5\Omega$, soit le double de la fréquence du pic précédent. Nous retrouvons donc sur les densités spectrales de puissance de la position axiale (figure IV.10(b)) ce doublement de fréquence dû au mouvement hélicoïdal chaotique mis en évidence par les corrélations de vitesse (figure IV.11(b)).

Ce mouvement oscillatoire fort observé pour la composante axiale z de la vitesse (figure IV.11) n'apparaît vraiment qu'à $Re = 200$, car la particule est alors complètement piégée. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les corrélations de la vitesse axiale retrouvent un aspect plus classique (figure IV.12(a)), se décorrelant sur des temps proches de l'inverse de la fréquence de rotation. Les oscillations diminuent et perdent en cohérence à mesure que le nombre de Reynolds augmente et ont presque disparu pour $Re = 701$, pour lequel le spectre ne présente aucune fréquence particulière (figure IV.10).

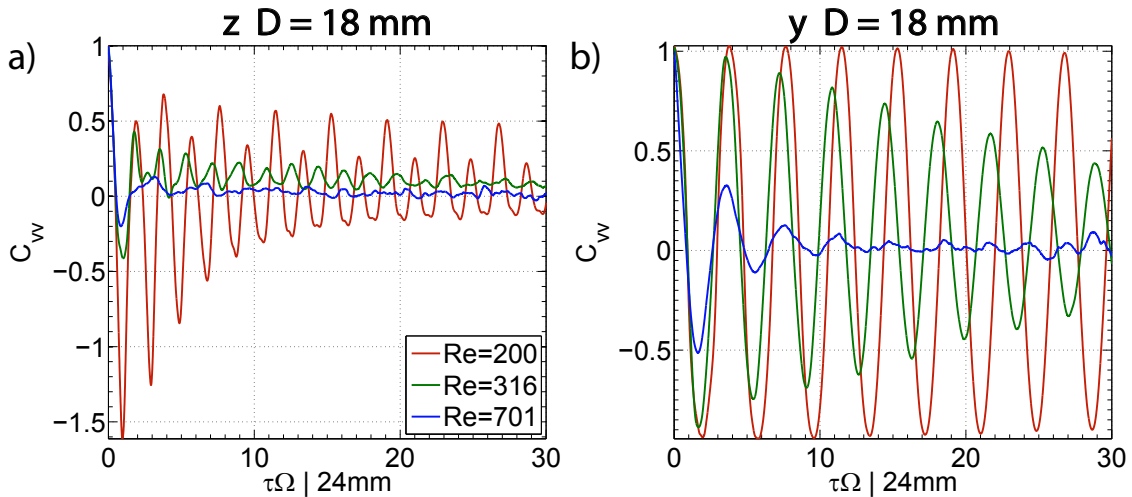


FIGURE IV.12 – Fonctions d'auto-corrélation normalisées de la vitesse totale pour une bille de 24 mm à 4 Hz selon les coordonnées axiale z (a) et transverse y (b) à différents nombres de Reynolds.

Diminuer le nombre de Reynolds ou augmenter la taille des billes contraint fortement la dynamique des particules dans des orbites hélicoïdales et les excursions se raréfient, donnant lieu à des mouvements fortement corrélés, notamment dans les directions transverses. Ces modifications de ces deux paramètres ont un effet similaire car elles renforcent toutes les deux le piégeage et donc le caractère quasi-périodique de la dynamique des particules.

Estimation d'un temps de mémoire

Au vu de la dynamique des particules, il n'est pas possible de définir des temps de corrélation de la vitesse transverse comme nous l'avons fait dans le chapitre précédent pour la vitesse ou l'accélération (sections III.1 et III.3.C)). En effet, les vitesses transverses sont périodiquement corrélées à 50% ou plus de leur vitesse initiale pendant des durées très longues. Nous choisissons de caractériser la décorrélation de ces vitesses à partir de l'enveloppe détectée par les maxima locaux de corrélations. Ces enveloppes sont en fait exponentielles décroissantes, comme le montre la figure IV.13(a). La norme de la fonction d'auto-corrélation ainsi que la détection de ses enveloppes haute et basse y sont tracées en coordonnées semi-logarithmiques. L'évolution est bien exponentielle pour les deux enveloppes et leurs décroissances sont similaires. Nous utilisons donc la pente moyenne des deux enveloppes pour définir les temps de décroissance τ_v^{exp} , ce qui permet de réduire le bruit, assez élevé, du fait du faible nombre de périodes dans certain cas.

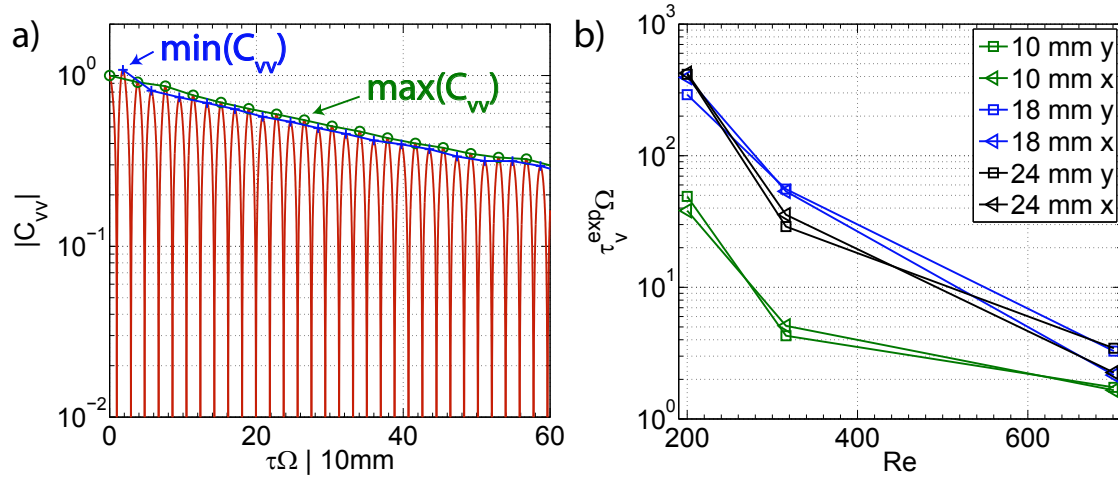


FIGURE IV.13 – a) Logarithme de la valeur absolue de la fonction d'auto-corrélation normalisée de la vitesse totale selon y d'une bille de 10 mm à 4 Hz et $Re = 200$. Les ronds verts sont les maxima locaux positifs et les croix bleues les négatifs. b) Temps de décroissance de l'enveloppe exponentielle des fonctions d'auto-corrélation transverses en fonction du nombre de Reynolds à différentes tailles de particules.

La figure IV.13(b) présente l'évolution du taux de décroissance des enveloppes τ_v^{exp} en fonction du nombre de Reynolds pour différents diamètres de particules. Nous constatons que les temps les plus longs sont effectivement pour les plus bas nombres de Reynolds et les plus grosses tailles. Même à $Re = 701$, ce temps vaut environ $2/\Omega$ ce qui est considérable devant les valeurs typiques des temps de corrélation (de l'ordre de $0,1/\Omega$, figure III.24) obtenus en régime turbulent. Cette durée correspond environ à $1/2$ tour de l'orbite hélicoïdale pour cette valeur du nombre de Reynolds. Pour $Re = 200$ et le plus grand diamètre, il faut environ 100 tours d'orbite pour que la vitesse se décorrèle complètement. Ces temps très longs sont assimilables à des temps de mémoire pour les particules, estimant

combien de temps elles mettent à perdre la mémoire d'une vitesse donnée lorsqu'elles sont complètement piégées dans un tore.

Temps de corrélation de la vitesse totale

Nous nous intéressons désormais à l'évolution des temps de corrélation avec le nombre de Reynolds, dans le cas où les billes ne sont pas complètement piégées (et sont alors mieux caractérisées par un temps de mémoire). Pour couvrir toute la gamme explorée, nous nous restreignons à la composante axiale (du fait des oscillations des composantes transverses) et nous considérons la vitesse totale uniquement pour pouvoir comparer les données sur toute la gamme de nombres de Reynolds étudiée. Les deux plus petites valeurs de Re pour les plus grosses particules présentent des corrélations qui oscillent même pour la composante axiale, les valeurs ne sont donc pas représentées ici, car le premier passage à 50% n'a pas de sens si les corrélations dépassent cette valeur à nouveau (même plusieurs fois) à des temps ultérieurs. Les temps de corrélations de la vitesse totale dans le régime turbulent restent assez similaires, bien que légèrement plus élevés, aux temps de corrélation de la vitesse fluctuante.

La figure IV.14 présente l'évolution des temps de corrélation de la vitesse totale axiale selon le nombre de Reynolds. Nous constatons que, quelle que soit la taille, les temps de corrélation diminuent fortement avec le nombre de Reynolds, ce qui semble intuitif ; les corrélations sont environ 3 fois plus longues dans le régime laminaire que dans le régime turbulent. Nous observons le même changement de régime que pour l'évolution des fluctuations de vitesse, avec une rupture de pente au même Re .

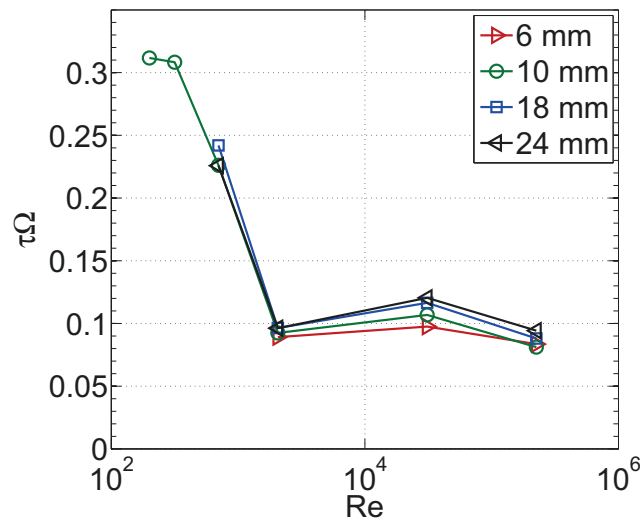


FIGURE IV.14 – Temps de corrélation de la vitesse totale axiale en fonction du nombre de Reynolds pour différentes tailles de billes, définis sur l'intégrale jusqu'au passage à 50%.

Dans le chapitre précédent, nous avons émis l'hypothèse qu'une compétition entre une force de piégeage due à l'écoulement moyen et les fluctuations turbulentes serait responsable de l'exploration préférentielle. En diminuant fortement le nombre de Reynolds dans ce chapitre, nous avons dramatiquement modifié ce rapport, ce qui a fait émerger une exploration préférentielle fortement accrue, vérifiant ainsi cette hypothèse.

Par ailleurs, la transition de l'écoulement vers un régime laminaire provoque une transition similaire de la dynamique des billes, d'un régime pleinement turbulent à un régime chaotique et quasi-périodique. Cette transition modifie fortement leur dynamique, si bien que nous retrouvons sa trace sur toutes les observables du mouvement des particules. L'étude de la dynamique à grande échelle des particules matérielles dans un écoulement qui possèdent des fluctuations et une structure moyenne révèle que ces grosses particules sont un indicateur de la dynamique chaotique de basse dimension créée par la structure 3D de l'écoulement.

IV.5 Retour annexe sur le traitement des trajectoires chaotiques

Cette section présente les outils d'analyse mis en place pour obtenir les données discutées ci-dessus dans tout le chapitre, et ils ne concernent que les analyses à bas nombre de Reynolds ($Re \leq 2060$). Comme évoqué dans la section précédente, il est nécessaire d'interpoler les positions des particules pour le calcul de plusieurs quantités. Nous prenons cependant certaines précautions lors des analyses que nous détaillons ci-dessous.

- Calcul de la vitesse : la première étape consiste à interpoler les trous des trajectoires pour avoir une vitesse définie sur un maximum de points. Ces zones interpolées ne serviront pas aux calculs par la suite, mais elles permettent de tester les méthodes pour obtenir la vitesse. Une dérivée simple du signal donne évidemment une vitesse trop bruitée. Convoluer la position avec un noyau gaussien qui se substitue à l'étape de filtrage et dérivation donne des résultats très satisfaisants, notamment aux raccordements des trajectoires. Nous rappelons que cette méthode est également celle utilisée pour les données turbulentes. Pour choisir la valeur de la largeur du noyau de convolution, nous calculons les vitesses rms totales pour différentes largeurs, comme pour les études lagrangiennes classiques (et comme effectué en régime turbulent). L'évolution des valeurs rms avec la largeur du noyau permet de choisir la valeur adéquate pour laquelle le bruit est correctement filtré, sans pour autant altérer le signal de vitesse réel ; comme pour le cas turbulent (chapitre II) la valeur de la largeur du noyau $w = 4$ semble correspondre. Une fois la vitesse calculée sur toute la trajectoire interpolée, les trous sont à nouveau remplacés par *Not a Number*.
- Calcul des PDF de position : nous définissons tout d'abord la grille sur laquelle est calculée la PDF à l'aide des données réelles uniquement, pour ne pas être biaisé par les valeurs extrêmes exagérées par l'interpolation. Ensuite, la trajectoire totale, positions interpolées comprises, est utilisée pour calculer la PDF afin d'obtenir la meilleure estimation de la probabilité passée dans chaque zone. Ne pas utiliser les données interpolées fausse les PDF, notamment car les valeurs des poids sont largement sous-estimées. En effet, avec deux caméras, nous observons beaucoup mieux et plus souvent le centre de l'écoulement que les bords et les coins du dispositif qui sont souvent explorés par les particules, du fait de la construction du montage d'imagerie des particules.
- Calcul des cartes de vitesse : sur la grille de la carte de position, il suffit de concaténer les vitesses réelles en chaque point (il n'y a pas de problème de poids ici, tant que la statistique est suffisante).
- Calcul de fonction d'auto-corrélation : les trous ne présentent aucune gêne dans le calcul de fonctions d'auto-corrélation, seules les données réelles sont donc utilisées car le calcul se fait de manière directe sans recours aux transformées de Fourier.
- Calcul de spectres : morceler les trajectoires détruit la gamme fréquentielle des spectres, nous utilisons donc les données interpolées pour le calcul des spectres de position. Ceci apporte nécessairement un biais de mesure non-trivial, mais une comparaison des spectres avec et sans interpolation dans la gamme de fréquence commune montre que l'interpolation ne fausse pas les spectres.

Chapitre V

Piégeage et dynamique aux temps longs

Nous avons observé une dynamique particulière pour les grosses particules dans un écoulement de von Kármán. Les particules n'explorent pas l'écoulement de façon homogène : elles se situent préférentiellement proche des disques, au voisinage des deux attracteurs des particules fluides de l'écoulement laminaire. Ces attracteurs persistent pour les grosses particules dans le régime turbulent et nous nous intéressons dans ce chapitre au passage des particules d'un attracteur à l'autre. L'étude de la dynamique aux temps longs (supérieurs au temps de retournement à grande échelle $T = 1/\Omega$) révèle en effet une signature forte de l'exploration préférentielle. Nous allons également comparer les résultats expérimentaux à un modèle ainsi qu'aux résultats issus d'un autre dispositif de von Kármán présenté par la suite, qui possède une structure à grande échelle asymétrique.

V.1 Écoulements symétriques

Dans cette section, nous étudions la dynamique aux temps longs des grosses particules dans l'écoulement de von Kármán symétrique de Lyon, puis nous élaborons un modèle simple unidimensionnel qui reproduit qualitativement la dynamique des particules. Les mesures sont effectuées en turbulence pleinement développée, dans l'eau ($Re = 225\,000$), avec les deux rapports de densité $\beta = 1,07$ et $0,91$ (respectivement $\rho_p/\rho_f = 0,9$ et $1,14$). Nous utiliseront également par moments quelques résultats des expériences à ($Re = 31\,000, \beta = 1$), ($Re = 2\,060, \beta = 1,04$) et ($Re = 2\,060, \beta = 1,21$) afin de discuter l'effet du rapport de densité β .

A) Résultats expérimentaux de VKL

Le dispositif expérimental est le grand dispositif utilisé dans les chapitres précédents et présenté dans le chapitre II : VKL, et nous comparons les résultats expérimentaux à ceux d'un autre écoulement de von Kármán, qui, par sa géométrie, présente une structure à grande échelle asymétrique (section V.2). Ce second dispositif, étant à Pampelune, sera désigné en tant que VKP.

1) Traces temporelles

Pour les mesures de la dynamique aux temps longs, nous avons modifié le système d'acquisition et d'analyse des trajectoires dans le but d'avoir accès à la position des particules

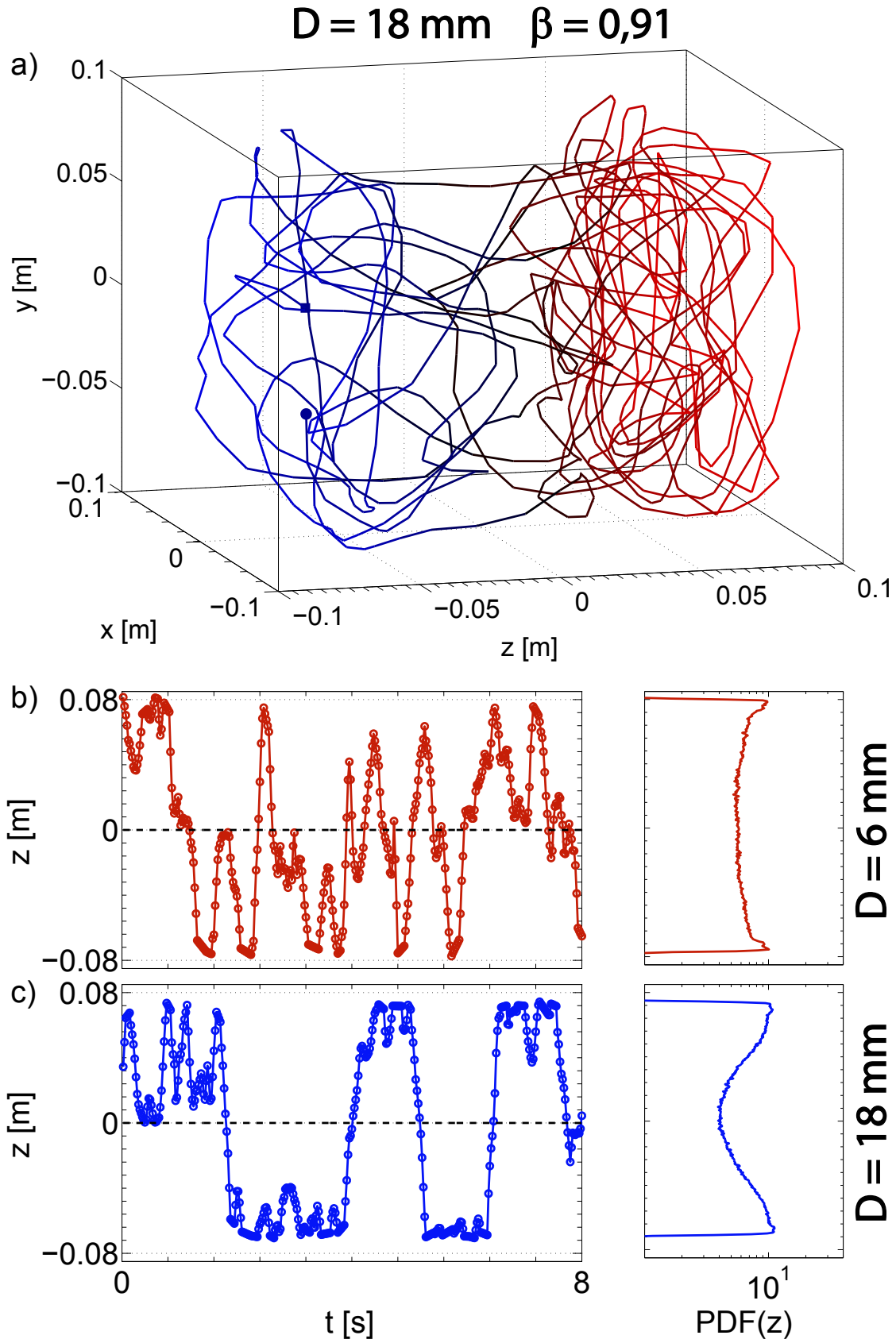


FIGURE V.1 – a) Trajectoire longue 3D d’une particule lourde de 18 mm dans l’eau à 4 Hz, sur 15 secondes ; la couleur représente le signe de z (bleu pour $z < 0$, rouge pour $z > 0$ et noir pour $z = 0$) ; le rond correspond au pont de départ et le carré à l’arrivée.
b-c) Trace temporelle de la position axiale $z(t)$ de particules lourdes de 6 (b) et 18 mm (c) dans l’eau à 4 Hz, sur 8 secondes (gauche) ; PDF de la position z associées (droite).

sur des temps très grands devant le temps de retournement à grande échelle. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 45 images par seconde, ce qui ne permet pas de résoudre la vitesse et l'accélération. Nous ne mettons qu'une particule à la fois dans l'écoulement, et nous la détectons dans le volume le plus grand possible*, ce qui nous permet d'obtenir des trajectoires dont la durée moyenne est de 5 minutes. La figure V.1(a) montre un exemple d'une telle trajectoire, qui met clairement le phénomène d'exploration préférentielle en évidence. La particule semble piégée dans une cellule contra-rotative, puis, quand elle subit des fluctuations suffisamment fortes, passe dans la cellule voisine avec une très brève excursion au centre du dispositif.

L'observation est encore plus aisée à 1D en observant les signaux temporels (figures V.1(b) et (c)) qui montrent l'évolution de $z(t)$ pour une petite particule (6 mm) et une grosse particule qui explore l'écoulement de façon hétérogène (18 mm). La position de la petite particule présente des fluctuations fortes avec des aller-retours rapides entre les extrémités du dispositif, alors que la particule plus grosse est confinée dans les régions préférentielles pendant des durées assez longues, les excursions entre les zones étant rares et courtes.

2) Temps de résidence

Afin d'étudier la fréquence des aller-retours entre les zones préférentielles mis en évidence par l'étude des signaux temporels (figure V.1), nous étudions les temps de résidence dans ces régions. Nous notons ces durées Δt et nous les définissons comme le temps passé par une particule dans une cellule avant d'aller dans la cellule voisine, les cellules étant respectivement distinguées comme les valeurs positives ou négatives de la position des particules. L'écoulement est symétrique et les événements sont statistiquement indépendants, il n'y a donc aucune raison de distinguer les temps de résidence selon la cellule considérée et nous pouvons utiliser tous ces temps pour obtenir leur distribution avec une très bonne statistique. Les distributions de ces temps de résidence Δt sont exponentielles décroissantes (figure V.2(a)), de la forme :

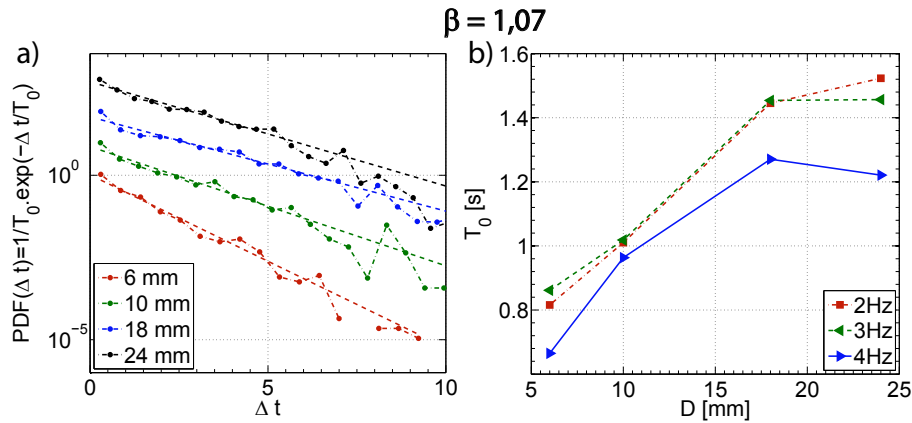


FIGURE V.2 – a) Distributions des temps de résidence Δt pour différents diamètres de particules légères dans l'eau à 4 Hz. Les traits pointillés sont des ajustements exponentiels de la forme : $1/T_0 e^{-\Delta t/T_0}$. b) Évolution de $T_0 = \langle \Delta t \rangle$ en fonction du diamètre de particules légères dans l'eau à différentes fréquences de rotation.

*. Détection quand la particule sort partiellement du domaine par un ajustement circulaire et calibration 2D des caméras pour obtenir la position réelle 2D de la particule même si une seule caméra la détecte.

$$PDF(\Delta t) = \frac{1}{T_0} e^{-\Delta t/T_0}, \quad (\text{V.1.1})$$

où T_0 correspond à la moyenne d'ensemble de ces temps : $T_0 = \langle \Delta t \rangle$. Nous observons ce type de comportement quelles que soient les conditions expérimentales, et même pour les particules qui explorent l'écoulement de façon homogène. Nous pouvons donc déduire un temps de résidence caractéristique T_0 soit en calculant la pente des distributions soit en moyennant les temps de résidence. Les deux résultats sont toujours très proches, mais l'écart entre les deux vient du fait que les distributions ne sont pas exponentielles sur toute la gamme des temps de résidence mesurés ; nous utilisons donc la moyenne pour mesurer T_0 expérimentalement.

Comme le montre la figure V.2(b), plus la taille des particules augmente, plus elles restent piégées longtemps d'un côté du dispositif et ce de façon indépendante de la fréquence de rotation, à la dispersion des points près. L'indépendance de T_0 par rapport à Ω est en cohérence avec les arguments d'une compétition entre une force de piégeage et les fluctuations turbulentes, dont le rapport est indépendant de Ω dans le régime pleinement développé. Nous notons une saturation pour les plus grandes valeurs de D , en lien avec la forme de la courbe $a_{rms}(D)$ et du fait que 24 mm est très proche de l'échelle intégrale. Les temps de résidence moyens sont de l'ordre de 1 à 1,5 secondes pour les grosses particules, ce qui est environ 4 à 6 fois le temps de retournement à grande échelle $T = 1/\Omega = 0,25$ secondes. Nous rappelons également que les temps de corrélation de la vitesse ou de l'accélération valent environ $0,07T$ pour ces particules ; la décorrélation des quantités rapides se fait donc en moyenne sans que les particules ne changent de zone préférentielle.

Nous nous intéressons également à l'effet du rapport de densité sur les temps de résidence, puisque nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il modifie la stabilité du système dynamique sous-jacent à la turbulence. La figure V.3 présente les valeurs de T_0 en fonction de D pour des particules légères ou lourdes. Le croisement des courbes montre que l'effet du rapport de densité n'est pas trivial et qu'il diffère selon que les particules sont piégées fortement dans les zones préférentielles ou qu'elles explorent l'écoulement de façon homogène. Pour les particules de 18 et 24 mm, augmenter β augmente les temps de résidence moyens d'environ 15%.

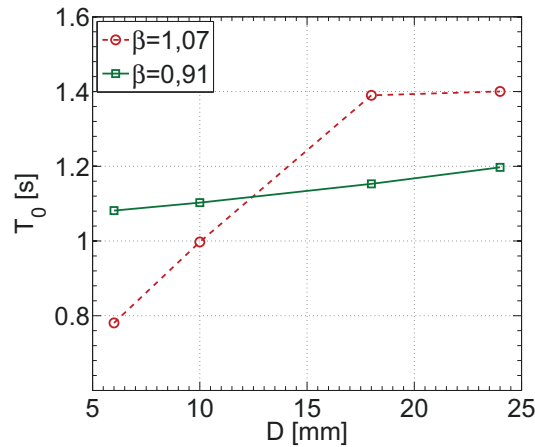


FIGURE V.3 – Évolution de T_0 en fonction du diamètre des particules à différents rapports de densité pour $Re = 225\,000$.

Nous proposons une explication de la différence du comportement de T_0 en fonction de β entre les petites et les grosses particules selon un possible effet dynamique. Nous avons vu précédemment que le temps de corrélation de la vitesse évolue comme l'inverse du rapport de densité (section III.3.C) : les petites particules lourdes ont des vitesses qui se décorrèlent plus lentement, donc, lorsqu'elles arrivent dans la zone préférentielle et elles gardent plus longtemps une vitesse axiale dirigée vers cette zone, ce qui y allonge leur séjour. Les grosses billes, qui sont très sensibles au piégeage, restent toujours sur des durées plus longues et ne sont pas vraiment affectées par cet effet ; augmenter β ne fait donc qu'augmenter la stabilité de l'attracteur, ce qui cause l'augmentation de T_0 .

Les expériences hors du régime pleinement turbulent permettent également de mesurer des temps de résidence, qui suivent également des distributions exponentielles décroissantes. Le temps de résidence moyen T_0 présente, comme beaucoup d'autres quantités, un changement d'évolution selon le nombre de Reynolds lors de la transition du régime laminaire de l'écoulement vers le régime turbulent. Il diminue fortement dans le régime laminaire, pour atteindre un plateau dès $Re \geq 2060$ (figure V.4(a)). Nous pouvons donc bénéficier de points supplémentaires pour commenter l'évolution de T_0 en fonction de β , qui sont regroupés sur la figure V.4(b) pour une petite et une grosse bille. Dans les deux cas, l'évolution est quasiment linéaire (pour les particules de 18 mm : $T_0/\beta = 1,27 \pm 0,03$ s), mais le comportement est différent selon l'exploration préférentielle ou homogène des billes, comme évoqué ci-dessus.

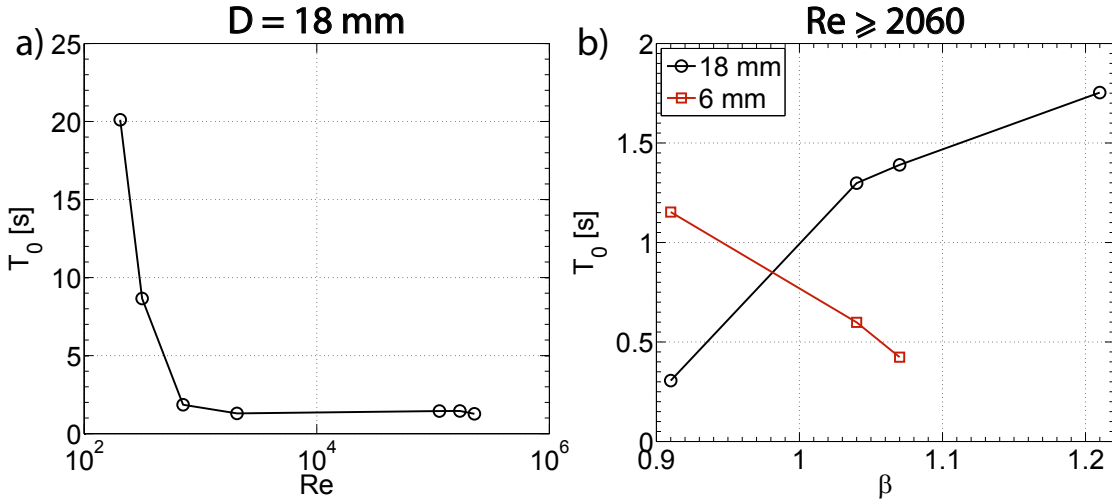


FIGURE V.4 – a) Évolution de T_0 en fonction du nombre de Reynolds pour des billes de 18 mm. b) Évolution de T_0 en fonction du rapport de densité à différents diamètres de particules.

Nous tenons à souligner le fait que T_0 , et non $T_0\Omega$, est indépendant de la fréquence de rotation, ce qui est surprenant dans un écoulement de ce type, où tous les temps de la dynamique sont correctement normalisés par Ω (figures V.2(b) et V.4(a)). T_0 apparaît alors comme un temps décorrélé de la dynamique rapide et du forçage, ce qui signifie que la particule réside d'un côté durant une durée fixe, et non pendant un nombre de tours moyen fixe. Ainsi, T_0 se présente comme une fonction de D et β uniquement et ne semble dépendre que de la compétition entre piégeage et fluctuations, qui ne change pas en régime pleinement turbulent.

3) Densités spectrales de puissance de la position

Signature de l'exploration préférentielle

Les données de VKL se présentent sous la forme d'environ 100 films, chacun donnant un long vecteur représentant la position de la particule en fonction du temps sur environ 5 minutes. Si la particule n'est pas détectée sur une image, la valeur du vecteur pour cette image est vide. Lorsque le vecteur est vide sur moins de 10 pas de temps (0,2 secondes), nous interpolons la position de la particule afin d'obtenir les trajectoires les plus longues possibles pour le calcul des spectres ; sinon, la trajectoire est prise en compte sous la forme de plusieurs trajectoires indépendantes.

Les densités spectrales de puissance sont calculées pour chaque trajectoire afin de construire un spectre moyen correspondant à la dynamique de la particule. Nous avons testé l'influence de l'interpolation sur les spectres en comparant les spectres avec et sans interpolation, sans observer de différences dans la gamme de fréquences communes, qui s'étend environ de $f/\Omega = 10^{-2}$ à $f/\Omega = 5$ (à 4 Hz), en cohérence avec la fréquence d'échantillonnage $\text{fps} = 45 \text{ s}^{-1}$ et la durée maximale des trajectoires $T_{\text{max}} = 310 \text{ s}$. Nous disposons d'environ 10 000 trajectoires pour converger les spectres.

La figure V.5(a) montre les densités spectrales de puissance dans les trois directions pour une particule lourde de 18 mm à 4 Hz. Tout d'abord, nous constatons que les dynamiques sont identiques dans les directions transverses et très différentes de la dynamique de la direction axiale. Cette différence de dynamique est analogue à celle observée pour les corrélations de vitesse (chapitre III), le mouvement dans le plan (x, y) étant fortement contraint par la rotation à grande échelle. Nous observons un maximum d'énergie dans ces directions pour une fréquence proche (mais inférieure) à la fréquence de rotation des disques Ω .

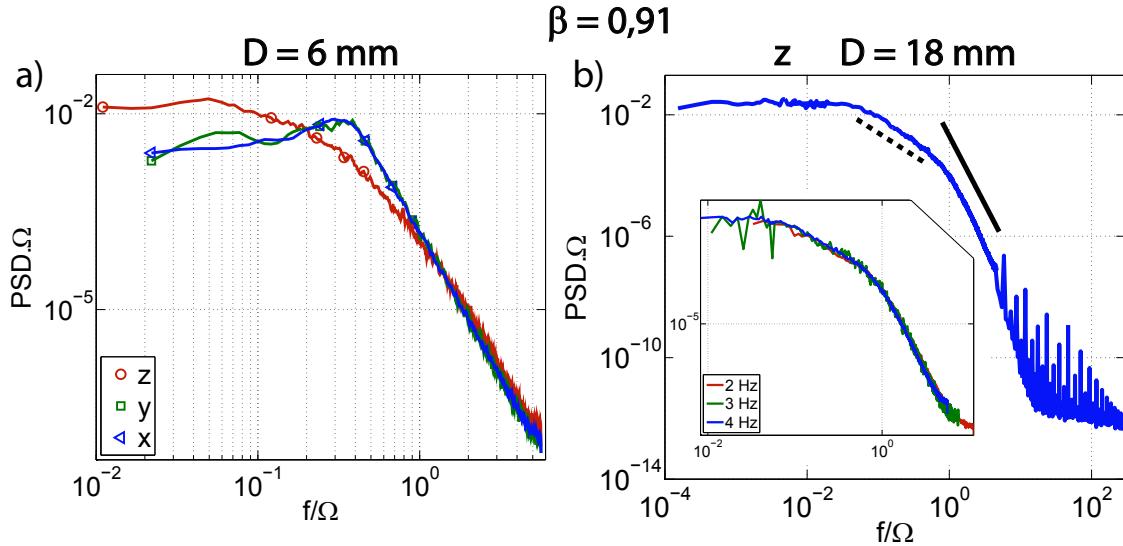


FIGURE V.5 – a) Densités spectrales de puissance de la position dans les trois directions pour une particule lourde de 6 mm dans l'eau à 4 Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité. b) Densités spectrales de puissance de la position axiale z pour une particule lourde de 18 mm dans l'eau à 4 Hz. Trois expériences de fréquences d'échantillonnage 5, 45 et 3000 s^{-1} permettent d'obtenir un spectre sur une gamme fréquentielle très étendue (environ 6 décades). En insert se trouve ce même spectre ainsi que les spectres pour $\Omega = 2$ et 3 Hz .

Les spectres se décomposent en trois parties : un plateau, un régime de transition puis un régime en loi de puissance à hautes fréquences. Le plateau observé à basse fréquence correspond au confinement de la position des particules. Ceci n'est pas ce qui est usuellement observé dans les espaces infinis où les particules présentent un mouvement diffusif aux temps longs, donnant lieu à $\langle (X(t) - X(0))^2 \rangle \sim \sqrt{Dt} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty$. Le confinement des particules dans le dispositif impose une valeur rms de la position finie, qui donne lieu au plateau observé aux basses fréquences. La valeur du plateau est très différente selon les composantes transverses et la composante axiale, pour laquelle il est environ 5 fois plus haut, mais est atteint pour des plus basses fréquences.

Les hautes fréquences semblent suivre une loi de puissance d'exposant proche de $-4,5$, qui pourrait correspondre à la gamme inertielle de la turbulence. En effet, le spectre de la vitesse lagrangienne d'un traceur en turbulence homogène et isotrope est, à haute fréquence, une loi de puissance d'exposant -2 [43], donnant -4 pour la position, proche de ce qui est observé.

Nous nous intéressons particulièrement à la dynamique selon l'axe de rotation des disques, selon lequel l'exploration préférentielle a lieu. La figure V.5(b) présente le spectre axial pour une grosse particule de 18 mm qui explore l'écoulement de façon préférentielle. Nous pouvons construire un spectre sur une gamme fréquentielle étendue en combinant les spectres de différentes expériences réalisées à 5, 45 et 3 000 images par seconde. Seule l'expérience avec une particule lourde de 18 mm dans l'eau à 4 Hz a été mesurée à 5 images par seconde, pour montrer que le plateau, observé quelle que soit la particule, se prolonge bien aux très basses fréquences. Les spectres issus des expériences à 3 kHz montrent qu'à partir d'une certaine fréquence, la pente des spectres s'accroît du fait d'un effet de coupure due à la taille. Enfin, aux fréquences intermédiaires, le spectre d'une grosse particule montre un régime différent de celui du spectre de la petite particule, qui correspond à la signature de l'exploration préférentielle et est décrit ci-dessous.

La figure en insert de la figure V.5(b) montre les spectres à différentes fréquences de rotation, montrant qu'adimensionner les spectres avec la fréquence de rotation semble capturer la dépendance de la dynamique en fonction du nombre de Reynolds en turbulence pleinement développée.

Effet de la taille

La figure V.6 présente les spectres transverses (a) et axiaux (b) en fonction de la taille des particules. L'observation des spectres transverses permet essentiellement de quantifier comment les particules répondent à la turbulence. Nous constatons sur la figure V.6(a) que la coupure arrive de façon plus précoce lorsque la taille augmente, s'accroissant de plus en plus avec D au voisinage de $f/\Omega = 2$. C'est encore plus clair au vu des spectres compensés par $f^{4,5}$ (figure V.6(c)) : les particules de 6 mm présentent un plateau jusqu'aux plus hautes fréquences mesurées ici, alors que l'écart au plateau aux hautes fréquences arrive de plus en plus tôt à mesure que la taille augmente. Les spectres compensés par $f^{4,5}$ sont proches des spectres de l'accélération $PSD(\mathbf{a}) = f^4 \cdot PSD(\mathbf{X})$: ces observations sont donc en cohérence avec l'augmentation du temps de corrélation de l'accélération avec la taille (figure III.4), observation logique puisque spectres et corrélations sont reliés par une transformée de Fourier. Par ailleurs, il est curieux de constater que les billes de 24 mm ne semblent pas ressentir le forçage azimutal dû à la rotation des disques de la même façon que les autres particules, peut-être du fait de la taille de ces particules, comparable à l'échelle intégrale.

Les spectres axiaux sur la figure V.6(b) mettent en évidence la différence de dynamique entre les particules de 6 mm qui explorent l'écoulement de façon homogène et les

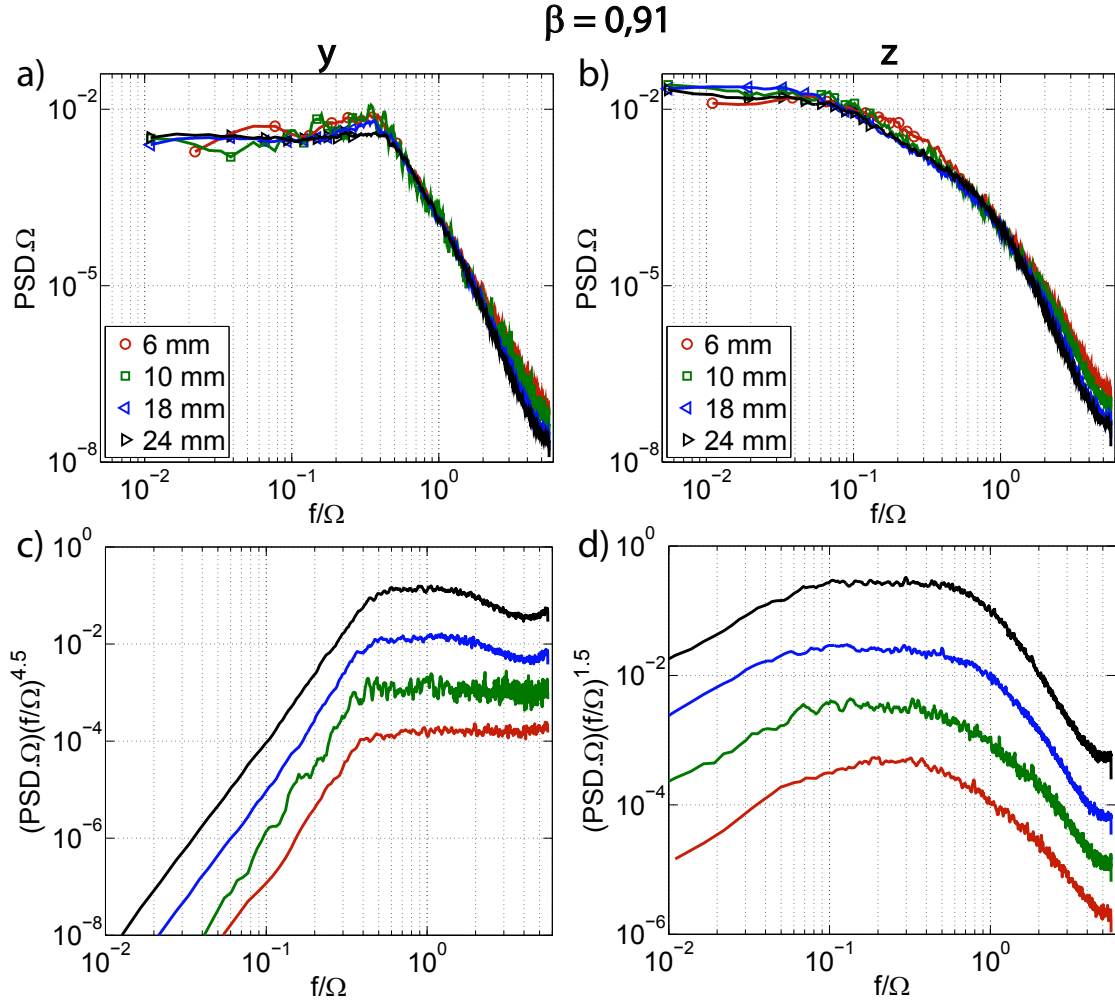


FIGURE V.6 – Densités spectrales de puissance de la position transverse y (a) et axiale z (b) pour des billes lourdes dans l'eau à 4 Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité. Ces spectres sont respectivement compensés par $f^{4,5}$ et $f^{1,5}$ sur les figures (c) et (d).

particules plus grosses. Les plus grosses particules présentent en effet un nouveau régime signé par une loi de puissance d'exposant proche de $-1,5$ qui correspond aux va-et-vient des particules entre les zones préférentielles. Les spectres compensés par $f^{1,5}$ montrent clairement un plateau pour les trois plus grosses particules qui est absent pour la plus petite (figure V.6(d)). De plus, la gamme de fréquence propre à l'exploration préférentielle s'élargit légèrement à mesure que la taille augmente, en cohérence avec l'augmentation en moyenne des temps de résidence avec la taille.

Influence de la densité

La figure V.7 compare l'effet du rapport de densité sur les spectres transverses (a) et axiaux (b), pour des billes lourdes ou légères de 18 mm dans l'eau à 4 Hz et $Re = 225\,000$.

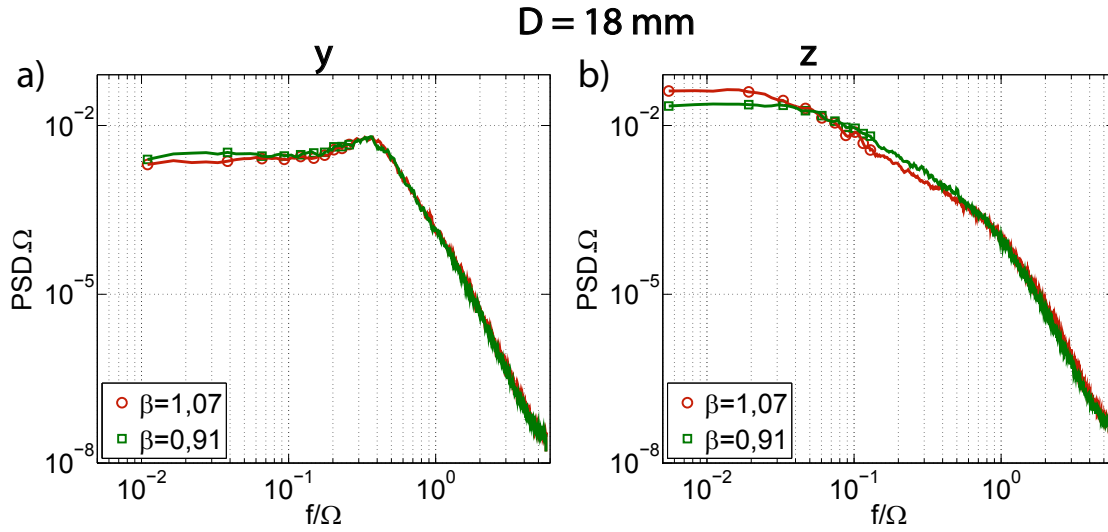


FIGURE V.7 – Densités spectrales de puissance de la position transverse y (a) et axiale z (b) pour des billes lourdes ou légères de 18 mm dans l'eau à 4 Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité.

Bien que les spectres transverses soient très semblables aux deux rapports de densité étudiés, les spectres axiaux présentent des différences à la fois sur la valeur du plateau, présageant des différences de valeurs rms de z , mais aussi sur la gamme de fréquences de la pente de l'exploration préférentielle, plus étendue vers les basses fréquences pour les billes légères. Cette différence est à relier au fait que les particules légères ont tendance à être plus piégées que les particules lourdes, donnant des temps de résidence moyens plus grands pour les grosses particules (figure V.3). Nous avons choisi d'étudier ces caractéristiques via l'étude des spectres, mais il est également possible d'observer ces différences dans l'espace réel, par l'étude des fonctions d'auto-corrélation de la position. La figure V.8(a) montre ces fonctions pour une bille de 18 mm pour les deux rapports de densité. Nous constatons que β affecte peu voire pas les corrélations transverses, tandis qu'il modifie fortement les fonctions axiales, où l'écart est grand dans la gamme de temps $\tau\Omega = [1 - 10]$; ceci correspond à la gamme fréquentielle de l'exploration préférentielle $f/\Omega = [0,1 - 1]$. Les temps de corrélation, calculés sur le passage de la fonction à 50% de sa valeur initiale, résument cette observation (figure V.8(b)).

Pour les composantes transverses, nous n'observons aucune dépendance du diamètre, de la fréquence de rotation ou du rapport de densité sur les temps de corrélation (normalisés

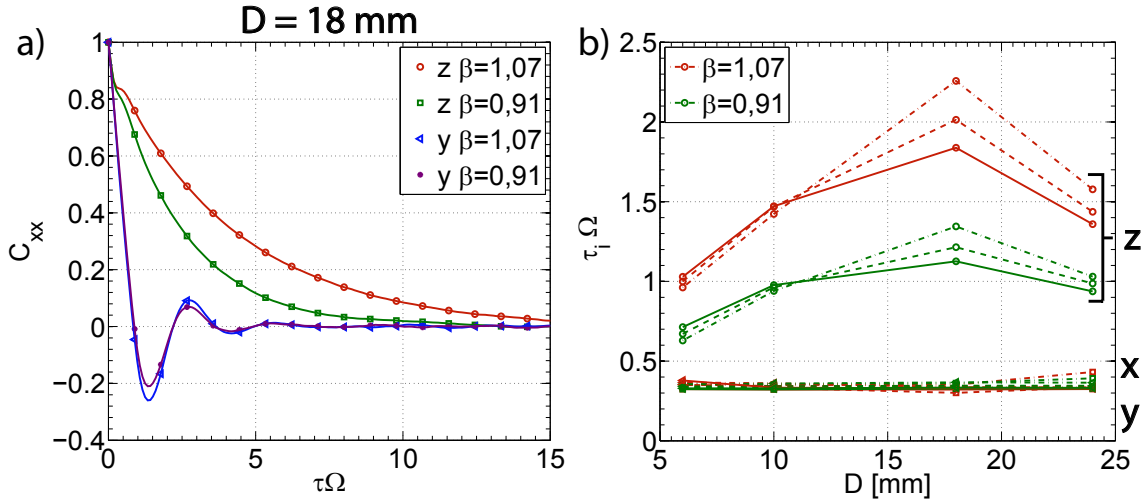


FIGURE V.8 – a) Fonctions d’auto-corrélation de la position transverse y et axiale z pour des billes lourdes ou légères de 18 mm dans l’eau à 4 Hz. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité. b) Temps de corrélation de la position (intégrale jusqu’au passage à 50%) transverse et axiale pour deux rapports de densité à différentes fréquences de rotation dans l’eau en fonction du diamètre des particules (— 2, --- 3 et - - 4 Hz).

par Ω), en cohérence avec les observations faites sur les spectres. Pour la composante axiale z des billes légères, τ_z est plus grand pour toutes les tailles, et à toutes les fréquences de rotation, que pour les billes lourdes. La dépendance selon Ω est assez bien capturée par la renormalisation $\tau_z\Omega$, bien que la dispersion des points soit plus forte pour les grandes valeurs de D . L’évolution de ces temps avec la taille des particules semble juste indiquer une différence de dynamique forte entre les particules qui explorent l’écoulement de façon homogène (6 mm) et les autres particules, une fois de plus en cohérence avec les spectres et l’apparition de la pente $-1,5$.

Ces temps de corrélation sont très différents des temps de résidence car ils sont liés à la dynamique rapide des particules, dépendant linéairement de Ω ; il présentent également une dépendance plus forte selon β . Nous pouvons estimer les temps de décorrélation totale, à l’aide de l’intégrale jusqu’au passage à 0 de la fonction d’auto-corrélation. Les temps les plus longs, atteints pour des grosses billes légères, sont d’environ 1 seconde, ce qui est inférieur aux temps de résidence moyens T_0 ; ceci implique que la position des particules décorrèle au sein d’une zone préférentielle. τ_z diminuant quand Ω augmente, cette quantité est complètement liée au nombre de tours que la particule effectue dans une cellule toroïdale. Pour les billes légères, l’exploration préférentielle plus marquée et dans des zones plus réduites, par modification de la stabilité du système dynamique, peut donc donner lieu à des temps de corrélation plus grands que dans le cas des billes lourdes.

Comme pour les temps de résidence, nous utilisons les expériences à plus bas nombres de Reynolds pour obtenir des valeurs supplémentaires du rapport de densité. De façon identique au cas de la vitesse (figure IV.11), les fonctions d’auto-corrélation de la position axiale oscillent fortement et décorrèlent extrêmement lentement pour les plus grandes tailles aux plus faibles nombres de Reynolds, ne permettant pas de définir de temps de corrélation pour ces cas là. Nous pouvons tout de même mettre en évidence un changement de régime des temps de corrélation en fonction de Re à l’aide des billes de 10 mm,

comme le montre la figure V.9(a). Le plateau atteint pour $Re \geq 2060$ permet d'isoler l'effet du rapport de densité, montré sur la figure V.9(b). Les temps de corrélation de la position augmentent fortement avec le rapport de densité, étant environ doublés quand β augmente de 30%. Cette évolution forte est très différente de celle observée pour les temps de corrélation de la vitesse ou de l'accélération, qui diminuent quand β augmente, car elle dépend de la stabilité du système dynamique, comme évoqué ci dessus, et non du temps de réponse des particules comme pour la vitesse et l'accélération.

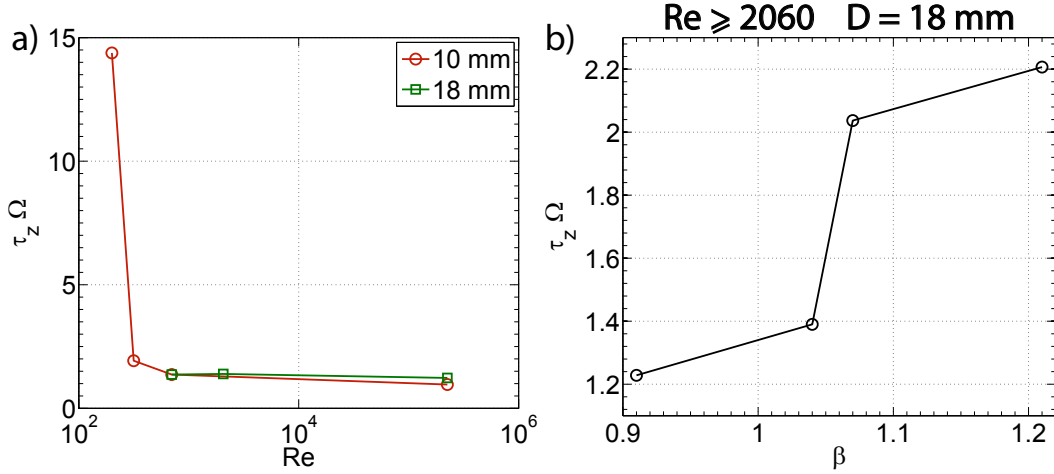


FIGURE V.9 – a) Temps de corrélation de la position axiale (intégrale jusqu'au passage à 50%) pour des billes légères de 10 et 18 mm en fonction du nombre de Reynolds, quand ils peuvent être définis. b) Temps de corrélation de la position axiale en fonction du rapport de densité β pour des billes de 18 mm à $Re \geq 2060$.

4) Valeurs rms de la position

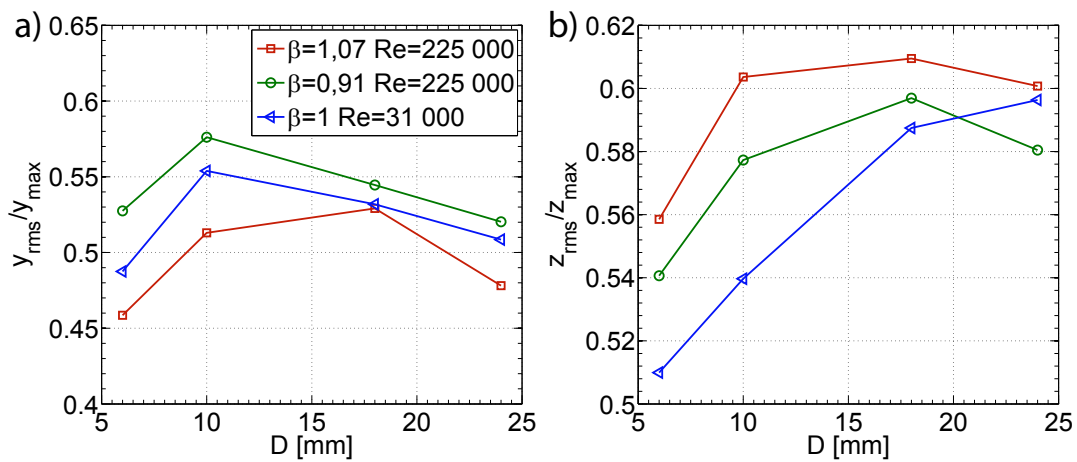


FIGURE V.10 – Valeurs rms de la position transverse y (a) ou axiale z (b) en fonction du diamètre des particules à différents rapports de densité et nombres de Reynolds ($Re \geq 31\,000$).

Lors de l'étude des densités spectrales de puissance, nous avons vu des différences pour la valeur des plateaux et dans la forme des spectres lorsque les caractéristiques des particules changent. Ces modifications ont nécessairement un impact sur la valeur rms de la position qui correspond à l'intégrale sur toute la gamme fréquentielle des densités spectrales de puissance de la position. Il s'avère que l'étude de cette observable, qui est la mesure la plus simple et qui ne nécessite aucune condition sur la fréquence d'échantillonnage, tant que tous les événements sont équitablement représentés, donne déjà un aperçu correct de l'effet de l'exploration préférentielle. Si pour les coordonnées transverses, la rms est presque constante en fonction de la taille des particules (figure V.10(a)), la rms de la coordonnée axiale augmente lorsque les particules explorent l'écoulement de façon préférentielle. Cette constatation est très claire pour les billes isodenses de 10 mm qui ne sont presque pas piégées mais le deviennent par la suite, présentant une valeur beaucoup plus élevée aux grandes tailles.

B) Modélisation stochastique

La dynamique des grosses particules dans l'écoulement de von Kármán présente certaines propriétés communes aux particules Browniennes piégées dans un double-puits de potentiel. Nous introduisons tout d'abord quelques résultats concernant ce problème étudié par Kramers [33] et qui sont repris dans le livre de van Kampen [10].

Une particule Brownienne est une particule dont la masse peut être considérée comme nulle (dynamique sur-amortie) et dont le mouvement est décrit par un bruit blanc gaussien. Si la particule est soumise à un potentiel U , son comportement est régi par l'équation de Langevin suivante :

$$dx = -\tau \frac{dU}{dx} dt + \sqrt{2k_B T / \gamma} d\xi, \quad (\text{V.1.2})$$

où $\gamma = 1/\tau$ est une friction et $k_B T$ est le niveau du bruit blanc gaussien ξ qui vérifie $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t - t')$, qui permettent de définir le coefficient de diffusion d'une particule brownienne comme $D = k_B T / \gamma$. Cette équation de Langevin est formellement équivalente à l'équation de Fokker-Planck qui décrit l'évolution de la probabilité $P(x, t)$:

$$\partial_t P = \partial_x [U(x)P + k_B T \partial_x P]. \quad (\text{V.1.3})$$

Cette équation possède une solution stationnaire, qui permet d'obtenir un lien analytique entre le potentiel $U(x)$ dans lequel évolue la particule et sa probabilité de présence $P(x)$ selon : $P(x) = P_0 \exp(-U(x)/k_B T)$, avec P_0 une contrainte de normalisation.

Lorsque le potentiel possède un puits noté A et une barrière B , schématisé sur la figure V.11, il est possible de définir des temps de résidence dans ce puits. Ces temps suivent des distributions exponentielles décroissantes et le temps de résidence moyen τ_A , ou plutôt son inverse, est bien connu puisqu'il s'agit du taux de Kramers $r_K = 1/\tau_A$. Ce temps de résidence moyen dans le puits A s'écrit :

$$\tau_A = \frac{2\pi k_B T \exp(-(U(B) - U(A))/k_B T)}{D \sqrt{\|U''(A)U''(A)\|}}, \quad (\text{V.1.4})$$

ce qui montre que le taux de transition dépend de la compétition entre la hauteur de la barrière et l'agitation thermique. Cette expression est limitée aux très grandes hauteurs de barrière ; des expressions plus générales sont répertoriées dans une revue sur la théorie des taux de réaction qui s'appuie sur des résultats numériques et quelques résultats expérimentaux [28].

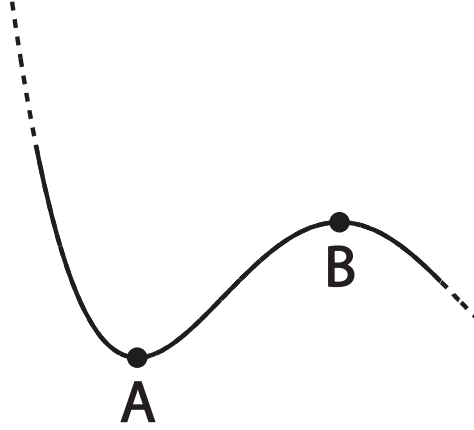


FIGURE V.11 – Schéma d'un potentiel présentant un puits A et une barrière B.

1) Introduction du modèle

Nous revenons maintenant à l'étude des grosses particules : si nous traçons l'opposé du logarithme des $PDF(z)$ (figure V.12(a)), nous trouvons en effet une fonction très similaire à la forme d'un potentiel à deux puits. Nous rappelons également que les distributions de temps de résidence d'un côté du dispositif sont également exponentielles décroissantes. Dans cette section, nous allons donc modéliser la dynamique de particules ponctuelles, piégées dans un double-puits de potentiel et animé par un bruit qui possède certaines caractéristiques de la turbulence. Ce modèle simple à une dimension permet en effet de mettre l'accent sur les phénomènes entrant en jeu pour l'exploration préférentielle et la dynamique aux temps longs des grosses particules, sans toutefois résoudre leur mouvement dans une turbulence tri-dimensionnelle complexe.

Nous simulons la dynamique d'une particule soumise à un potentiel V et un bruit w qui, dans le cas sur-amorti, prend la forme adimensionnelle [74] :

$$dz = -\frac{dV}{dz}dt + dw. \quad (\text{V.1.5})$$

Nous souhaitons confiner la particule dans une boîte qui possède ou non une barrière de potentiel, que nous pouvons moduler. Nous choisissons un potentiel de la forme suivante :

$$\begin{cases} V(z) = \delta\left(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}\right) + \delta/4 & |z| < 1 \\ V(z) = 4\left(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}\right) + 1 & |z| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{V.1.6})$$

où δ , la hauteur de la barrière, ne change ni la valeur des positions d'équilibre ni la taille de la boîte. La figure V.12(b) présente la forme du potentiel pour quelques valeurs de la hauteur de la barrière δ . Nous constatons bien une barrière qui grandit avec la valeur de δ , tandis que les points stables ne changent pas de position (en $z = \pm 1$) assurant un confinement identique sur les bords, quelle que soit la barrière. Ce type de modèle stochastique reproduit la dynamique aux temps longs de divers systèmes bi-stables, tels que le retournement du champ magnétique [5, 20] ou le renversement d'un écoulement turbulent [4, 22].

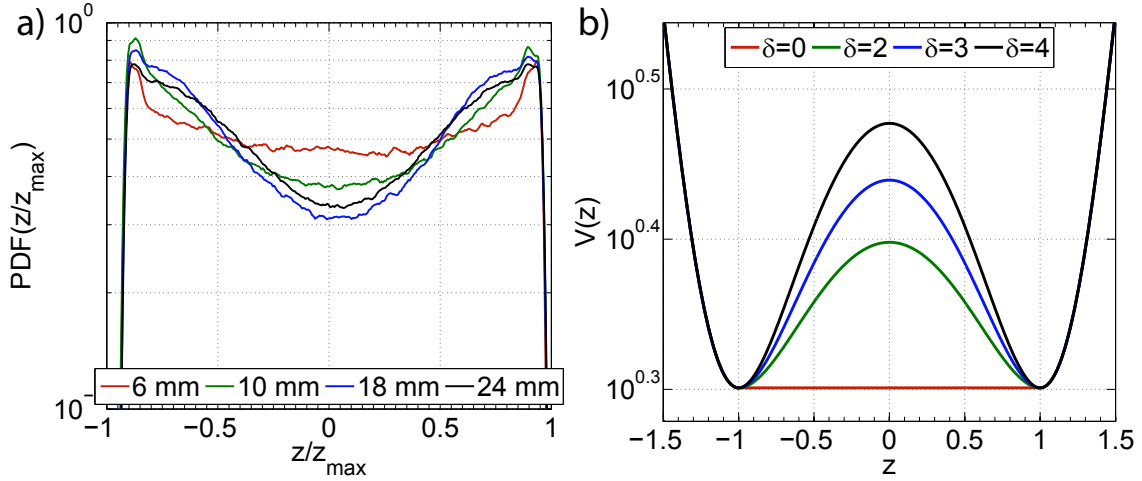


FIGURE V.12 – a) PDF de la position axiale de particules légères dans l'eau (ce qui correspond à la figure III.10(a) en représentation semi-logarithmique). b) Potentiels $V(z)$ pour différentes hauteurs δ de la barrière entre les deux puits.

Un modèle plus réaliste pour simuler le piégeage de particules inertielles serait le suivant :

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\tau}(u - v) + F \\ \frac{dz}{dt} = v, \end{cases} \quad (\text{V.1.7})$$

où u est la vitesse du fluide, v celle de la particule, τ son temps de réponse et F est une force modélisant le piégeage ($F = -dV/dz$ par exemple). Si nous considérons des particules dont le temps de réponse est très grand (cas sur-amorti), le terme déterministe $m \frac{dv}{dt}$ est négligeable et la vitesse v est gouvernée par la vitesse lagrangienne u et la force de piégeage uniquement. Nous retrouvons alors une équation (dimensionnelle ici) similaire à celle qui gouverne le modèle $dz/dt = u - \tau dV/dz$.

Dans notre modèle simple, en l'absence de confinement ($V = 0$), la particule n'est soumise qu'au bruit w et dz/dt s'identifie donc à la vitesse lagrangienne u . La turbulence est connue pour présenter une dynamique corrélée, il ne serait donc pas cohérent de choisir un bruit blanc pour w comme dans le cas des particules Browniennes. Pour notre cas, nous modélisons plutôt ce bruit tel que $dw = u dt$ où u possède les caractéristiques essentielles d'une vitesse turbulente lagrangienne dans la gamme inertielle : ses corrélations sont exponentielles décroissantes et son spectre présente une loi de puissance d'exposant -2 à hautes fréquences [47]. Ces caractéristiques peuvent être obtenues par l'intégration de l'équation de Langevin :

$$du = -\frac{u dt}{\tau_u} + \sqrt{\frac{2u_0^2}{\tau_u}} d\xi, \quad (\text{V.1.8})$$

où τ_u est le temps de corrélation de la vitesse, u_0^2 sa variance et $\xi(t)$ un bruit blanc gaussien qui satisfait la relation $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t - t')$. Nous choisissons $\tau_u = 1$ et $u_0 = 1$ afin d'obtenir une vitesse de variance unité pour toutes les simulations, δ est ainsi le seul paramètre, qui pilote le rapport entre le piégeage et les fluctuations.

Comme annoncé, ce modèle simple ne reproduit pas toutes les caractéristiques de la turbulence, le régime dissipatif n'est en effet pas modélisé, en cohérence avec l'absence du terme déterministe $m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$. Seuls les éléments qui nous ont semblé essentiels à la dynamique sont représentés.

Pour assurer une bonne convergence des statistiques explorées, le modèle a été itéré 100 fois sur 10^7 pas de temps (en unité de τ_u), pour de nombreuses valeurs de δ . Les résultats qui vont suivre sont montrés avec quelques valeurs de δ qui sont pertinentes pour comprendre l'évolution des quantités observées.

2) Densités de probabilité de z

La figure V.13(a) présente les PDF simulées pour différentes valeurs de δ comprises entre 0 et 4. Lorsque la hauteur de la barrière entre les puits est non nulle, nous observons une exploration préférentielle marquée, la probabilité d'être au voisinage de $\|z\| = 1$ étant beaucoup plus élevée que celle d'être au centre. Plus δ augmente, et plus ce résultat s'accroît ; les PDF modélisées présentent alors une allure similaire aux résultats expérimentaux. Ceux-ci sont repris en représentation semi-logarithmique sur la figure V.13(a) afin de faciliter la comparaison, justifiant à nouveau le choix du potentiel du modèle.

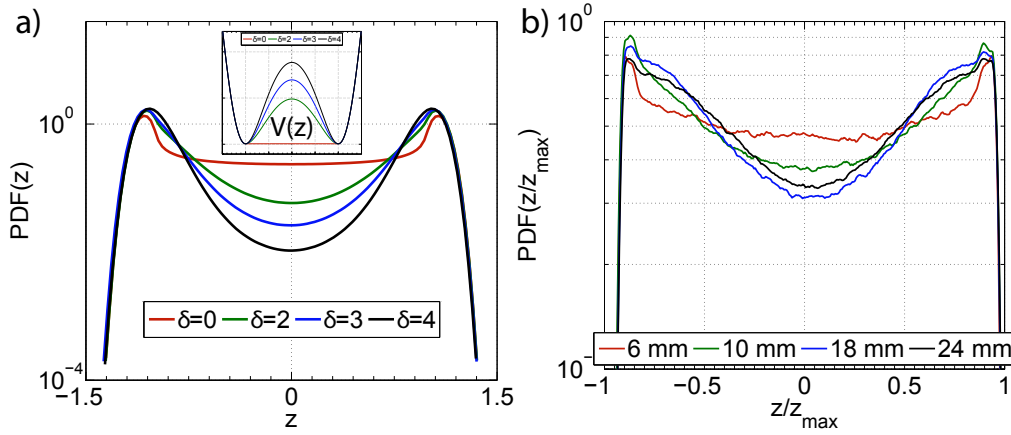


FIGURE V.13 – a) $PDF(z)$ pour différentes hauteurs δ de la barrière entre les deux puits, avec en insert les potentiels correspondant issus de la figure V.12(b). b) Répétition de la figure V.12(a) pour plus de lisibilité : PDF de la position axiale de particules légères dans l'eau (ce qui correspond à la figure III.10(a) en représentation semi-logarithmique).

Contrairement au cas d'un bruit blanc, la probabilité $P(z)$ n'est pas l'exponentielle de l'opposé du potentiel $V(z)$, comme le montre la figure V.13(a) et son insert. En effet, comme le bruit est ici coloré (*ie*, il est corrélé), $P(z)$ n'est pas solution de l'équation de Fokker-Planck V.1.3[†] et il n'y a donc plus de lien simple entre la forme du potentiel et celui de la PDF. Ceci est très clair pour le cas d'un confinement seul, où des “oreilles” apparaissent sur les bords, comme pour les particules de 6 mm à Lyon, alors que l'exploration du domaine est homogène. Ces zones de probabilités plus fortes sur les bords sont dues à la corrélation du bruit qui agit avec un effet mémoire : lorsque la particule (réelle ou modélisée) arrive contre un bord (un disque ou un potentiel fortement répulsif), la corrélation de sa vitesse continue de la pousser contre celui-ci, augmentant son temps passé à son voisinage.

[†]. Le bruit étant corrélé, le problème est non-Markovien.

3) Temps de résidence

Comme pour les expériences, il est possible de caractériser l'exploration préférentielle par l'étude des temps de résidence. Nous constatons que, comme attendu, ces distributions sont bien exponentielles décroissantes, à part aux temps courts (figure V.14(a)). Le piégeage augmente très fortement avec la valeur de δ et les distributions s'aplatissent de plus en plus, ce qui signifie que lorsque la barrière est haute, la particule a une forte probabilité de rester piégée sur des temps très longs. Nous pouvons caractériser cette évolution à l'aide de T_0 qui correspond à l'inverse de l'opposé de la pente du logarithme de la PDF[‡]. Comme le montre la figure V.14(b), l'évolution de T_0 avec δ est forte, sa valeur étant multipliée par 5 environ quand la hauteur de la barrière est doublée[§]. La valeur en l'absence d'un double-puits donne une estimation du temps de parcours moyen d'un côté à l'autre du domaine, de l'ordre de $6\tau_u$.

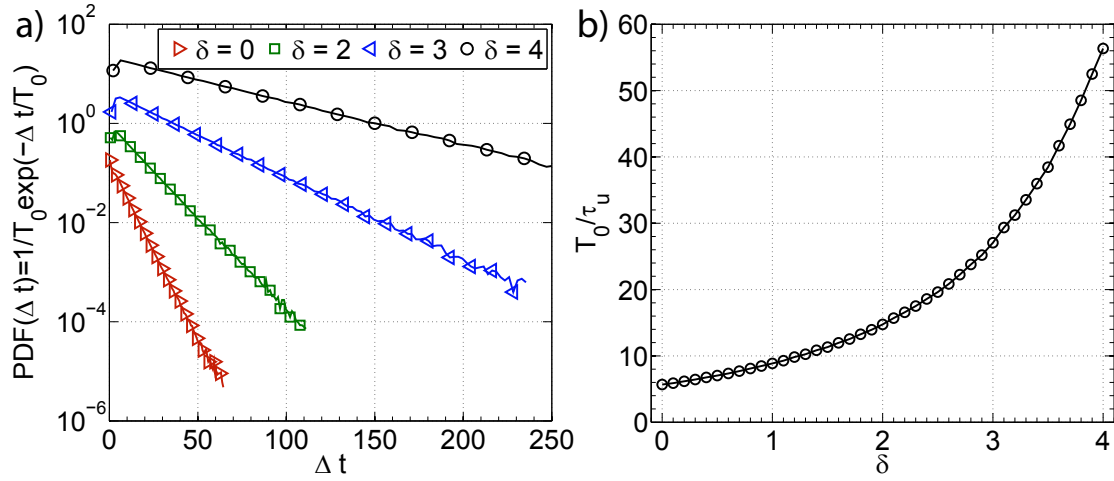


FIGURE V.14 – a) Distributions des temps de résidence Δt pour différentes valeurs de la hauteur δ de la barrière du double-puits de potentiel (multipliées successivement d'un facteur 10 selon les valeurs de δ). Les distributions prennent la forme $PDF(\Delta t) = 1/T_0 \exp(-\Delta t/T_0)$. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité. b) Évolution de T_0 avec δ .

Lien avec l'expérience

Le potentiel est l'analogue du piégeage de l'écoulement moyen et u_0 , fixé à 1, correspond aux fluctuations turbulentes. Augmenter δ est donc équivalent à diminuer les fluctuations turbulentes ressenties par les particules dans les expériences (comme l'écoulement moyen est constant), en augmentant leur taille par exemple. Le modèle met ainsi en évidence une exploration préférentielle et des temps de résidence, qui ne dépendent que du rapport entre la hauteur de la barrière (ou la force de piégeage) et les fluctuations. Ces deux quantités dépendent de la même manière de la fréquence de rotation Ω dans les expériences, ce qui explique l'indépendance de T_0 selon Ω .

‡. Nous pourrions également calculer T_0 à partir de la moyenne des temps de résidence ; une discussion de ce choix est effectuée en annexe A.

§. La forme de $T_0(\delta)$ est discutée dans l'annexe A.

Comme le laissait entrevoir la figure V.13 qui compare les $PDF(z)$ numériques et expérimentales, le piégeage est plus fort dans le cas du modèle : lorsque δ augmente de 1 à 4, T_0 est presque multiplié par 6, tandis que dans les expériences, T_0 est à peine multiplié par 2 quand les fluctuations sont divisées par 2,5.

4) Densités spectrales de puissance

Jusqu'ici, le modèle reproduit qualitativement l'exploration préférentielle et la dynamique lente associée par le biais des temps de résidence, qui sont les éléments ayant orientés le choix du modèle. Nous nous intéressons à sa capacité à reproduire la totalité de la dynamique lente des particules, au moins qualitativement. La figure V.15(a) présente les densités spectrales de puissance de la position pour différentes hauteurs de la barrière.

En l'absence de barrière, le spectre se détache des autres spectres. Il présente un plateau à basse fréquence du fait du confinement, puis une transition lente vers une loi de puissance nettement définie. Nous retrouvons dans cette loi de puissance une des caractéristiques de la vitesse lagrangienne imposée par le modèle, puisque l'exposant vaut -4 .

La dynamique est différente à partir du moment où une barrière est ajoutée à la modélisation, les spectres présentent une nouvelle loi de puissance dans la gamme des fréquences intermédiaires, comme les grosses particules dans l'écoulement de von Kármán. Le modèle produit des spectres qualitativement similaires à ceux des expériences, où la trace générique du piégeage, par les aller-retours qu'il impose, est une nouvelle loi de puissance sur une gamme de fréquences bien définie, qui s'élargit à mesure que le piégeage augmente. Cet exposant vaut en revanche -2 et donc diffère légèrement de celui des expériences. Cet écart et son origine constituent un problème intéressant mais complexe ; afin de ne pas alourdir la discussion, il sera traité dans l'annexe A, où les limites et améliorations du modèle sont également discutées. Nous montrerons notamment qu'une modélisation 1D dans un régime de transitions rapides entre deux états n'est pas capable de donner une pente de valeur différente de -2 . De façon similaire aux expériences, lorsque D augmente, la gamme fréquentielle de l'exploration préférentielle qui crée cette dynamique de va-et-vient s'élargit selon l'augmentation de δ , comme le montrent les spectres compensés (figure V.15(b)). Les hautes fréquences de tous les spectres sont identiques et suivent la loi de puissance d'exposant -4 .

Contrairement à la figure V.6, nous n'observons pas de coupure aux très hautes fréquences pour les spectres du modèle. Ceci est dû au fait que nous avons choisi de ne pas modéliser la dynamique dissipative des particules (terme mdv/dt) ou du fluide, ce que nous aurions pu faire en utilisant le modèle à deux temps de Sawford [64] par exemple.

5) Valeurs rms de la position

Nous pouvons également comprendre en partie la dynamique des particules modélisées à l'aide de la valeur rms de la position z . Nous constatons une augmentation forte de la rms lorsque le piégeage s'installe (entre $\delta = 0$ et $\delta = 2$), puis la rms semble saturer (figure V.16). La valeur vers laquelle la rms tend semble être proche de 1, ce qui semble intuitif : une particule qui est piégée en $z = \pm 1$ et qui ne reste jamais au voisinage du centre va donner lieu à une position de valeur moyenne nulle et de valeur rms unitaire (calcul détaillé dans l'annexe A). Cette évolution de la rms avec δ est très similaire à l'évolution de z_{rms} avec la taille des particules, pour laquelle nous observons une augmentation forte quand le piégeage s'installe, avant que celui-ci ne sature. C'est cette compétition qui explique en partie l'augmentation du piégeage, observée lorsque nous diminuons suffisamment le nombre de Reynolds.

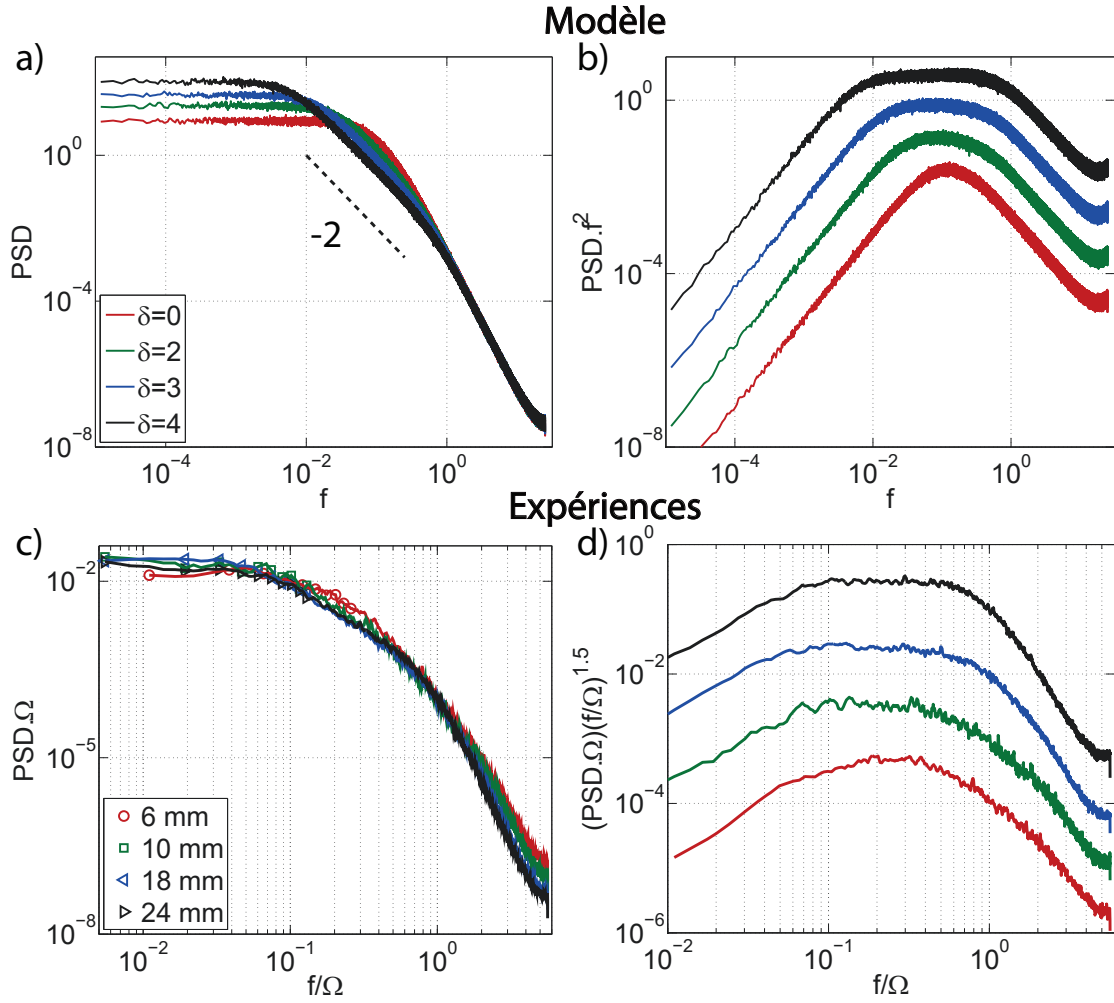


FIGURE V.15 – a) Densités spectrales de puissance de la position z pour différentes valeurs de la hauteur δ de la barrière du double-puits de potentiel. Les distributions s'ordonnent aux basses fréquences de haut en bas selon δ décroissant. b) Ces mêmes spectres compensés par f^2 , multipliés successivement d'un facteur 10 pour les valeurs successives de δ de 0 à 4. Les figures (c) et (d) reprennent les spectres expérimentaux axiaux (figure V.6) pour des billes lourdes dans l'eau à 4 Hz, les spectres étant compensés par $f^{1,5}$ sur la figure (d).

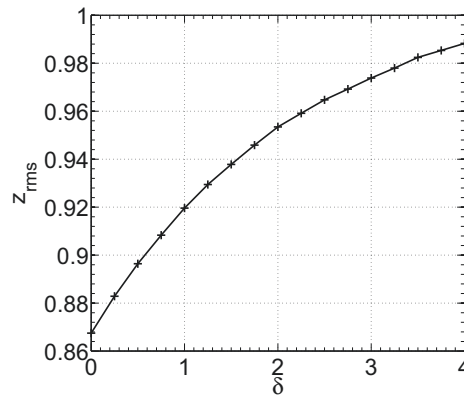


FIGURE V.16 – Valeur rms de la position z en fonction de la hauteur δ de la barrière du double-puits de potentiel.

Pour conclure, nous avons développé un modèle simple à une dimension simulant la dynamique d'une particule Langevin dans un double-puits de potentiel. Ce modèle présente des similarités fortes avec les résultats expérimentaux, sur la forme des PDF de la position et des spectres, mais également sur l'évolution des temps de résidence et des valeurs rms de la position. Le modèle permet d'accentuer la compétition qui existe entre un gradient de pression moyen qui piège les particules et les fluctuations turbulentes qui leur permettent de s'échapper. En effet, dans le modèle, le rapport entre les fluctuations u et le potentiel est piloté par la valeur δ , augmenter δ revenant donc à diminuer l'influence relative des fluctuations par rapport au piégeage.

V.2 Écoulements asymétriques

Cette seconde partie du chapitre V compare les résultats expérimentaux de Lyon à ceux obtenus dans la cellule cylindrique de von Kármán du laboratoire de Physique et Mathématiques appliquées de l'université de Navarre, à Pampelune en Espagne. Par sa géométrie, cette cellule présente un écoulement moyen asymétrique, dont la dynamique est plus riche, puisqu'il existe deux états pour la structure moyenne, miroirs l'un de l'autre, et que l'écoulement bascule de l'un à l'autre sur des temps longs. La comparaison de la dynamique aux temps longs de grosses particules dans les dispositifs de Lyon et de Pampelune fait apparaître des similitudes et des différences qui permettent de mieux comprendre les phénomènes qui entrent en jeu.

Les trajectoires ont été obtenues lors d'une campagne de mesure effectuée par Miguel Lopez-Caballero durant sa thèse [37]. L'exploitation de ces mesures a été initiée par un travail conjoint lors d'un séjour de quelques mois du groupe de Pampelune à Lyon, puis nous avons poursuivi ces analyses à l'issue des mesures lentes à Lyon avant d'aller nous-même à Pampelune effectuer des mesures complémentaires.

A) Résultats expérimentaux de VKP

1) Dispositif expérimental de Pampelune

Le dispositif de Pampelune, noté VKP, consiste en un cylindre fermé, rempli d'eau, immergé dans une cuve carrée remplie d'eau (boîte à eau) pour les accès optiques. Les disques utilisés possèdent des pales courbes, de rayon $R = 10$ cm, de rayon de courbure de 4,85 cm et de 2 cm de hauteur. Le rayon des disques vaut $R = 8,75$ cm et ils sont espacés d'une distance de 20 cm, un peu plus grande que $2R = 17,5$ cm, dans un cylindre de 20 cm de rayon. Le rapport d'aspect est proche de celui du von Kármán de Lyon, mais la cuve n'a pas la même géométrie, et la forme et la hauteur des pales différent, entraînant des différences sur l'écoulement. La figure V.17 présente un schéma du dispositif de Pampelune, qui est décrit plus en détail dans la thèse de Miguel López-Callero [37].

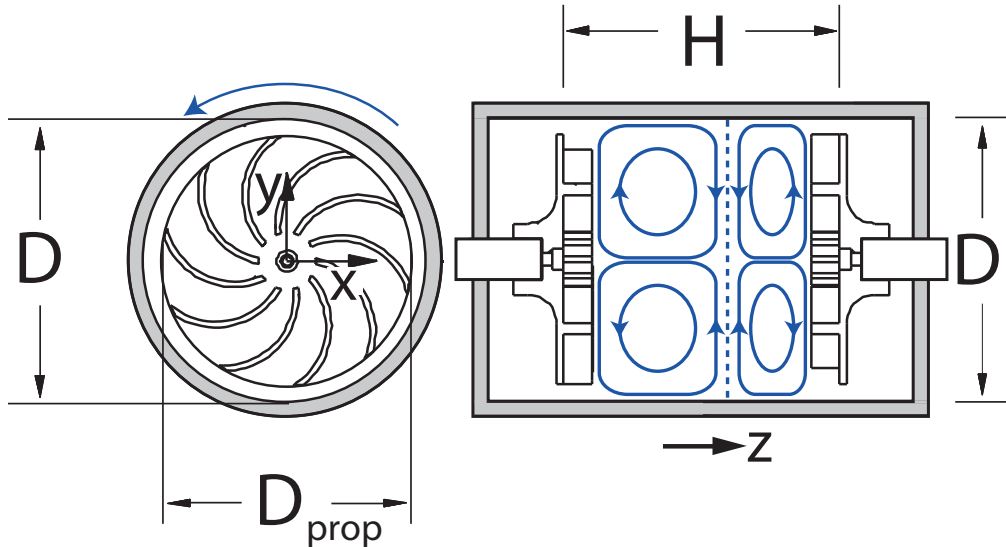


FIGURE V.17 – Schéma de la cellule de von Kármán à section circulaire de Pampelune. $D_{prop} = 2R = 17,5$ cm et $H = 20$ cm. L'écoulement moyen est schématisé dans son état déplacé vers la droite.

Une caméra FireWire est utilisée pour capturer la trajectoire des particules avec une résolution de $725 \times 428 \text{ px}^2$, à une fréquence d'échantillonnage de 15 s^{-1} . Les trajectoires ne sont donc obtenues qu'en 2 dimensions (plan (z, y)) et aucune mesure rapide n'est effectuée. La précision sur la détection de la particule est également plus faible car aucune calibration des chemins optiques ni de la profondeur de champ n'est effectuée, donnant des signaux modérément bruités. Cependant, la caméra est placée suffisamment loin, de telle sorte que la divergence des faisceaux soit faible (pour minimiser le biais de profondeur) et que la taille apparente des billes change de moins de 10%.

Les particules utilisées sont des enveloppes sphériques remplies d'eau, de diamètre 10, 20, 30 et 40 mm ; elles sont donc presque isodenses (un léger écart subsiste du fait de l'enveloppe). Le fluide utilisé est de l'eau à environ 20°C et les paramètres de l'écoulement, issus de mesure LDV au centre du dispositif, sont résumés dans le tableau V.1. L'échelle intégrale, calculée comme l'intégrale de la fonction d'auto-corrélation spatiale de champs de vitesses PIV, vaut $L_{\text{int}} = 1,6 \text{ cm}$ dans cet écoulement.

Ω [Hz]	u' [m.s ⁻¹]	ε [m ² .s ⁻³]	η [μm]	τ_η [ms]	R_λ
1,57	0,24	0,1	51	2,6	596
3,16	0,5	1,1	31	0,98	923
4,74	0,8	4,2	22	0,48	1 195
6,32	1,1	9,3	18	0,33	1 537

TABLE V.1 – Paramètres de l'écoulement pour VKP à différentes vitesses de rotation Ω . u' : magnitude des fluctuations de vitesse ; ε : taux de dissipation d'énergie ; η : échelle de Kolmogorov ; τ_η : échelle de temps de Kolmogorov ; R_λ : nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor. Les valeurs de u' sont issues de mesures LDV au centre du dispositif ; ε est calculé sur les fonctions de structure spatiales d'ordre 2 issues des champs PIV.

Au contraire de la géométrie carrée à Lyon, la géométrie cylindrique donne à l'écoulement moyen une dynamique plus riche et la couche de cisaillement n'est pas stable dans ce dispositif de von Kármán cylindrique [22, 37]. En mesurant la vitesse azimutale sur la ligne centrale du dispositif, à 1 cm de la paroi, il est possible de constater cette dynamique de l'écoulement moyen. La figure V.18(a), issue de [22], présente un signal temporel de cette mesure qui montre clairement que la vitesse azimutale fluctue, soit autour d'une moyenne locale positive, soit autour d'une moyenne locale négative. Un filtrage passe-bas du signal avec une fréquence de coupure de 0,025 Hz est superposé au signal brut et fait apparaître clairement ce phénomène. Il existe deux états équiprobables pour l'écoulement moyen, qui possèdent les mêmes amplitudes de vitesse, et dont les structures sont symétriques selon $R_\pi(Oy)$. L'écoulement peut subitement bifurquer d'un état à l'autre, mais chaque état est méta-stable et le système peut rester dans une configuration pendant des durées longues. Les temps durant lesquels le système reste dans un état suit en effet une distribution exponentielle décroissante, offrant des probabilités non négligeables que l'écoulement reste sur des temps longs (de l'ordre de 10^3 secondes) dans la même configuration. Les figures V.18(b) et (c), issues de [37], sont des mesures de l'écoulement moyen par PIV dans les deux états respectifs. Ces états sont bien miroirs l'un de l'autre, et chaque état correspond à une configuration où une cellule toroïdale est plus grosse que l'autre (appelée respectivement cellule dominante et dominée). Pour plus de simplicité dans la suite, nous nommons les états de la façon suivante : sud si la vitesse azimutale (au point de mesure LDV) est positive, lorsque la cellule toroïdale située en $z < 0$ domine et nord pour le cas inverse. La figure V.18(b) correspond donc à un état nord et la figure V.18(c) à un état sud.

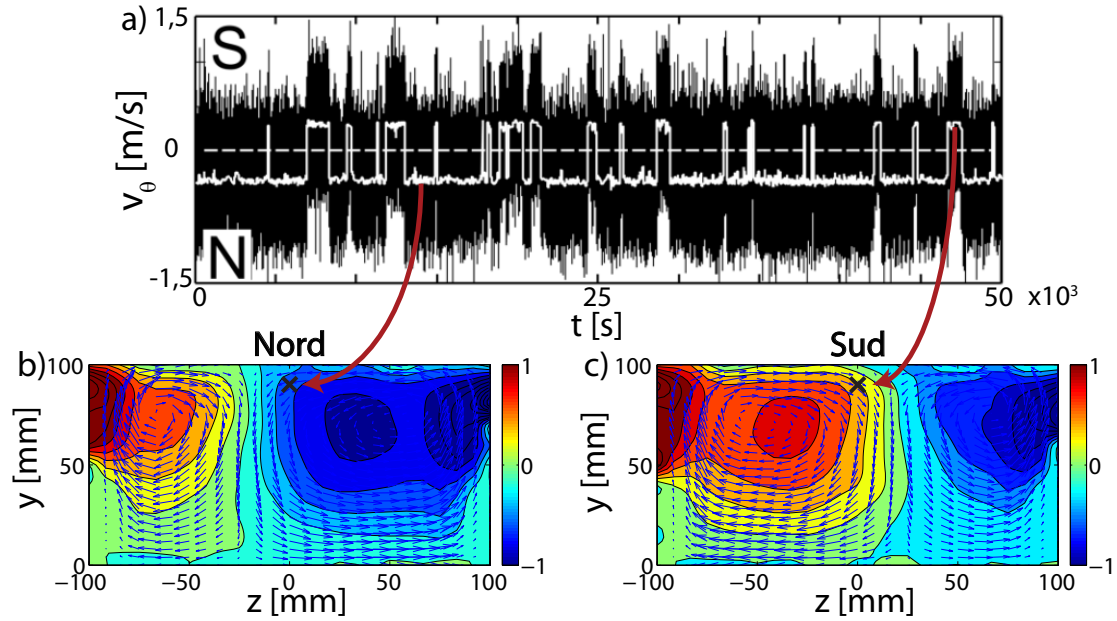


FIGURE V.18 – a) Signal temporel de la vitesse azimutale sur la ligne centrale du dispositif, à 1 cm de la paroi sur une longue durée. La courbe blanche est un filtrage passe-bas du signal avec une fréquence de coupure de 0,025 Hz, qui définit les états nord (N) et sud (S) selon le signe de la vitesse azimutale filtrée (N pour négatif et S pour positif). Figure issue de [22]. b) et c) Écoulement moyen dans les états nord et sud. Les flèches codent les composantes poloidales et la couleur la vitesse azimutale, qui est normalisée par la vitesse maximale (en valeur absolue) des deux états, afin de souligner les amplitudes similaires. Les croix noires indiquent sur les cartes la position du point de mesure LDV. Les flèches rouges indiquent la partie du signal LDV qui pourrait correspondre à la mesure PIV sur laquelle la carte de l'état fléché a été mesurée. Les figures brutes sont issues de [37].

Des mesures LDV ont été effectuées dans chaque état sur une grille de 11×21 points de mesure selon (y, z) , espacés de 1 cm. Ces mesures permettent notamment d'obtenir les cartes de la vitesse fluctuante, comme c'est le cas sur la figure V.19 dans l'état nord. La prépondérance de la cellule toroïdale située du côté des valeurs positives de z déplace la couche de cisaillement entre les deux cellules. Cette zone de cisaillement, comme pour VKL, correspond à l'endroit où les fluctuations de vitesse sont les plus fortes. Dans la cellule dominante, la large zone de vitesse moyenne forte crée une large zone de vitesse fluctuante faible (zone turquoise sur la carte des fluctuations, moins large que la taille de la cellule droite de la figure V.18(b) mais tout de même conséquente).

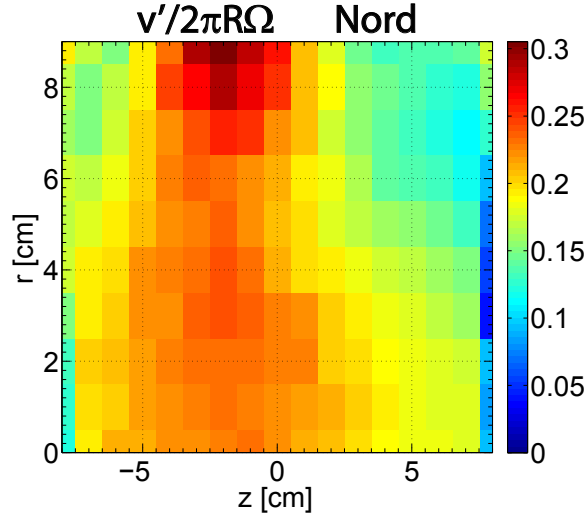


FIGURE V.19 – Magnitude des fluctuations v' normalisée par la vitesse des disques : $v'/2\pi R\Omega$ avec $v' = \sqrt{(2v_\theta^2 + v_z^2)}/3$. Les données sont issues de mesures LDV effectuées sur une grille de 11×21 points, à 4 Hz, lorsque la couche de cisaillement est déplacée vers la gauche, correspondant à un état nord, dans lequel la cellule située en $z > 0$ domine.

2) Exploration et dynamique temporelle

PDF 2D de la position

Nous nous intéressons à la manière dont les grosses particules explorent cet écoulement dont la structure moyenne se renverse entre deux états asymétriques. Comme pour VKL, une vue 2D des PDF de la position permet une première approche, sur laquelle certaines différences entre VKL et VKP sont visibles (figure V.20). La figure V.20 représente la PDF 2D de la position d'une particule de 30 mm à 3,2 Hz, montrant que la particule explore l'écoulement de façon préférentielle du fait de sa taille ; cela signifie que l'effet montré sur les données de Lyon est générique à l'interaction entre des grosses particules et une structure à grande échelle. Toutefois, l'exploration est modifiée ici : la particule est plus proche des disques qu'à Lyon (selon z) et est également plus proche du centre du disque. Nous voyons en effet des valeurs préférentielles selon r , ce qui n'était pas le cas à Lyon. En effet, à Pampelune, des disques à pales courbes et de hauteur plus grande sont utilisés, sans bouchon au centre des disques. Ceci conduit à un écoulement moyen plus important, mais surtout à une succion proche du centre des disques beaucoup plus forte qu'à Lyon où un bouchon est placé au centre des disques pour réduire cet effet. Enfin, nous trouvons une légère asymétrie sur les PDF du fait d'un léger manque de statistique, mais nous ne constatons pas d'effet de l'asymétrie de l'écoulement sur cette observable.

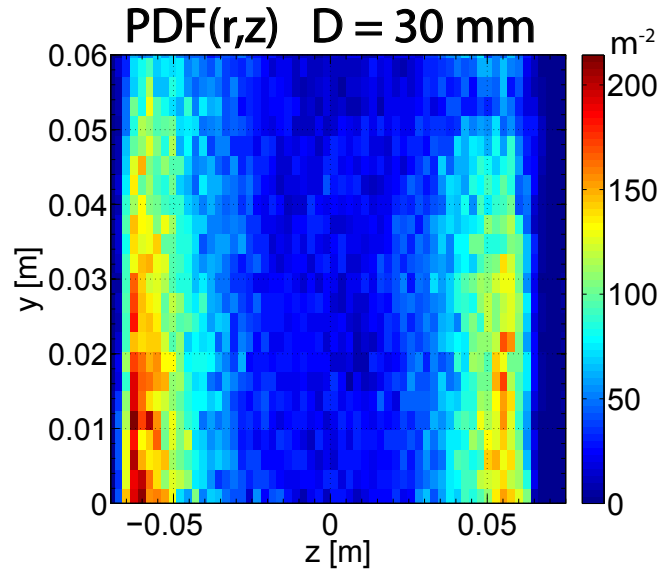


FIGURE V.20 – PDF 2D de la position d'une particule de 30 mm à 3,2 Hz.

Évolution temporelle

L'observation des trajectoires des grosses particules sur des temps longs dans cet écoulement à deux états asymétriques fait apparaître l'émergence d'états sur les traces temporelles de la position axiale $z(t)$ (figure V.21(a)). La particule est d'abord fortement piégée vers les valeurs négatives de z , puis pendant un long moment vers les valeurs positives et ainsi de suite. Lorsqu'elle est plus piégée d'un côté, des excursions dans la cellule opposée sont tout de même observées, mais elles sont extrêmement brèves. Ceci donne sur les traces temporelles une densité de points faible de ce côté, tandis que le côté où elle est plus piégée fait apparaître un bloc quasiment compact sur $z(t)$.

Un filtrage passe-bas de la position de la particule à la même fréquence de coupure que pour la vitesse azimutale (utilisée pour les mesures LDV, figure V.18(a)) fait apparaître un signal dont le signe est en phase avec ces états du piégeage de la particule. Le signe de ce signal filtré permet donc de définir des blocs sur la trace temporelle qui semblent coïncider à des états où la particule passe beaucoup plus de temps d'un côté que de l'autre.

Comme deux états émergents sur la dynamique des grosses particules, il est naturel de les comparer aux états nord et sud de l'écoulement. La figure V.21(b) montre une synchronisation parfaite entre le signe de la position filtrée et celui d'un signal LDV simultané. Une valeur positive (resp. négative) de la trajectoire filtrée signifie donc que la cellule contra-rotative la plus grosse est celle près du disque correspondant à $z > 0$ (resp. $z < 0$), repoussant la couche de cisaillement vers le disque correspondant à $z < 0$ (resp. $z > 0$), défini ci-dessus comme état nord (resp. sud). Ainsi, dans un état sud, la cellule située en $z < 0$ domine, donnant lieu à une vitesse azimutale positive au centre du dispositif et à un piégeage des particules accentué selon les valeurs négatives de z [¶].

Ceci montre que la position moyenne de la particule d'un côté ou de l'autre du dispositif est en fait pilotée par la position de la couche de cisaillement. La particule est en fait piégée dans la plus grande cellule, où les fluctuations de vitesses sont faibles, et n'effectue que des

¶. Sud signifie que les valeurs négatives dominent et donc que la courbe $z(t)$ plus souvent est en "bas", comme pour une carte.

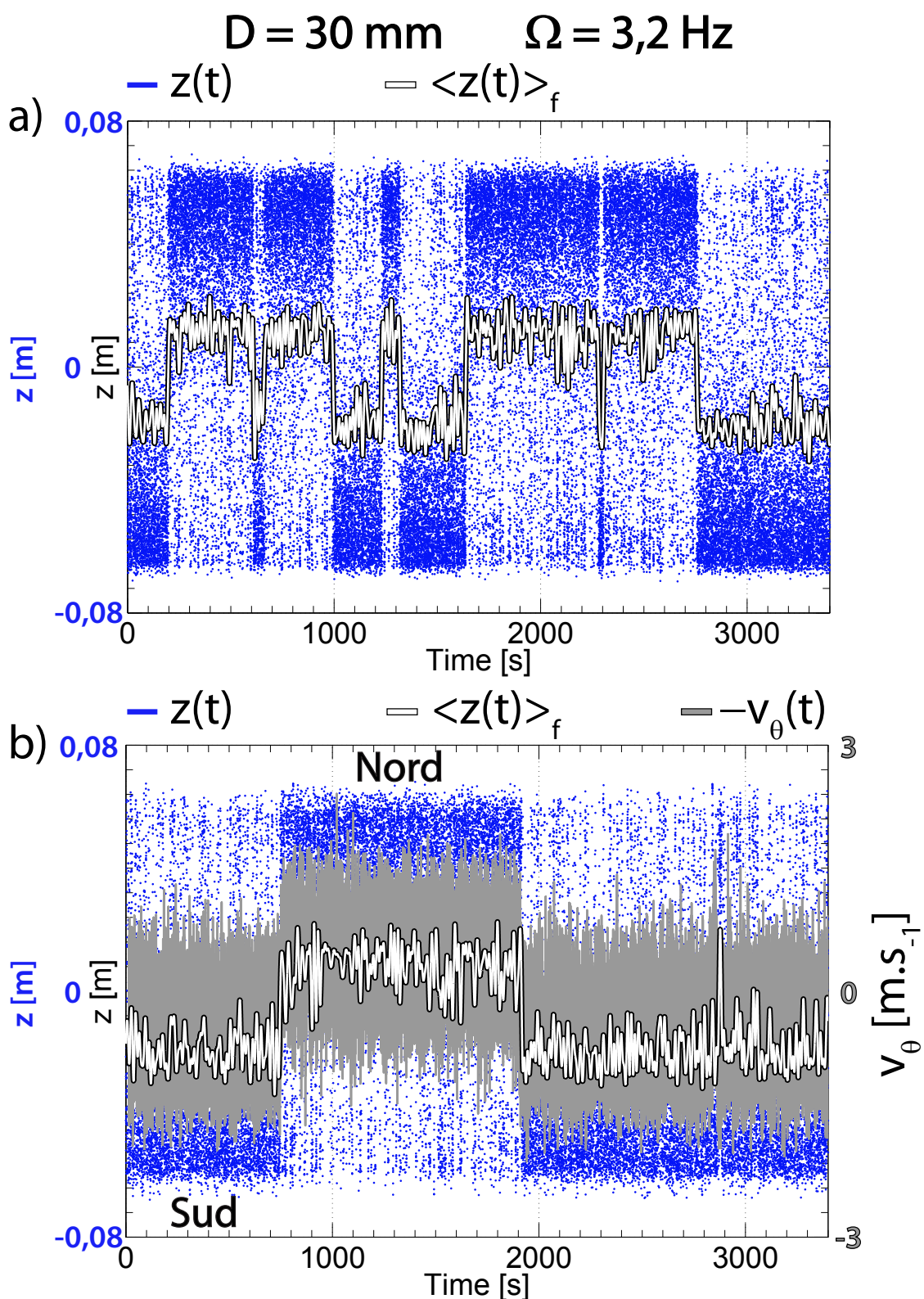


FIGURE V.21 – a) Signal temporel de la position axiale $z(t)$ d'une particule de 30 mm dans l'écoulement à 3,2 Hz en bleu ; filtrage passe-bas de $z(t)$ noté $\langle z(t) \rangle_f$ en blanc (fréquence de coupure $f = 0,025 \text{ Hz}$). b) Signal temporel de la position axiale $z(t)$ d'une particule de 30 mm dans l'écoulement à 3,2 Hz en bleu ; filtrage passe-bas $\text{sgn}(\langle z(t) \rangle_f)$ en blanc (fréquence de coupure $f = 0,025 \text{ Hz}$) et mesure simultanée LDV de la vitesse azimutale v_θ en gris. L'axe bleu à gauche donne les valeurs de $z(t)$ et $\langle z(t) \rangle_f$, l'axe à droite en gris celles de v_θ (en m.s^{-1}). La mise en forme des courbes ne permet pas d'observer correctement le signal instantané de la vitesse, mais permet de voir qualitativement les renversements de l'écoulement moyen.

excursions brèves hors de celle-ci, comme le montre la figure V.22(a). Le signal temporel $z(t)$ montré sur 8 secondes, avec l'écoulement dans l'état sud, souligne en effet la différence forte de dynamique dans la cellule dominante ou dominée.

Cette dynamique impose donc de distinguer les états de l'écoulement pour étudier l'exploration des particules, ce qui est fait à partir du signal de position filtré (figure V.22(b)). Nous pouvons alors conditionner les PDF selon les états, comme le montre la figure V.22(c). Nous trouvons deux PDF asymétriques, dont la somme, qui correspond à la PDF globale, donne bien une PDF symétrique comme celle montrée précédemment sur la figure V.20. La dynamique se décompose donc en deux états équiprobables, symétriques l'un de l'autre selon une rotation $R_\pi(Oy)$, mais très différents de ce qui a été trouvé pour VKL. Le fait que ce soit la cellule dominante qui gouverne la dynamique des particules est ce qui rend possible cette méthode de filtrage passe-bas des trajectoires pour distinguer les états de l'écoulement.

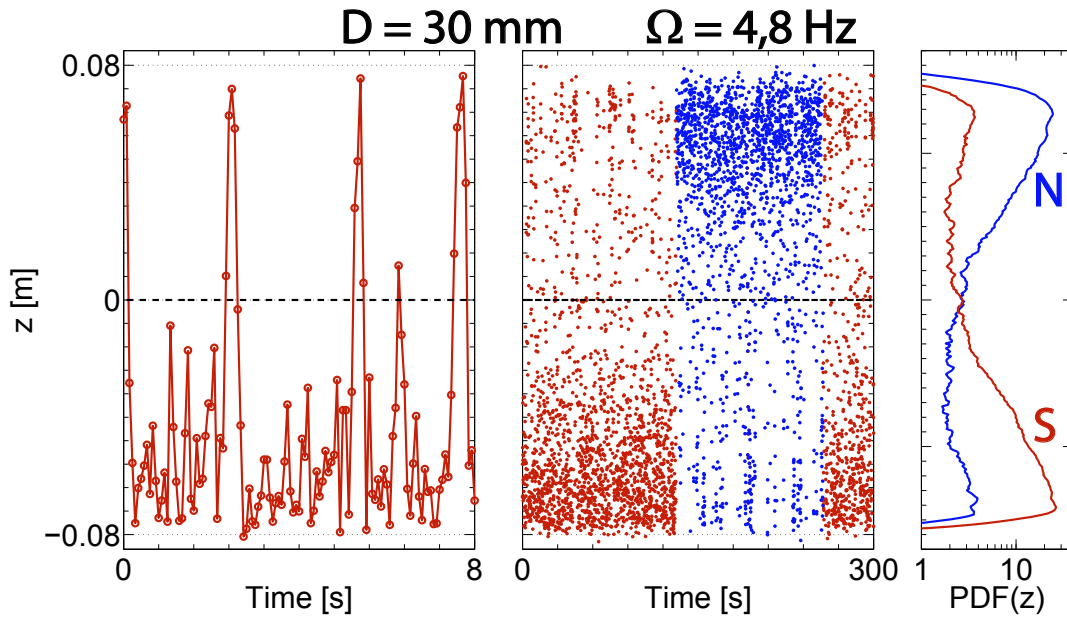


FIGURE V.22 – Trace temporelle de la position axiale z d'une particule de 30 mm à 4,8 Hz sur une courte durée (a) et sur une longue durée (b). Les états nord et sud respectifs sont distingués par un code couleur bleu et rouge respectivement. La figure (c) présente les PDF de la position axiale conditionnées selon les deux états, avec le même code couleur.

L'asymétrie et les renversements de la structure moyenne de VKP contraignent très fortement la dynamique des particules, en imposant un mouvement différent dans un état, et en changeant brutalement ce mouvement lorsqu'un renversement à lieu. Il en résulte une dynamique riche pour les particules, avec l'apparition de nouvelles échelles temporelles, que nous allons étudier par la suite.

Influence de la taille sur les PDF

Nous conditionnons donc les PDF de la position axiale selon les états de l'écoulement pour observer leur évolution avec la taille des particules. Si la statistique est suffisante, nous devrions retrouver le même résultat que pour l'écoulement : les deux états sont équiprobables et identiques (à une symétrie $z \rightarrow -z$ près) [22]. La figure V.23 présente les PDF pour les états nord (a) et sud (b) pour différentes tailles de particule. Nous constatons en effet que la statistique semble suffisante pour que l'image miroir d'un état

soit identique à celle de l'autre état. Par la suite, l'analyse sera décrite en terme de cellule dominante/dominée (ou grosse/petite cellule), car le fait que cette dernière soit au sud ou au nord n'importe pas.

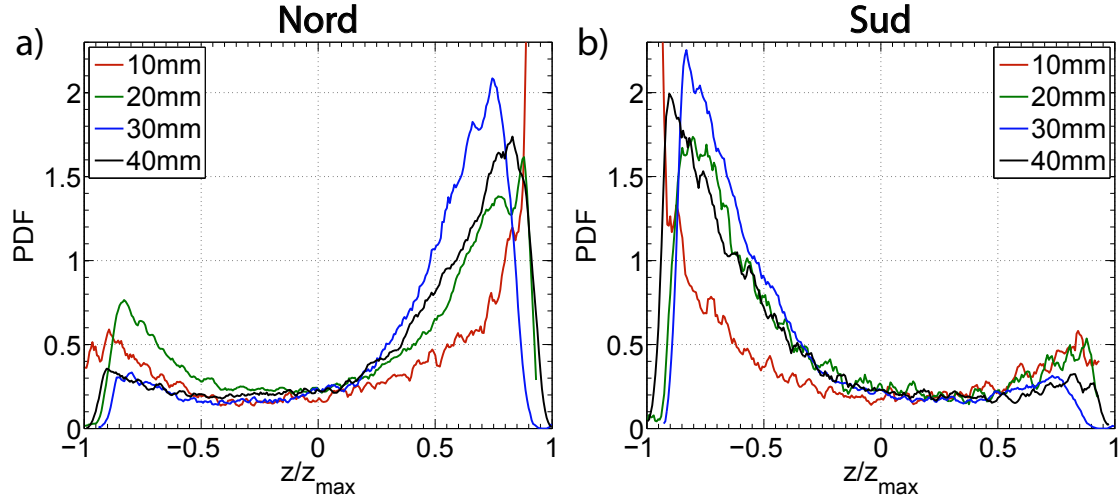


FIGURE V.23 – PDF de la position axiale pour des particules de différents diamètres conditionnées selon l'état nord (a) ou sud (b) de l'écoulement, à 3,2 Hz.

Contrairement aux résultats de VKL, nous observons que toutes les particules explorent l'écoulement de façon préférentielle en distinguant trois zones : la zone correspondant à la grande cellule où la probabilité est la plus forte, la zone centrale où elle est la plus faible, et enfin celle correspondant à la petite cellule où la probabilité est intermédiaire. Le fait que toutes les particules explorent l'écoulement de façon préférentielle est attendu au vu de la PDF 2D pour la particule de 30 mm et de la grande taille des particules, en lien avec les mesures dans VKL. Ces rapports de taille donneraient probablement lieu à une saturation du phénomène d'exploration préférentiel dans VKL, mais l'observation est différente pour VKP. Plus le diamètre des particules augmente, plus les particules passent de temps dans la grande cellule en comparaison à la petite cellule : en clair, plus elles sont sensibles au caractère asymétrique de l'écoulement. Ce constat est très clair sur la figure V.24, qui montre la différence relative de la probabilité que la particule se trouve dans la cellule dominante en fonction du diamètre de la particule, définie comme :

$$r(\text{sgn}(z) = \text{sgn}(\langle z(t) \rangle_f)) = \frac{P(\text{sgn}(z) = \text{sgn}(\langle z(t) \rangle_f)) - P(\text{sgn}(z) \neq \text{sgn}(\langle z(t) \rangle_f))}{P(\text{sgn}(z) = \text{sgn}(\langle z(t) \rangle_f))}, \quad (\text{V.2.1})$$

où sgn est la fonction signe $\text{sgn}(x) = x/\|x\|$. Nous constatons clairement que lorsque la taille des particules augmente, quelle que soit la fréquence de rotation, elles explorent de plus en plus le côté dominant par rapport à l'autre côté. Cette évolution est, lorsqu'elle est moyennée selon Ω , quasi-linéaire jusqu'à 30 mm, puis elle sature.

Temps de résidence

La figure V.25 présente la distribution des temps de résidence pour les différentes particules étudiées. Comme dans le cas de VKL, elles sont quasiment exponentielles décroissantes, quelle que soit la cellule ou la taille, mais avec des pentes très différentes selon la cellule considérée (dominante ou dominée). En effet, les pentes de la petite cellule sont toujours plus fortes que celles de la grosse cellule, et ce phénomène s'accroît quand la taille

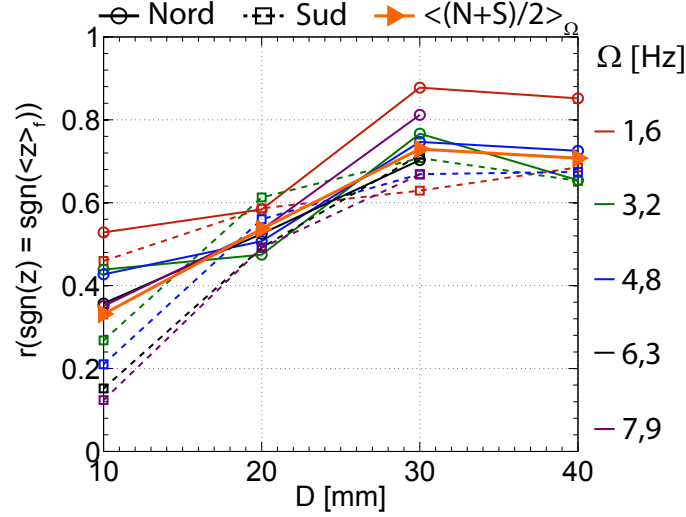


FIGURE V.24 – Différence relative de la probabilité que la particule se trouve du côté où la cellule dominante se trouve en fonction du diamètre de la particule et à différentes fréquences de rotation. La courbe aux triangles oranges correspond à la moyenne selon la fréquence de rotation.

augmente : plus la taille des particules est grande, plus elles sont sensibles au caractère asymétrique de l'écoulement, explorant plus souvent la cellule dominante, en ne faisant que de brèves excursions vers la petite cellule.

Pour étudier l'influence de la taille, nous nous intéressons aux temps de résidence moyens T_0 , qui étaient indépendants de Ω pour VKL (figure V.2(b)). Le comportement est identique pour VKP, mais uniquement au-delà de 4 Hz (figure V.26(a)), ceci alors que la turbulence est pleinement développée pour toutes les fréquences considérées (u'/U est constant). Pour $\Omega < 4$ Hz, T_0 diminue, puis il atteint un plateau et ne dépend plus du nombre de Reynolds. Ce phénomène est en fait lié à l'écoulement, dont les temps de résidence dans un état ou dans l'autre présentent exactement la même évolution avec le nombre de Reynolds [37]. Nous observons donc un couplage entre les échelles lentes de l'écoulement et celles de la bille. Bien que la turbulence soit pleinement développée, les renversements de l'écoulement, qui évoluent à des échelles de temps très éloignées de celles de la turbulence, sont indépendants du nombre de Reynolds seulement à partir d'un certain seuil, pour $Re = 250\,000$, soit $\Omega = 4,8$ Hz.

Pour discuter l'évolution de T_0 avec la taille des particules, nous nous plaçons à 4,8 Hz afin de s'affranchir de la dépendance au nombre de Reynolds. L'évolution qualitative décrite précédemment pour les distributions se retrouve sur la figure V.26(b) : les temps de résidence moyens dans la grosse cellule sont environ constants, tandis qu'ils diminuent continuellement dans la petite cellule. La statistique n'est pas complètement suffisante pour converger la moyenne d'une quantité dont les distributions sont exponentielles décroissantes, d'où une dispersion des points, notamment dans la grande cellule, où les temps de résidence sont très grands. Comme l'a montrée l'étude des probabilités de présence, augmenter la taille correspond à augmenter la sensibilité des particules au caractère asymétrique de l'écoulement. Ceci peut s'expliquer facilement en regardant les cartes de fluctuations de vitesse dans un état (figure V.19(b)) qui présentent des fluctuations faibles dans la grande cellule et fortes dans la petite cellule. Quand la bille est dans la grosse cellule, quelle que soit sa taille, elle évolue dans une zone où les fluctuations autour d'elle sont faibles et quasiment homogènes, alors que dans une petite cellule, plus la taille augmente,

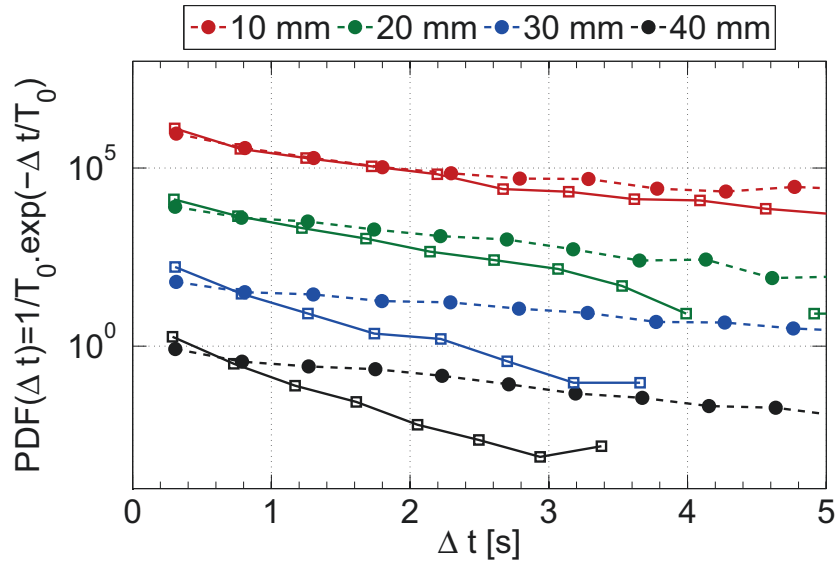


FIGURE V.25 – Distributions des temps de résidence dans la cellule qui domine (traits pointillés et ronds) et dans l'autre cellule (traits pleins et carrés) pour différents diamètres de particule à 3,2 Hz.

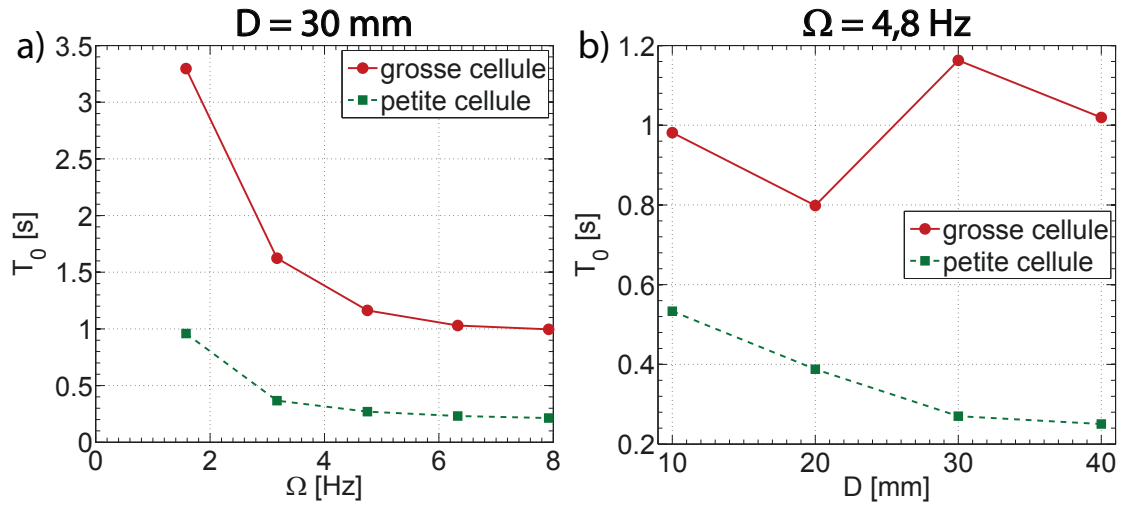


FIGURE V.26 – a) Temps de résidence moyens T_0 en fonction de la fréquence de rotation Ω pour la grosse cellule (qui domine) et la petite cellule pour une bille de 30 mm. b) Temps de résidence moyens T_0 en fonction du diamètre des particules D pour la grosse cellule (qui domine) et la petite cellule à 4,8 Hz.

plus la particule ressent un champ de fluctuations hétérogène, qui peut l'éjecter vers la grande cellule, qui possède de plus un gradient de pression moyen plus fort car la vitesse moyenne y est plus forte (figure V.18(b-c)). La valeur absolue de la vitesse azimutale vaut en effet environ $0,45U$ dans la grande cellule et $0,36U$ dans la petite, donnant lieu à un gradient de pression asymétrique, contrairement à VKL. Ces observations sont cohérentes avec les arguments développés pour l'exploration préférentielle dans VKL, bien qu'il y ait pour VKP un caractère asymétrique qui n'est pas présent à Lyon.

3) Dynamique spectrale et corrélations

Densités spectrales de puissance de la position

Pour le calcul des densités spectrales de puissance, nous ne conditionnons pas les trajectoires selon les états de l'écoulement pour obtenir des spectres sur la plus grande gamme fréquentielle possible, et nous faisons de même pour les fonctions d'auto-corrélation de la position.

En effet, les spectres de VKP couvrent une gamme fréquentielle étendue, environ sur $f/\Omega = [10^{-4} - 2]$, qui décrit très bien les basses fréquences de la dynamique des particules. La figure V.27 présente les spectres de la position axiale et transverse d'une particule de 40 mm à $\Omega = 3,2$ Hz. Le spectre de la position transverse y présente un plateau qui s'étend sur toutes les basses fréquences, et un pic fort pour $f = \Omega$, qui est dû à la proximité des billes aux disques, où le forçage fort de l'écoulement se fait à une fréquence voisine de Ω .

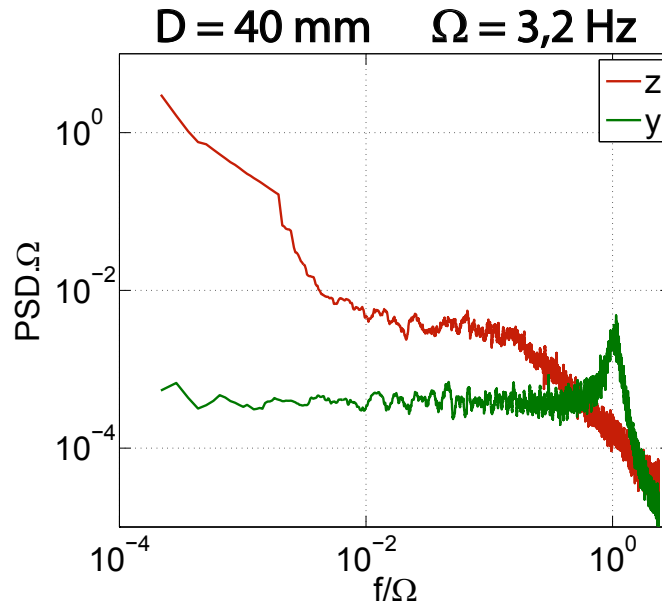


FIGURE V.27 – Densités spectrales de puissance de la position axiale z et transverse y d'une particule de 40 mm à 3,2 Hz.

Comparaison avec VKL

Avant de commenter plus en détail les spectres axiaux, nous pouvons changer le domaine fréquentiel en remplaçant la normalisation par Ω par une normalisation par la fréquence du pic fréquentiel du spectre transverse f_{peak} afin de les comparer à ceux de VKL. Nous utilisons ce changement fréquentiel car les particules sont localisées plus près des disques dans VKP que dans VKL. La figure V.28(a) montre les spectres transverses normalisés par

Ω et ceux normalisés par f_{peak} , montrant l'allure similaire des spectres dans les deux dispositifs. Sur la figure V.28(b), les spectres axiaux normalisés par f_{peak} montrent que la pente aux fréquences intermédiaires trouvée pour VKL est aussi présente sur environ la même gamme fréquentielle pour VKP. Les plateaux ont également des valeurs proches, mais une différence forte apparaît aux très basses fréquences, où nous observons une augmentation de l'énergie, avec une loi de puissance d'exposant environ -1 dans le cas de VKP. Cette partie très basse fréquence correspond aux retournements de l'écoulement qui gouverne la dynamique de la bille. Un comportement similaire apparaît en effet sur les spectres de la vitesse azimutale de l'écoulement, aux mêmes fréquences, avec une pente de valeur -2 , qui est caractéristique des renversements de l'écoulement [37]. Conditionner les trajectoires selon les états pour obtenir des spectres sans renversement ne permet malheureusement pas d'atteindre les basses fréquences, mais une expérience effectuée dans un écoulement stabilisé a montré que, sans retournement, les très basses fréquences présentent un plateau (voir les expériences complémentaires dans l'annexe B). De plus, ce type de conditionnement sur les spectres permet de vérifier que les renversements n'affectent que la dynamique aux très basses fréquences, les spectres conditionnés ou bruts étant exactement similaires à toutes les autres fréquences (non montré ici). Les grosses particules apparaissent donc comme des indicateurs des événements aux temps longs de l'écoulement.

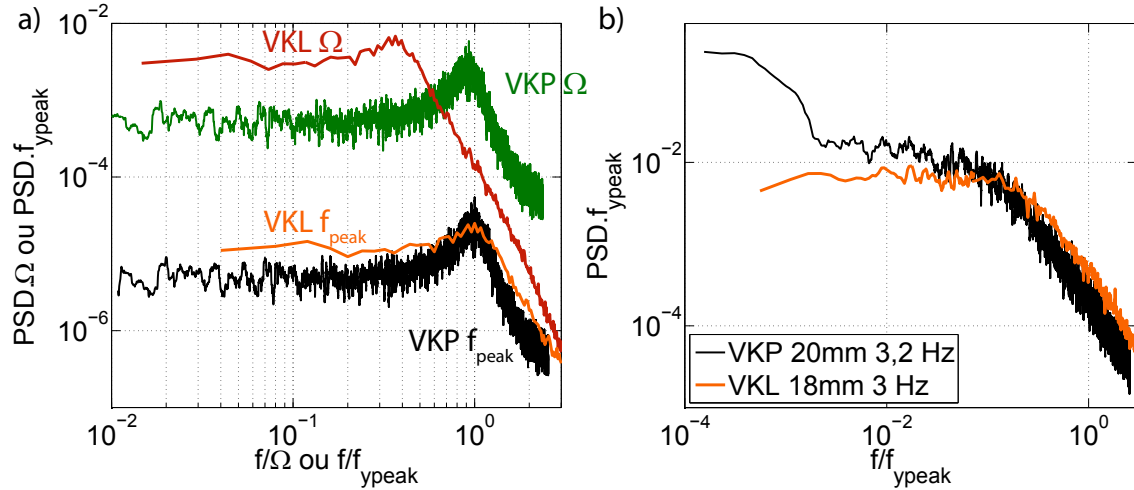


FIGURE V.28 – a) Densités spectrales de puissance de la position transverse y pour une particule de 18 mm à 3 Hz dans VKL et une particule de 20 mm à 3,2 Hz dans VKP. Les spectres rouge et vert sont tracés selon f/Ω tandis que ceux bleu et noir, décalés d'un facteur 100, sont tracés en fonction de la fréquence normalisée par la fréquence du pic des spectres transverses f/f_{peak} . b) Densités spectrales de puissance de la position axiale z , normalisées par f_{peak} , pour une particule de 18 mm à 4 Hz dans VKL et une particule de 20 mm à 3,2 Hz dans VKP.

L'analyse de la stabilité et des renversements de l'écoulement dans VKP sont le fruit d'une étude longue et complexe, utilisant des mesures locales de type LDV et PIV ; il est remarquable de constater qu'une étude simple de la position d'une grosse bille à l'aide d'une webcam permet de retrouver simplement une partie des caractéristiques de cette dynamique.

Évolution avec la taille

Si dans le cas de la position transverse les spectres ne changent presque pas avec la taille (comme dans le cas de VKL), ce n'est pas le cas pour la position axiale. Nous observons en effet des différences fortes sur la figure V.29(a), notamment entre la particule de 10 mm (qui semble beaucoup moins sensible aux renversements) comme nous l'avons vu sur les PDF, et les autres particules, plus grosses.

- très basses fréquences : pour les particules de diamètre supérieur ou égal à 20 mm, la pente proche de -1 due aux renversements de l'écoulement apparaît, mais avec des amplitudes qui dépendent de D .
- fréquences intermédiaires (basses fréquences de VKL) : le plateau apparaît nettement pour toutes les tailles, avec un ordonnancement décroissant clair selon la taille. L'évolution de la valeur des plateaux selon D est beaucoup plus claire que dans le cas de VKL. Cet ordonnancement net indique ici des valeurs rms de la position axiale décroissantes selon D .
- hautes fréquences (intermédiaires à Lyon) : tous les spectres présentent une loi de puissance d'exposant proche de $-1,5$, comme le montrent les spectres compensés par $f^{-1,5}$ sur la figure V.29(b). La loi de puissance est la même qu'à Lyon et représente la signature des va-et-vient entre les cellules du fait de l'exploration préférentielle.

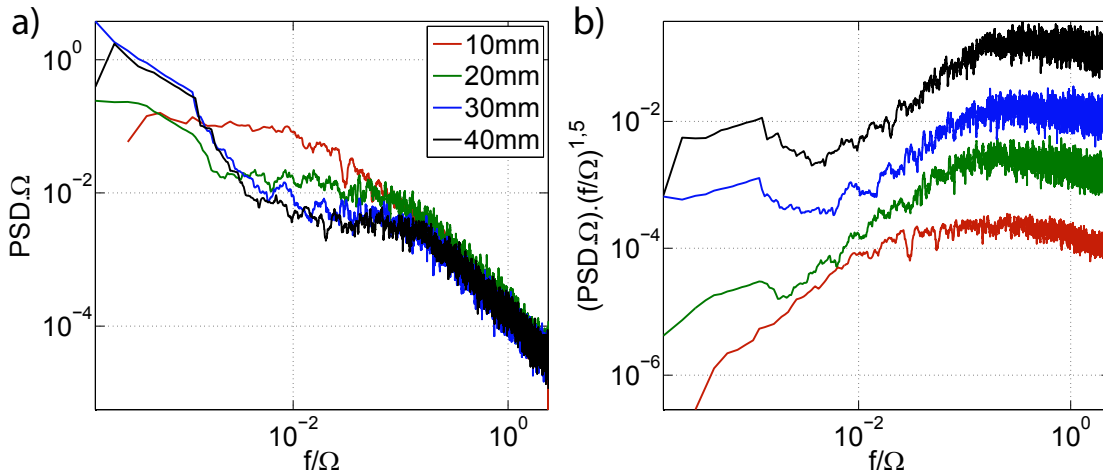


FIGURE V.29 – a) Densités spectrales de puissance de la position axiale z pour différents diamètres de particule à 3,2 Hz; b) Ces mêmes spectres sont compensés par $f^{1,5}$.

Fonctions d'auto-corrélation de la position

Bien que les fonctions de corrélation soient directement liées aux spectres, le point de vue différent qu'elles apportent peut mettre l'accent sur d'autres échelles de temps, et nous en profitons pour revenir sur les parties très basses fréquences des spectres. L'observation de ces fonctions sur des temps courts laisse penser que la position axiale ne se décorrèle pas (insert de la figure V.30), et les fonctions pour différentes tailles se croisent, rendant leur description difficile. En revanche, l'observation sur des temps longs fait apparaître des décroissances très lentes vers 0 dues aux renversements de l'écoulement. Ce phénomène n'est en effet pas présent pour une particule de 10 mm, puis apparaît pour 20 mm et est du même ordre de grandeur pour les particules de 30 et 40 mm, en écho à la partie très basses fréquences des spectres (figure V.29(a)). La décroissance aux temps courts

correspond donc à une décorrélation des particules au sein d'une cellule, tandis que la décorrélation lente vient du changement de la valeur moyenne locale de la position causé par les renversements.

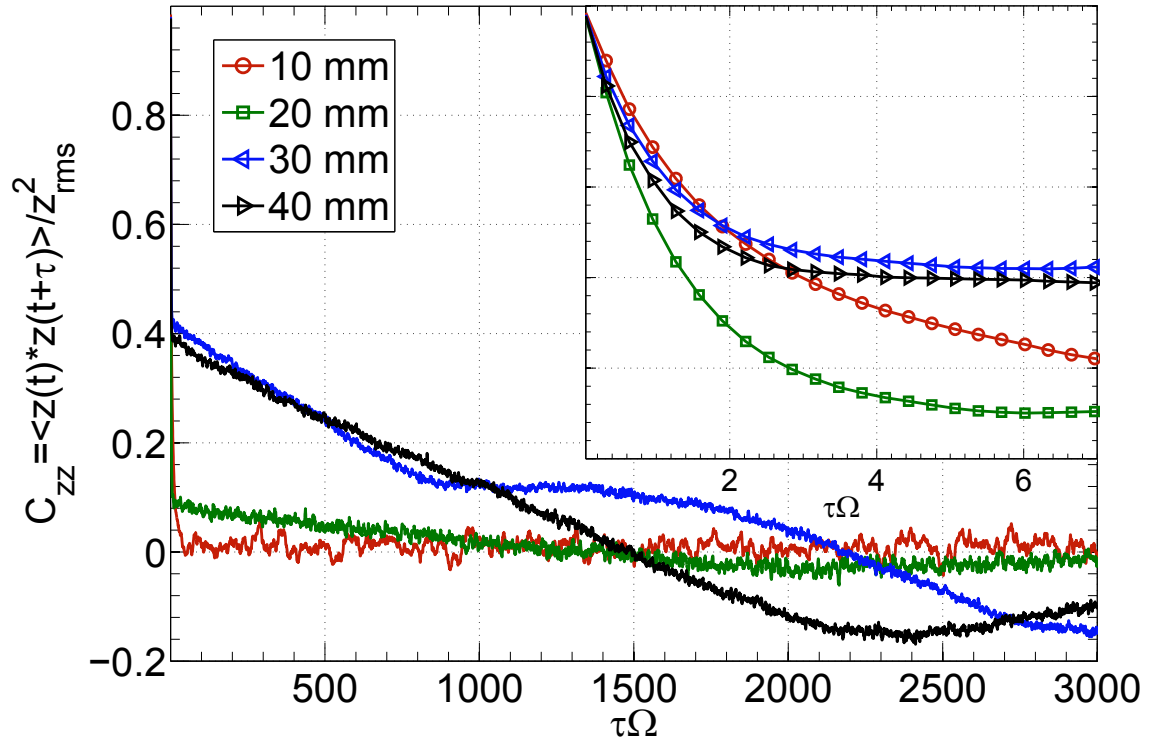


FIGURE V.30 – Fonctions d'auto-corrélation de la position axiale z pour différentes tailles de particules à 5 Hz sur une longue durée, et sur une courte durée en insert.

B) Modèle asymétrique

La dynamique des particules dans VKP ressemble à celle des grosses particules dans VKL, mais certaines différences, du fait de l'existence de deux structures moyennes asymétriques, apparaissent. Comme pour VKL, nous construisons un modèle inspiré du mouvement brownien, mais au vu des PDF de la position axiale, avec un confinement dans un double-puits de potentiel asymétrique. Nous modifions donc la forme du potentiel asymétrique, en ajoutant un terme de dérive :

$$\begin{cases} V(z) = \delta(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}) + \delta/4 - \lambda z & |z| < 1 \\ V(z) = 4(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}) + 1 - \lambda z & |z| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{V.2.2})$$

Ainsi, à hauteur de barrière fixée ($\delta = 4$), augmenter λ rendra un puits plus attracteur que l'autre.

Densités de probabilité de la position

La figure V.31 présente les PDF de la position z pour $\delta = 4$ et $\lambda = [0; 0,2; 0,5; 0,7]$. Les PDF obtenues reproduisent qualitativement les résultats expérimentaux conditionnés à l'état nord, l'influence de la taille étant prise en compte non pas par l'augmentation de la hauteur de la barrière mais par une augmentation de l'asymétrie. Plus λ augmente, plus la probabilité relative d'être dans le puits de droite augmente par rapport à celle du puits voisin.

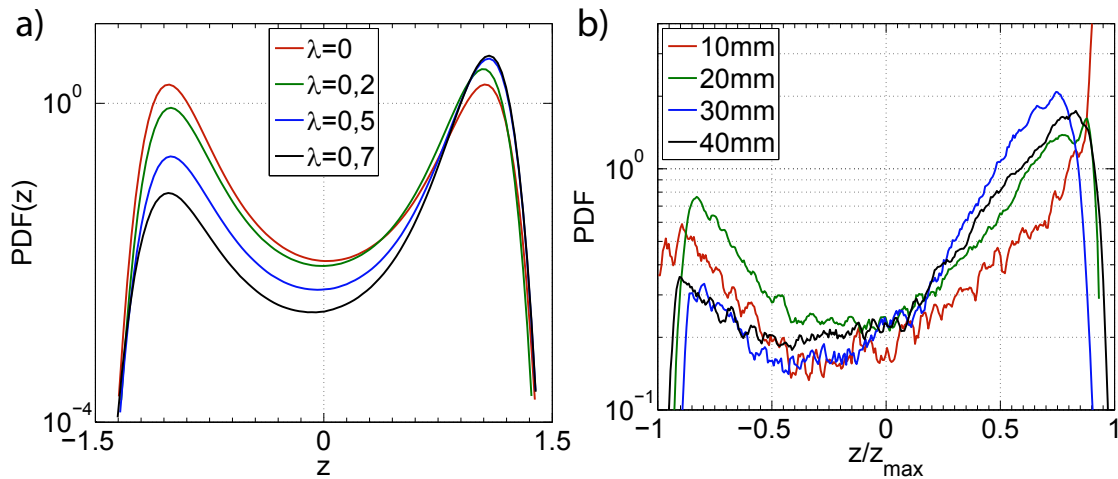


FIGURE V.31 – a) PDF de la position modélisée pour une barrière de potentiel de hauteur $\delta = 4$ et différentes valeurs d'asymétrie λ . b) PDF de la position axiale z pour différentes tailles de particules dans un état nord de l'écoulement de VKP, issue de la figure V.23(a).

Temps de résidence

Comme pour VKP, il faut distinguer les temps de résidence dans le puits dominant et dans l'autre puits, que nous appellerons respectivement grosse et petite cellule par analogie avec l'expérience. Les distributions de ces temps sont bien sûr exponentielles décroissantes, et une différence forte de pente existe selon la cellule considérée (non montré). La figure V.32(a) montre l'évolution des temps de résidence moyens T_0 , issus d'ajustement exponentiels, en fonction de λ dans la petite et la grosse cellule. Comme pour VKP, T_0 diminue continuellement dans la petite cellule, du fait de l'attraction croissante du puits voisin. Ici, λ

agit comme une force constante toujours dirigée vers les valeurs de z positives. Ainsi, augmenter λ accroît la vitesse à laquelle la particule quitte la petite cellule, diminuant donc T_0 . Dans la grosse cellule, T_0 augmente d'abord légèrement, puis ses valeurs explosent du fait de l'asymétrie très élevée (λ est à comparer à u_0/τ , qui est fixé à 1).

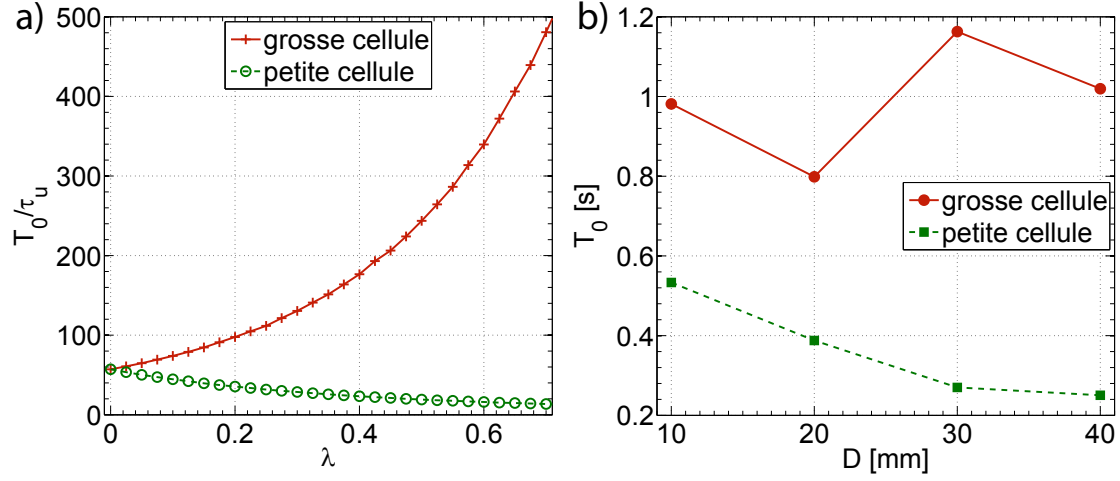


FIGURE V.32 – a) Temps de résidence moyens du côté du grand puits (croix) ou du petit puits (rond) en fonction de la valeur d'asymétrie λ . b) Temps de résidence moyen T_0 en fonction du diamètre des particules D pour la grosse cellule (qui domine) et la petite cellule à 4,8 Hz, repris de la figure V.26(b) pour plus de lisibilité.

Bien que cette asymétrie soit artificielle, nous observons une dynamique qualitativement similaire à celle des particules dans VKP en fonction de leur taille. L'action de λ est en accord uniquement avec ce qui se passe dans la petite cellule, car dans l'expérience, rien ne maintient la particule dans la grosse cellule (voire ne la pousse vers le disque de cette cellule) une fois qu'elle y est. En revanche, la dérive imposée par λ dans la petite cellule peut se comparer à l'effet de l'hétérogénéité du champ de fluctuations autour de la particule, qui la pousse à s'échapper de la cellule.

Densités spectrales de puissance

Concernant les spectres de puissance, l'influence de λ se traduit essentiellement par la diminution de la valeur du plateau, de manière similaire à VKP. La dynamique très basse fréquence avec la pente -1 n'est bien sûr pas reproduite car la valeur de λ est fixe et ne se renverse pas. La pente due à l'exploration préférentielle est toujours présente mais elle s'altère légèrement quand l'asymétrie augmente, devenant moins forte.

Ceci peut s'expliquer simplement : quand la valeur de λ est trop élevée, la particule ne fait presque plus d'aller-retours, et donc la pente diminue progressivement sur les spectres. Nous avons observé un comportement similaire dans VKL lorsque le nombre de Reynolds est très faible et que la particule est presque totalement piégée dans un tore (repris sur la figure V.34 pour plus de lisibilité). Dans le régime laminaire ($Re \leq 316$), la pente est détruite, tandis qu'elle réapparaît dès $Re \geq 701$, car les aller-retours ont de nouveau lieu de façon plus régulière, bien que la dynamique des billes ne soit pas turbulente, comme l'atteste la pente très forte aux hautes fréquences (environ -6 au lieu de $-4,5$). Ceci montre que cette pente est bien due aux va-et-vient des particules entre les deux cellules, de façon dissociée à la turbulence.

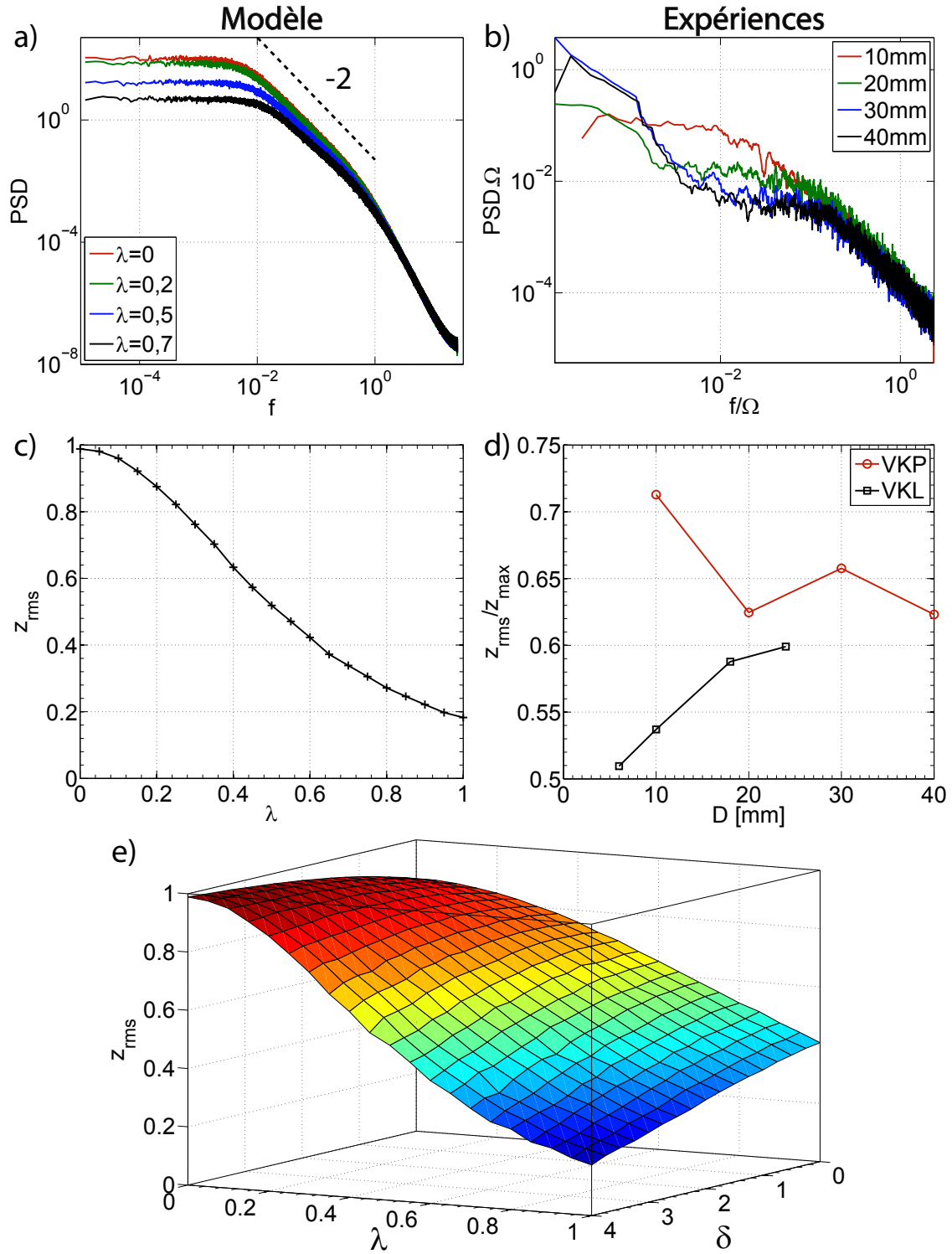


FIGURE V.33 – a) Densités spectrales de puissance de z pour différentes valeurs d’asymétrie λ . b) Densités spectrales de puissance de la position axiale z pour différents diamètres de particule à 3,2 Hz dans VKP. c) Valeurs rms de la position z en fonction de λ . d) Valeurs rms de la position axiale z pour VKL et VKP. e) Valeur rms de la position z en fonction de δ et λ .

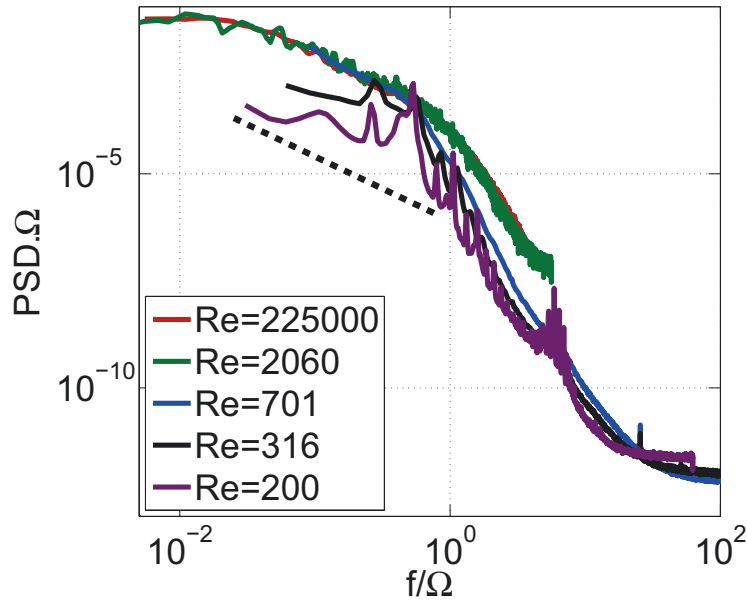


FIGURE V.34 – Densités spectrales de puissance de la position axiale pour des billes légères de 18 mm à différents nombres de Reynolds à 4 Hz dans VKL.

L'ordonnancement des plateaux des spectres selon l'asymétrie implique directement une évolution décroissante des valeurs rms de z selon λ (figure V.33(c), résultat démontré pour un système plus général en annexe A). Comme pour plusieurs quantités, l'effet est faible aux petites valeurs d'asymétrie puis la tendance s'accroît. Bien qu'il existe un régime différent aux très basses fréquences pour VKP, ce même ordonnancement des plateaux quand D augmente conduit à une évolution similaire des valeurs rms (figure V.33(d)).

Enfin, nous avons commenté l'évolution de la dynamique de la particule Langevin selon les valeurs de l'asymétrie pour $\delta = 4$; ces résultats sont bien sûr valables à d'autres valeurs de la hauteur de la barrière. Nous pouvons le montrer simplement avec la figure V.33(e) où la rms de z est tracée en fonction de λ et δ . Pour toutes les valeurs de δ où le piégeage existe vraiment ($\delta \geq 2$, où la pente -2 apparaît sur les spectres), la forme de cette fonctionnelle est quasiment inchangée.

Fonctions d'auto-corrélation de la position

Afin de pouvoir comparer les corrélations dans le cas du modèle, où l'asymétrie est fixe, à celles de VKP, nous découpons les trajectoires de VKP selon les états de l'écoulement pour obtenir des fonctions non biaisées par la dynamique aux temps longs. Nous obtenons alors un ensemble de trajectoires dont nous pouvons supprimer la valeur moyenne locale. La figure V.35(a) présente les fonctions d'auto-corrélation de la position z pour différentes valeurs du paramètre d'asymétrie λ tandis que la figure V.35(b) montre les mêmes fonctions dans l'état nord de l'écoulement de VKP. Dans les deux cas, il existe un ordonnancement clair des corrélations lorsque la sensibilité de la particule à l'asymétrie augmente, soit par augmentation de la taille expérimentalement, soit par augmentation de λ dans le modèle. Les courbes en insert montrent par ailleurs que, dès qu'une certaine asymétrie existe, les temps de corrélation de la position modélisée diminuent de manière monotone lorsque λ augmente, ce qui est assez analogue aux expériences. Cette décroissance selon la taille, qui signifie qu'une grosse particule décorrèle plus vite qu'une petite, semble étonnante pour VKP, puisque opposée aux observations de VKL. Ceci montre les influences antagonistes de la hauteur de la barrière ou de l'asymétrie, à la fois expérimentalement et numériquement. La décroissance des temps de corrélation avec l'asymétrie est peut-être due à la raréfaction des aller-retours : une particule qui reste toujours dans le même puits a une moyenne stable autour de laquelle elle fluctue, donnant lieu à une décorrélation rapide.

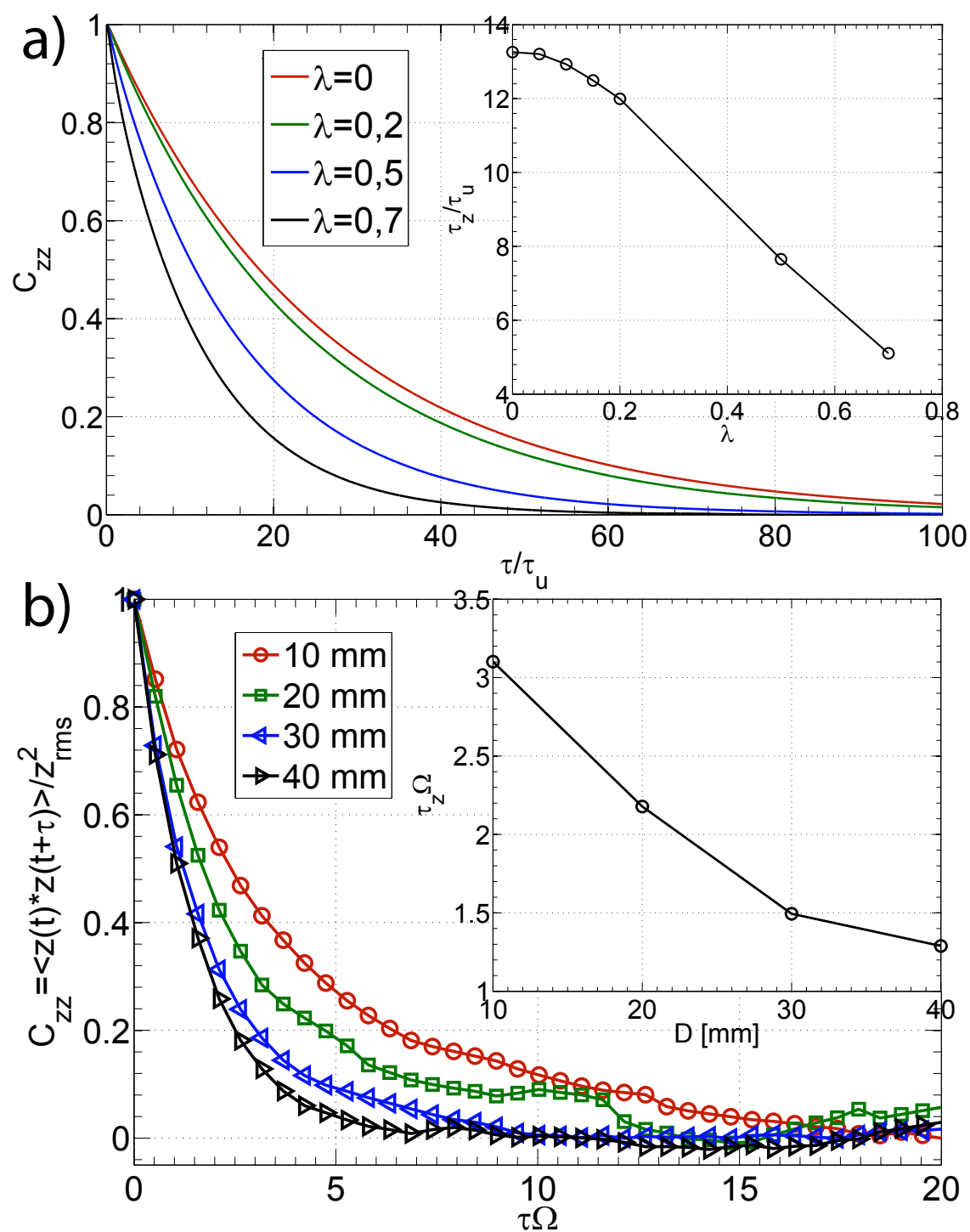


FIGURE V.35 – a) Fonctions d'auto-corrélation de la position z pour différentes valeurs du paramètre d'asymétrie λ ; en insert : temps de corrélation de la position (à 50%). b) Fonctions d'auto-corrélation de la position axiale z conditionnée à un état de l'écoulement moyen (sans renversement) pour différentes tailles de particules à 5 Hz; en insert : temps de corrélation de la position axiale (à 50%), conditionnée par un état de l'écoulement, en fonction de la taille des particules.

C) Asymétrie artificielle à Lyon

Jusqu'ici, nous avons trouvé des similitudes fortes entre chaque dispositif expérimental et son modèle associé. Les différences entre les deux expériences peuvent ainsi s'expliquer en partie à la lumière des différences des modèles, comme l'ordonnancement selon la taille des plateaux sur les spectres axiaux. Cependant, les renversements entre les deux états asymétriques pour VKP modifient la dynamique des particules, ajoutant des échelles de temps lentes qui ne facilitent pas l'analyse. C'est pourquoi nous cherchons dans cette section à comparer les résultats à une expérience modèle, asymétrique mais stable, afin de mieux comprendre les résultats de VKP.

Comme nous avons artificiellement ajouté une asymétrie dans le modèle, il est possible de faire de même dans l'écoulement de von Kármán à section carrée de Lyon. Pour cela, nous imposons une différence de fréquence $-\Delta\Omega$ sur le disque situé en $z < 0$ par rapport au disque en $z > 0$ qui tourne toujours à 4 Hz. Ceci a pour effet de déplacer la couche de cisaillement vers les valeurs négatives de la position axiale z [62]. La cellule toroïdale située en $z < 0$, du côté du disque plus lent, devient donc petite par rapport à celle du côté du disque plus rapide, en $z > 0$, qui domine. Ces expériences sont réalisées dans l'eau avec une bille lourde de 18 mm uniquement.

Densités de probabilité de la position

La figure V.36(a) présente les PDF de la position axiale z en fonction de l'asymétrie exprimée comme $\Delta\Omega$ (le déplacement de la couche est linéaire selon $\Delta\Omega$). Les PDF sont de plus en plus asymétriques à mesure que la différence de fréquence de rotation augmente. Nous pouvons étudier la différence relative de probabilité $r(z > 0)$ en fonction de $\Delta\Omega$ (la cellule située en $z > 0$ domine), comme pour VKP (équation V.2.1). Il n'est pas étonnant d'observer une augmentation quasi-linéaire de cette quantité au vu du contrôle synthétique de l'asymétrie (insert de la figure V.36(a)) et nous constatons que comme pour VKP ce rapport augmente avec l'asymétrie.

Temps de résidence

Les distributions des temps de résidence sont bien sûr exponentielles décroissantes et nous caractérisons leur évolution par le temps de résidence moyen T_0 . Le résultat, présenté figure V.36(b), ressemble très fortement à ceux de VKP et du modèle asymétrique aux petites valeurs de λ .

Densités spectrales de puissance

La comparaison se poursuit sur les densités spectrales de puissance, pour lesquelles le plateau s'ordonne selon l'asymétrie $\Delta\Omega$, et où la pente de l'exploration préférentielle semble légèrement altérée pour l'asymétrie la plus grande (figure V.37(a)). La figure V.37(b) montre des spectres transverses identiques, une fois normalisés par la fréquence pertinente pour la dynamique, qui apparaît être $\langle\Omega\rangle = (\Omega_{sud} + \Omega_{nord})/2$. C'est cette fréquence qui a été utilisée pour les spectres axiaux de la figure V.37(b) et qui est utilisée par la suite pour les corrélations. Comme la particule passe plus de temps près du disque à 4 Hz, il est étonnant que sa dynamique soit accrochée sur $\langle\Omega\rangle$ et non sur Ω .

Comme le suggère l'observation des spectres axiaux, la rms de z diminue selon $\Delta\Omega$ (figure V.38(a)), tout de même plus fortement que pour VKP, du fait de l'absence des renversements, qui, comme le montre leur signature dans les spectres, viennent augmenter fortement la valeur rms de z .

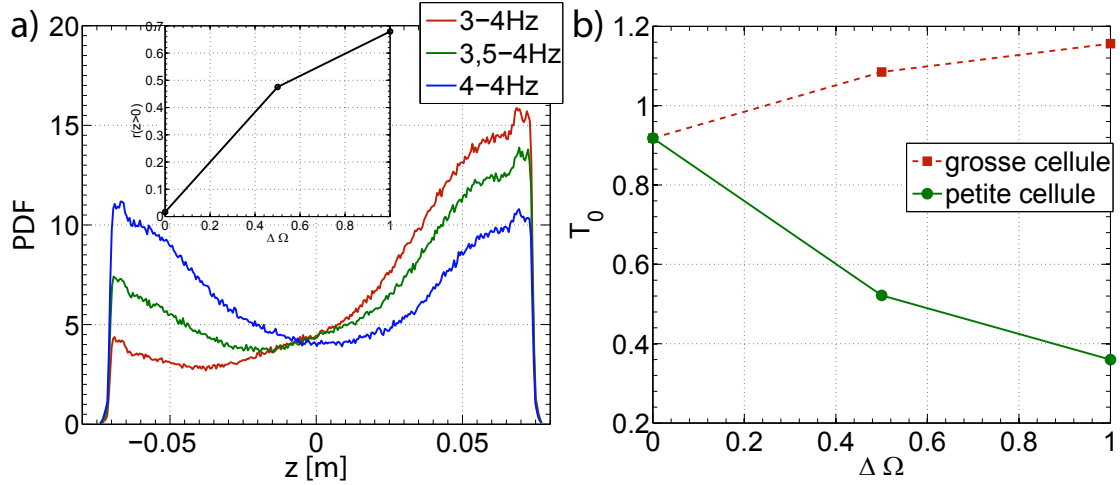


FIGURE V.36 – a) $PDF(z)$ avec un disque tournant $\Delta\Omega$ moins vite que l'autre ; en insert : différence relative de probabilité d'être dans la cellule qui domine en fonction de $\Delta\Omega$. b) a) Temps de résidence dans les deux cellules en fonction de $\Delta\Omega$.

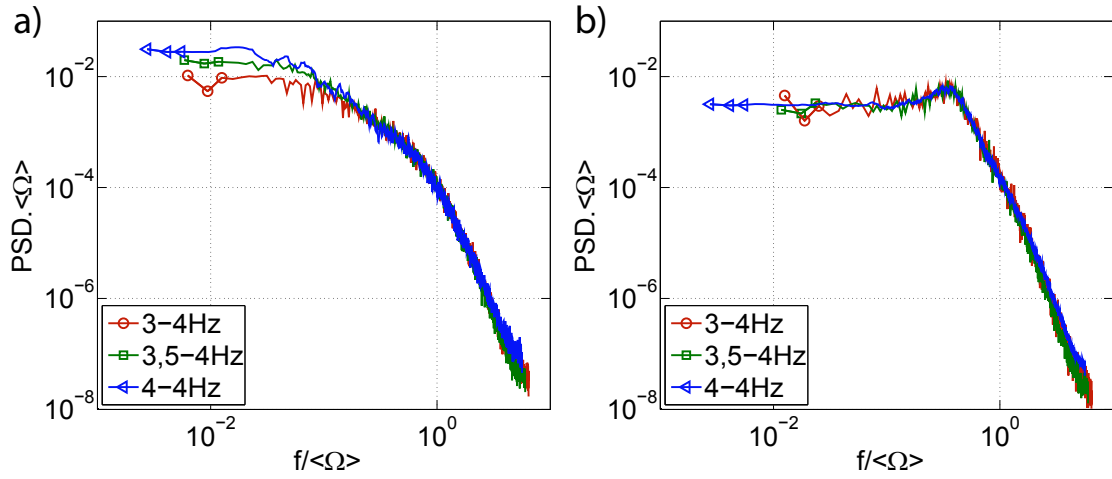


FIGURE V.37 – Spectres de la position axiale z (a) et transverse y (b) selon $\Delta\Omega$. Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité.

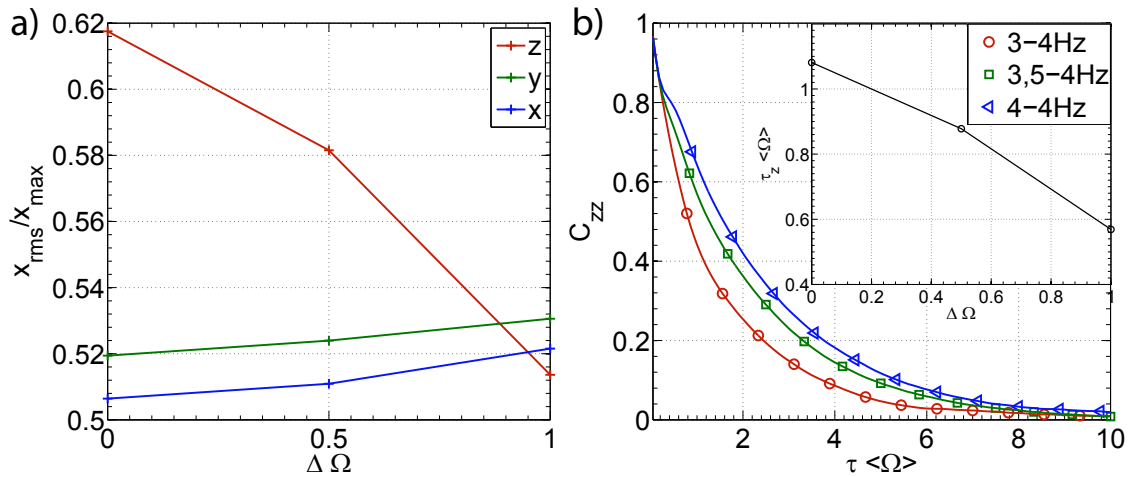


FIGURE V.38 – a) Valeurs rms des positions en fonction de $\Delta\Omega$. Corrélations de z pour différents $\Delta\Omega$ (les symboles sont attribués à seulement quelques points pour plus de lisibilité) ; en insert : temps de corrélation z (définis sur l'intégrale jusqu'au passage à 50%) en fonction de $\Delta\Omega$.

Nous constatons ici que même avec un écoulement asymétrique, le plateau existe jusqu'aux plus basses fréquences mesurées, ce qui confirme qu'il est dû aux renversements dans VKP. En effet, l'écoulement asymétrique de VKL est stable ; chaque configuration asymétrique est issue de l'analyse de 100 films (soit plus de 8 heures), et aucun renversement n'a été observé.

Fonctions d'auto-corrélation

Les fonctions d'auto-corrélation présentent une dynamique similaire à celle des figures V.35(a) et (b), décorrélant plus vite à mesure que l'asymétrie augmente (figure V.38(b)), lorsque la dynamique est conditionnée à l'un des états.

Pour conclure, ces expériences asymétriques à Lyon permettent de dissocier clairement les effets de l'asymétrie des effets des renversements à Pampelune. Ces expériences, probablement du fait du caractère synthétique de l'asymétrie, donnent des résultats remarquablement en accord avec le modèle asymétrique. Par ailleurs, bien que les rapports de taille ne couvrent pas une gamme aussi étendue à Lyon qu'à Pampelune, nous avons pu constater lors de l'expérience à $\Delta\Omega = 0,5$ Hz que les particules lyonnaises semblent également être plus sensibles à l'asymétrie de l'écoulement quand leur taille augmente (l'évolution des $PDF(z)$ avec D pour l'écoulement asymétrique, non montrées ici, est similaire à celle observée dans VKP).

V.3 Conclusion

Nous avons mis en évidence que des particules qui explorent de façon préférentielle un écoulement avec une structure moyenne à grande échelle possède une dynamique aux temps longs riche et complexe. Cette dynamique, par les va-et-vient entre ses zones préférentielles qu'elle impose, laisse une signature forte sur les densités spectrales de puissance de la position axiale dans les deux dispositifs expérimentaux étudiés. L'étude complémentaire des mouvements entre les cellules est celle des temps de résidence dans chaque cellule, qui évoluent selon l'importance du piégeage et son éventuelle asymétrie.

Nous avons développé un modèle qui reproduit qualitativement la dynamique des grosses particules dans un écoulement de von Kármán dans ces deux dispositifs expérimentaux. Il permet de mettre en évidence le fait que l'exploration préférentielle est due à une compétition entre un phénomène de piégeage et des fluctuations turbulentes. Il certifie également que les effets observés à Pampelune sont bien dus à l'asymétrie de l'écoulement et à la façon dont les particules y sont sensibles.

Par ailleurs, comme le piégeage des particules contraint leur dynamique en deux mouvements distincts : déplacement d'une cellule contra-rotative à l'autre (grandes variations de z) ou rotation (en moyenne) dans un tore (variations très faibles de z), l'apparition ou la modification du piégeage modifie les valeurs rms de la position de la particule. En effet, l'étude seule de cette quantité simple permet déjà d'obtenir des informations sur la dynamique dans les systèmes expérimentaux, confirmées par le modèle.

Ce modèle reste un modèle simpliste, au sens où il ne tient pas compte de la géométrie du problème. Il a tout de même permis de comprendre une grande partie de la dynamique lente des grosses particules dans les deux dispositifs. Une discussion plus poussée du modèle est effectuée dans l'annexe [A](#).

Chapitre VI

Fusion de billes de glace en turbulence

Nous avons étudié jusqu'ici la dynamique de grosses particules dans un écoulement turbulent, problème intimement lié au transfert de quantité de mouvement entre le fluide et la particule. Dans ce chapitre, des billes de glace sphériques de tailles similaires à celles étudiées précédemment vont, dans le même type d'écoulement, subir non seulement un transfert de quantité de mouvement, mais également un transfert de chaleur qui va entraîner leur fusion.

Pour ce problème, la vitesse de glissement entre la bille de glace et le fluide est le paramètre clé qui détermine la dynamique de fonte, qui dépend à la fois des caractéristiques de l'écoulement, mais aussi des propriétés de la particule.

L'étude du transfert thermique entre une bille de glace et l'écoulement turbulent est traité ci-dessous sous la forme d'un article publié [38]. Certains détails non mentionnés dans ce papier sont discutés dans l'annexe C. Une introduction générale au problème de transfert en écoulement est également effectuée ci-dessous.

VI.1 Transfert entre une particule et un écoulement

Le transfert de chaleur entre une bille fixe et un écoulement est régi par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho_f} + \nu\Delta\mathbf{u} \\ \frac{DT}{Dt} = \kappa\Delta T \end{cases} \quad (\text{VI.1.1})$$

Il est composé d'une part de l'équation de Navier-Stokes (équation I.1.1), décrivant la vitesse du fluide \mathbf{u} , de viscosité cinématique ν et de masse volumique ρ_f , dans un champ de pression P , d'autre part de l'équation de la chaleur, décrivant l'évolution de la température T , liée au champ de vitesse par la dérivée particulaire, pour un fluide de diffusivité thermique κ (en $m^2.s^{-1}$). L'équation de Navier-Stokes est écrite ici dans un cas où la convection naturelle (avec un terme de gravité, fonction de T qui couple les équations) est négligeable car la convection forcée par l'écoulement fortement turbulent domine le transfert (voir l'annexe C). Dans ce cas, le problème est régi par deux nombres sans dimension : le nombre de Reynolds à l'échelle de la bille $Re_D = UD/\nu$, où U est une vitesse

caractéristique du glissement entre la bille et l'écoulement et D est la taille de la bille ; et le nombre de Prandtl $Pr = \nu/\kappa$, qui conditionne le rapport des épaisseurs des couches limites visqueuses et thermiques.

Puisque le problème est linéaire dans ce cas, une différence de température ΔT imposée entre la bille et le fluide induit un flux surfacique $Q_S = h\Delta T$ où h , appelé coefficient de transfert thermique, est une fonction de Re_D et Pr . Nous définissons alors le nombre de Nusselt comme le rapport du flux surfacique par un flux purement diffusif $k\Delta T/D$: $Nu = hD/k$, où k est la conductivité thermique du fluide (en $W.m^{-1}.K^{-1}$). De nombreuses études ont été conduites dans le cas du transfert thermique entre une bille fixe, chauffée à une température constante, et un fluide de température homogène différente, évoluant de façon laminaire autour de la bille à une vitesse U . Ces études sont en accord avec la corrélation développée par Ranz & Marshall [59] :

$$Nu = 2 + 0,6\sqrt{Re}Pr^{1/3} \quad (VI.1.2)$$

Cette corrélation est valable tant que le nombre de Reynolds à l'échelle de la particule est petit, donnant un écoulement lisse. Au vu des nombreuses applications, des études ont également été conduites dans le régime turbulent (billes plus grosses et écoulements plus rapides, avec une présence ou non de grilles en amont) de façon expérimentale [9, 72] et numérique [2]. Ces études de transfert thermique ont eu lieu dans le cas de billes fixes et en l'absence de changement de phase. Nous avons uniquement évoqué le transfert thermique ici mais le problème se pose de la même façon avec d'autres paramètres dans le cas de la dissolution ou de l'évaporation. Pour le cas du transfert de masse, des particules en changement de phase ont également été étudiées. La dissolution de petites particules dans des mélangeurs a fait l'objet de mesures globales (conductivité ou masse) [11, 63]. Du fait de l'importance de l'évaporation pour les problèmes de combustion, des mesures plus locales ont également été effectuées pour l'évaporation de gouttelettes de carburant en turbulence homogène isotrope en air, pour des gouttes fixes [7] ou librement advectées [17].

Toutes ces études visent à comprendre l'évolution du transfert en fonction du nombre de Reynolds et du taux de turbulence. Elles ont montré que le nombre de Nusselt s'écrit comme une loi de puissance en fonction du nombre de Reynolds $Nu = A + B \times Re^\alpha$, où l'exposant α augmente avec la gamme de Re considérée ; le même type de comportement est trouvé pour le transfert de masse dans le cas dissolution et de l'évaporation. Les valeurs de ces exposants sont résumées dans des revues ([8] par exemple) et sont comprises entre 0,5 et 0,8. Les études expérimentales de transfert thermique notent une augmentation de celui-ci avec le taux de turbulence [9, 72], tandis que son influence semble peu claire lors de simulations numériques directes [2].

Par la suite, nous étudions le transfert thermique par des mesures locales lors de la fonte de billes de glace, fixes ou librement advectées, à haut nombre de Reynolds. Pour les billes fixes, deux situations avec des taux de turbulence très différents sont considérées, mais qui présentent une magnitude similaire de vitesse de glissement entre la bille et le glaçon.

Ce problème de la fonte d'un solide dans son propre liquide est un problème étudié depuis longtemps, sous le nom de problème de Stefan. Ce cas a été beaucoup étudié d'un point de vue mathématique, car il présente une condition aux limites qui évolue avec le temps (la frontière eau-glace). Dans un tel cas, le flux surfacique convectif Q_S à la surface du glaçon s'écrit $Q_S = h(T_{water} - T_S)$, où T_{water} et T_S sont les températures de l'eau et de la surface du glaçon, et la différence entre le flux convectif à l'extérieur et le flux diffusif à l'intérieur provoque une variation du volume V donnée par l'équation de Stefan [6] :

$$\rho_p L_f \frac{dV}{dt} = \lambda_{th} S \left\langle \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle_S - h(T_{water} - T_0)S. \quad (\text{VI.1.3})$$

Dans cette équation, λ_{th} , ρ_p , et L_f sont respectivement la conductivité thermique, la densité et l'enthalpie de fusion de la glace à $T_0 = 0^\circ \text{ C}$, et $\left\langle \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle_S$ correspond à la diffusion à l'intérieur du glaçon, sous la forme d'un gradient normal à l'intérieur de la glace, intégré sur sa surface S . Thermalisant les glaçons à leur température de fusion, il devient alors possible de mesurer le flux convectif $h(Re_D, Pr)\Delta T$ au travers d'une mesure de l'évolution de la taille des glaçons au cours du temps.

L'article qui suit décrit une technique de mesure de taille ainsi que son utilisation pour étudier comparativement la fusion d'objets transportés par l'écoulement ou maintenus fixes.

PHYSICS OF FLUIDS **25**, 125101 (2013)

Melting dynamics of large ice balls in a turbulent swirling flow

N. Machicoane, J. Bonaventure and R. Volk

Laboratoire de Physique, ENS de Lyon, UMR CNRS 5672, Université de Lyon, France

(Received 23 August 2013 ; accepted 6 November 2013 ; published online 2 December 2013)

We study the melting dynamics of large ice balls in a turbulent von Kármán flow at very high Reynolds number. Using an optical shadowgraphy setup, we record the time evolution of particle sizes. We study the heat transfer as a function of the particle scale Reynolds number Re_D for three cases : fixed ice balls melting in a region of strong turbulence with zero mean flow, fixed ice balls melting under the action of a strong mean flow with lower fluctuations, and ice balls freely advected in the whole flow. For the fixed particles cases, heat transfer is observed to be much stronger than in laminar flows, the Nusselt number behaving as a power law of the Reynolds number: $Nu \propto Re_D^{0.8}$. For freely advected ice balls, the turbulent transfer is further enhanced and the Nusselt number is proportional to the Reynolds number $Nu \propto Re_D$. The surface heat flux is then independent of the particles size, leading to an ultimate regime of heat transfer reached when the thermal boundary layer is fully turbulent. ©2013AIP Publishing LLC. [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4832515>]

VI.2 Introduction

Mass or heat transfer from a particle transported by a turbulent flow is encountered in many natural or industrial processes, such as solid dissolution in liquids, droplets vaporization in engines, or ice particles melting in heat exchangers. This problem is complex because it depends on the relative motion between the particle and the fluid, a function not only of the properties of the flow, both also of the particles characteristics. Indeed, material particles with a density differing from that of the fluid, or with a diameter D larger than the Kolmogorov scale η are known not to behave as tracers of the flow motions [14, 56, 75]. Every transported particle will then explore the flow differently and will dissolve or melt at a different rate depending on its trajectory.

Since the applications are of great interest, many experimental studies of heat transfer have been conducted. For instance, concerning small particles, mass transfer was investigated for many particles dissolving in mixers by measuring the evolution of global quantities (conductivity, absorbance, ...) in the first steps of the process [63, 11]. Separately, evaporation of single droplets, maintained fixed, were performed by recording the evolution of their radius in zero mean turbulent flows [7]. All of these studies show that the Nusselt Nu (representing heat transfer; or Sherwood number Sh representing mass transfer) is a function of the particle Reynolds number Re_D and Prantl number Pr . A classical example is the Ranz-Marshall correlation for heat transfer from a fixed sphere of diameter D undergoing a uniform mean velocity field U . When the Reynolds number $Re_D = UD/\nu$ is small enough, ν being the fluid kinematic viscosity, the Nusselt number empirically follows [59]:

$$Nu = 2 + 0.6\sqrt{Re_D}Pr^{1/3}. \quad (\text{VI.2.1})$$

For particles larger than the Kolmogorov size η , the Nusselt number Nu is still generally expressed as a power law of the Reynolds number Re_D [36, 7] with an exponent increasing with Re_D (see Birouk *et al.*[8] and references therein).

Heat transfer from large objects maintained fixed, with sizes of the order of the integral scale, was investigated both numerically and experimentally in turbulent flows where both mean velocity and turbulent intensity can be changed separately [2, 9, 72]. Although simulations seem to indicate a weak impact of the turbulence level on the mean heat transfer [2], experiments conducted with large heated cylinders or spheres concluded turbulence always increases the heat flux at the particle surface [72, 9]. This increase was also observed for smaller objects, and a large variety of correlations accounting for the separate influence of mean velocity and turbulence level has been proposed [8].

For objects whose diameters D are of the order of the integral length scale of the flow, no study about the heat or mass transfer between freely advected particles and the driving turbulent flow has been conducted. Besides, Lagrangian studies of this problem are only a recent matter [86, 31] because it requires to track the particles along their trajectories for long times while measuring their angular velocity.

The present study aims at investigating heat transfer from such large spherical particles when freely advected by a fully turbulent flow. In the case of such large objects, the time averaged sliding velocity seen by the particle is unknown. However one may expect it to be in between the extreme cases of fixed particles suspended either in a zero mean turbulent flow, or in a turbulent flow with mean velocity much larger than fluctuations. We thus investigate the melting of freely advected spherical ice balls in a turbulent flow of water, and contrast our results to situations for which the ice balls are maintained fixed, and submitted to zero mean turbulence, or to turbulent fluctuations in the presence of a mean velocity.

To measure heat transfer, we coupled shadowgraphy and particle tracking to measure the size evolution of every single ice balls along their trajectories while melting. Such simultaneous measurements of both size and position of objects in turbulence was proven effective with a holography-based setup in the case of small evaporating Freon droplets in a zero mean turbulent flow [17].

In the following, section VI.3 is devoted to the experimental setup description, with the flow configurations and the making of the ice balls used in the study. We then describe the shadowgraphy setup in section VI.4 together with the image analysis and calibration of the heat flux measurement in section. We then present results obtained for the three configurations in Section VI.5, where we show that freely advected particles melt in the ultimate regime of heat transfer for which the Nusselt number is proportional to the particle Reynolds number. The section VI.6 is then devoted to discussion and conclusion of the results.

VI.3 Experimental setup

A) The von Kármán flow

The experimental apparatus is a von Kármán flow, similar to the one used in [75], the main difference being the shape of the tank, of square section rather than circular, for better optical access. The flow is produced by two discs, fitted with 8 straight blades, rotating at constant frequency Ω to impose an inertial steering. The discs radius is $R = 7.1$

cm and they are spaced by 15 cm, which is also the length of the tank section. The rotation axis, noted \hat{z} , is perpendicular to gravity $\vec{g} = -g\hat{y}$. The top wall of the tank has a centred hole on which is mounted a tube (10 cm in length, 5 cm in diameter) used to insert large particles into the flow. We use distilled water as a working fluid and a water circulation in the shafts of the vessel behind the discs in order to impose a constant water temperature using a thermal bath. Together with a cooling of the room, this allows for thermalization of the flow between 3 and $20 \pm 0.1^\circ\text{C}$ even at the highest Reynolds numbers. Before doing any experiments, we wait for thermal equilibrium between warming from the DC motors or mechanical power injected by the discs into the flow, and the cooling from the thermal bath. We then precisely measure the equilibrium water temperature using a resistance thermometer (Pt100 sensor).

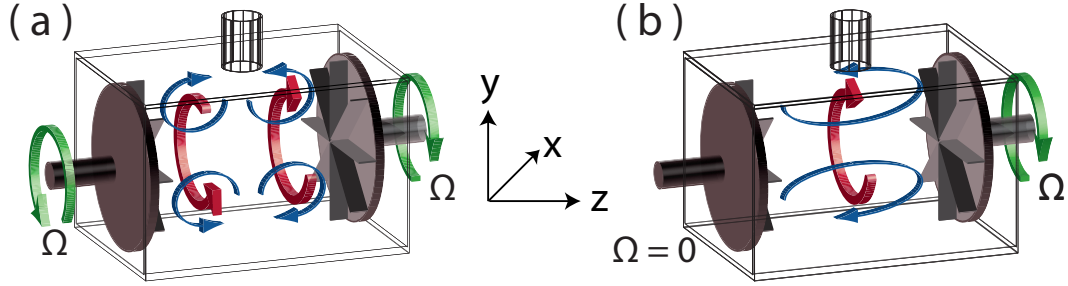


Figure VI.1: Drawing of the mean flow in a square section von Kármán apparatus. (a): two counter-rotating discs product two azimuthal counter-rotating cells (red arrows) and meridional recirculations (blue arrows). (b): one disc products a strong azimuthal rotation (red arrow) and a meridional recirculation (blue arrows).

We use two different flow configurations. On the first hand, when both discs are rotating at same frequency Ω but with opposite direction (figure VI.1(a)), the mean flow is composed of two counter-rotating cells with azimuthal motion and two meridional recirculations. The two discs configuration produces very intense turbulence: near the geometrical centre, where the mean flow vanishes, fluctuating velocities are of the order of $u'/U \sim 20\%$, $U = 2\pi R\Omega$ being the discs velocity and $u' = \sqrt{(u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2)}/3$ the magnitude of the velocity fluctuation components u'_i . At this location, turbulence is nearly homogeneous, but not isotropic, with fluctuating transverse velocity components (u'_x, u'_y) 1.5 times the axial component u'_z (see table VI.1 for more details). Away from the centre, the mean flow is stronger with less intense turbulent fluctuations [87]. This possibility of having a vanishing mean flow at the centre, or strong mean flow near the discs made this flow very common for studies of turbulence in both Eulerian framework [66, 87] or Lagrangian framework [34, 43, 27].

On the other hand, when only one disc is rotating, the mean flow is composed of a strong rotating azimuthal motion and a meridional recirculation. Near the geometrical centre the turbulence is homogeneous and isotropic with a strong mean velocity $\langle u_z \rangle$ aligned with the rotation axis, the turbulence level being $u'_z/\langle u_z \rangle \sim 35\%$, which corresponds to $u'_z/U \sim 10\%$ (see table VI.2 for more details).

Thus the two flow configurations have similar large scale Reynolds number $Re = UR/\nu \sim 10^4 - 10^5$, with different mean flow geometries and turbulence intensities. The one disc configuration leads to fully developed turbulence for the whole range of rotation frequencies under study, all velocities being proportional to $U = 2\pi R\Omega$, which is only the case for $\Omega \geq 4$ Hz for the 2 discs flow.

Ω (Hz)	u'_z (m.s ⁻¹)	$u'_{(x,y)}$ (m.s ⁻¹)	u' (m.s ⁻¹)	Re_D
1.5	0.09	0.14	0.13	$[5, 15] \cdot 10^3$
4.4	0.29	0.47	0.42	$[15, 45] \cdot 10^3$
7.3	0.48	0.76	0.68	$[25, 75] \cdot 10^3$

Table VI.1: Parameters for the two discs flow at several rotating frequencies Ω . u'_z and $u'_{(x,y)}$ are the root mean square of the velocity fluctuations in the axial and transverse directions. Their mean $u' = \sqrt{(u'_x)^2 + u'_y^2 + u'_z^2}/3$ is used as the magnitude of the velocity fluctuations. Re_D is the Reynolds number based on the ice balls diameters ($D = [10 - 30]$ mm) and the discs velocity $U = 2\pi R\Omega$: $Re_D = UD/\nu$, with ν being the kinematic viscosity (taken for water at 10°C for tables VI.1 and VI.2). Velocity were measured by doppler velocimetry using a PDI from Artium Technologies and 10 μm tracer particles.

Ω (Hz)	$\langle u_z \rangle$ (m.s ⁻¹)	u'_z (m.s ⁻¹)	u_{rms} (m.s ⁻¹)	Re_D
1.5	0.13	0.06	0.14	$[5, 15] \cdot 10^3$
4.4	0.42	0.15	0.44	$[15, 45] \cdot 10^3$
7.3	0.74	0.30	0.79	$[25, 75] \cdot 10^3$

Table VI.2: Parameters for the one disc flow at several rotating frequencies Ω . $\langle u_z \rangle$ and u'_z are the mean velocity and the root mean square of the velocity fluctuations in the axial direction. $u_{rms} = \sqrt{\langle u_z \rangle^2 + (u'_z)^2}$ is the true rms value of the velocity in the z direction. See table VI.1 for other parameters definitions.

B) Making of spherical ice balls

The ice balls used in the experiments are designed using moulds with spherical prints of diameters 10, 14, 18, 24 and 30 mm. The ice balls sizes are of the order of the discs radius which corresponds to the size of the largest eddies of the flow. They are thus much larger than the Kolmogorov micro-scale η (of the order of 20 μm [79]) and do not follow the small scale motions when freely advected by the flow. After the ice balls are made, they are thermalized at their melting temperature 0°C, so that no diffusion inside the ice balls happens during their melting. Once thermalized, the ice balls can be used for the experiments where they would melt in a flow at a fixed temperature T_{water} . Two cases are studied: either ice balls are maintained fixed at the geometrical centre of the flow by a 2 mm PEEK-made rod, or ice balls are freely advected by the flow. PEEK was chosen because of its good mechanical resistance and good thermal insulating properties. For freely advected particles, only the 2 discs flow is used. For fixed ice balls, both flow configurations are used to understand the influence of fluctuations and time averaged sliding velocity on heat transfer. Indeed, both flows have fluctuating velocity of the same order of magnitude, but the one disc flow has a strong mean velocity at the particle position (large sliding velocity) whereas there is no mean velocity in the centre for the two discs flow (no sliding velocity in average).

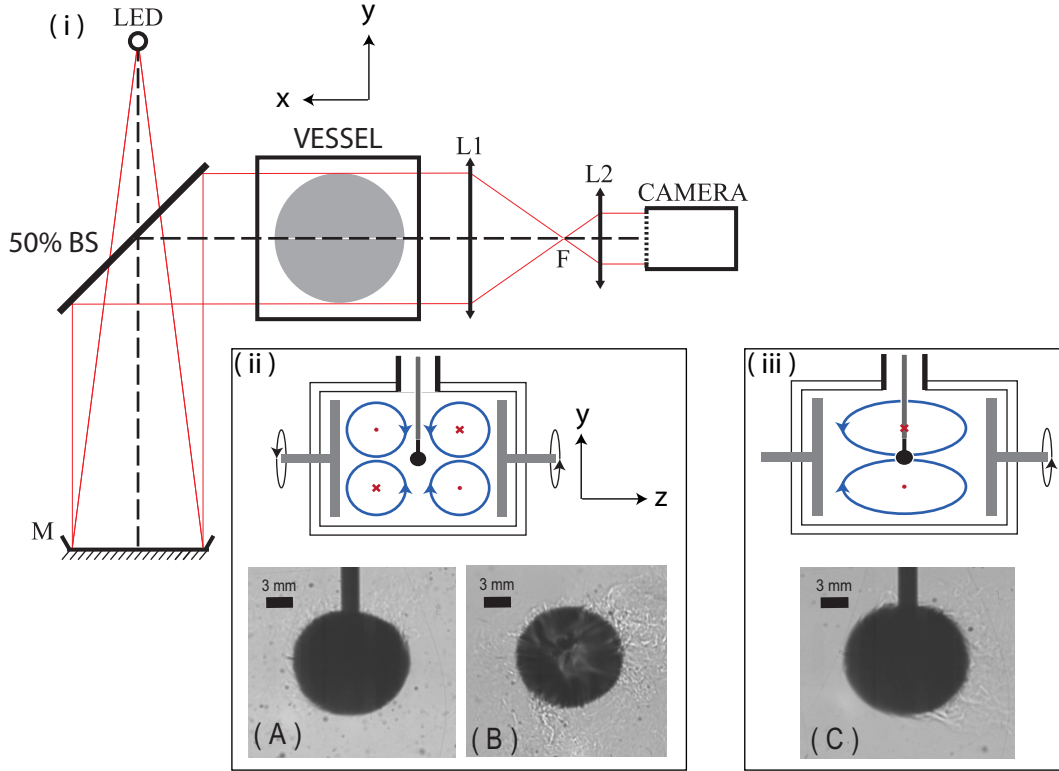


Figure VI.2: (i) : drawing of the optical setup. (ii) : schematic of the 2 discs flow configuration with position of the particle when maintained fixed and corresponding raw image A as obtained with the camera. Image B shows corresponding close up image for a freely advected ice ball melting in the flow. (iii) : schematic of the one discs configuration with position of the particle when maintained fixed and corresponding raw image C. The use of parallel light ensures the possibility of defining the particle boundary even in the case of small optical mismatch, with less than 1.5% variations in apparent diameter. Ice balls would be invisible with classical back lighting as usually used for particle size measurements [7].

VI.4 Measurement setup

A) Optical setup

The optical setup is designed to measure the size of moving particles in a large portion of space with one camera. To perform this measurement, common optical arrangement cannot be used because the apparent size of the particle changes with the camera to particle distance. We then use an afocal shadowgraphy setup with parallel lighting (figure VI.2(i)) for which the apparent size of the particle is independent of its position. A small LED is positioned in the focus of a large parabolic mirror (15 cm diameter, 50 cm focal length) that transforms the diverging light ray emitting from the LED through a 50% beam splitter into a parallel light ray of 15 cm diameter. This ray of light reflects on the beam splitter and intersects approximately 80% of the flow volume. It is then collected onto a Phantom V.10 camera (4Mpix@400Hz) whose objective is replaced by a telescope made of two lenses of diameters 15 cm and 5 cm with focal lengths 50 cm and 10 cm respectively.

With this shadowgraphy optical configuration, particles appear as black shadows on a white background (figure VI.2(A-C)), it is then possible to measure their size and shape as they are maintained fixed by the rod or freely advected in the measurement volume. Besides, this setup allows for the sizing of particles with optical index of refraction close to the one of the liquid because the intensity is related to the second derivative of the optical index. For ice particles melting in water it is then possible to define a boundary between solid and liquid phases on the pictures even in the presence of thermal fluctuations in the vicinity of the boundary (figure VI.2(A-C)). For all experiment, the ice ball always fills more than 500 pixels in area on the pictures, which allows a good accuracy for the radius detection.

Since the apparent particle size varies only weakly with its position, calibration is straightforward and is performed with moving spherical particles of known sizes for which we can estimate the size measurement error. In the range of ice balls diameters used, we found that the variation of the particle apparent size only changed by less than 1.5% of the true radius. This error accounts for the very small deviation of the ray of light to parallelism, as the LED is not truly point-like. The measurement accuracy could be increased with a stereoscopic setup using an additional camera as it would allow for a 3D calibration using Tsai camera model [71]. We found it unnecessary for the present study as the bias induced by varying the particle position is much smaller than the particle radii. For both fixed particle cases, the accuracy is even better, because the particle is not moving.

B) Heat flux measurement

From a sequence of images it is possible to estimate the mean heat flux per unit area, noted Q_S , at the surface of the melting particle. For particles with imposed temperature T_S at the boundary and when forced convection is overwhelming natural convection, the convective heat flux is proportional to the temperature difference between the water temperature (noted T_{water}) and T_S . We write $Q_S = h(T_{water} - T_S)$, h being the heat transfer coefficient accounting for forced convection. For a particle melting close to equilibrium, one expects T_S to be the melting temperature T_0 so that the evolution of the particle volume V (and surface S) are governed by Stefan's equation [6]:

$$\rho_p L_f \frac{dV}{dt} = \lambda_{th} S \left\langle \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle_S - h(T_{water} - T_0)S. \quad (\text{VI.4.1})$$

In this equation λ_{th} , ρ_p , and L_f are respectively the thermal conductivity, density, and fusion enthalpy of ice at $T = 0^\circ \text{ C}$, and $\left\langle \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle_S$ is the normal temperature gradient inside the particle averaged over its surface S . A simplification of equation (VI.4.1) is obtained in the case of particles initially thermalized at $T = T_0$, for which the diffusion term (due to the temperature gradient inside the particle) disappears. For such a case, one expects the melting rate of the particle $S^{-1}dV/dt$ to be proportional to the temperature difference at a given flow regime. As the melting rate reduces to the derivative of the radius for a sphere, we call it melting speed and note it dR/dt in the following.

We first illustrate the procedure with 18 mm ice balls melting in a zero mean flow, maintained fixed at the centre of the two discs von Kármán flow. After the ice balls are made around the insulating rod and thermalized at melting temperature 0° C , they are inserted into the flow at temperature T_{water} . We then record one movie per particle at a frame rate $F_s = 25 \text{ Hz}$ and store all the movies on the computer for post processing. We finally measure the evolution of the particle shapes on the raw images using Matlab

with image processing toolbox. In such an anisotropic turbulent flow, even if the ice balls remain nearly spherical in the first steps of the melting dynamics (several seconds), they slowly take an ellipsoidal (rugby ball) shape with major axis aligning with the axis of rotation z of the experiment. This is illustrated on figure VI.3(a) where we have plotted the time evolution of the ellipsoid parameters (semi-minor axis a , semi-major axis b and eccentricity e defined in equation VI.4.2). We then restrict all the analysis to the 5 first seconds of the movies for which the relative anisotropy of the particle is always less than 5% (eccentricity less than 0.3). For this short time interval the evolutions of a and b are linear and we estimate the volume as $V = 4\pi a^2 b/3$, and the surface S and eccentricity e using the formulas:

$$S = 2\pi a \left(1 + b \frac{\arcsin(e)}{e} \right), e = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}. \quad (\text{VI.4.2})$$

By replacing the derivatives of a and b by the slopes obtained with linear fits of $a(t)$ and $b(t)$ in the five first seconds, we obtain a time-average value of $S^{-1}dV/dt$, noted $\overline{dR/dt}$.

In order to check the validity of equation (VI.4.1) we have repeated this experiment for 18 mm spheres at varying T_{water} with fixed Reynolds number, and estimated the melting speed $\overline{dR/dt}$ averaged over the first five seconds of the experiments. As demonstrated in figure VI.3(b), the initial thermalization of the ice balls ensures the quantity $Q_S = \rho_p L_f \overline{dR/dt}$ to be of the form $Q_S = h(T_{water} - T_S)$ with good accuracy. The linear fit gives a surface temperature $T_S = -0.2^\circ \text{ C}$, very close to the melting temperature $T_0 = 0^\circ \text{ C}$, the difference being of the order of a possible offset of the thermometer. For a given rotation rate and ice ball diameter, finding a linear relation between ΔT and Q_S also implies forced convection is indeed overwhelming natural convection in our problem. This is expected for such high Reynolds number flow with inertial steering and small imposed temperature differences. All scaling laws obtained in the following will thus only be based on forced convection arguments. For the next sections heat transfer coefficient $h = \rho_p L_f \overline{dR/dt} / (T_{water} - T_0)$ will be measured at varying particle sizes and rotation rates for only one flow temperature. From these measurements we will report evolution of the Nusselt number $Nu = hD/\lambda_{th}$ quantifying the ratio between actual heat flux and diffusive heat flux estimated for a spherical particle of diameter D with imposed temperature difference $\Delta T = T_{water} - T_0$.

VI.5 Results

A) Melting of fixed ice balls

We first investigate the melting of ice balls maintained fixed in the turbulent flow and compare the two following situations: melting in a zero mean turbulent flow with $u'/U \sim 20\%$ (case A) and melting in a strong mean flow with $u'/U \sim 10\%$ (case C), both flows having the same large scale Reynolds number $Re = UR/\nu$ with large scale velocity $U = 2\pi R\Omega$. This case is simpler than the melting of freely suspended particles (case B) because the slip velocity between the particle and the fluid may be estimated as the flow velocity measured in the absence of the ice ball.

The evolution of the measured Nusselt number as a function of the particles Reynolds number $Re_D = UD/\nu$ is plotted in figure VI.4(a,b) for these two situations. In both cases we observe Nu to be in the range $[100, 400]$ for Re_D in the range $[5 \cdot 10^3, 65 \cdot 10^3]$. Although the turbulent flows are different, with very different values of time averaged and rms velocities, we find the Nusselt number to be of the same order of magnitude in both

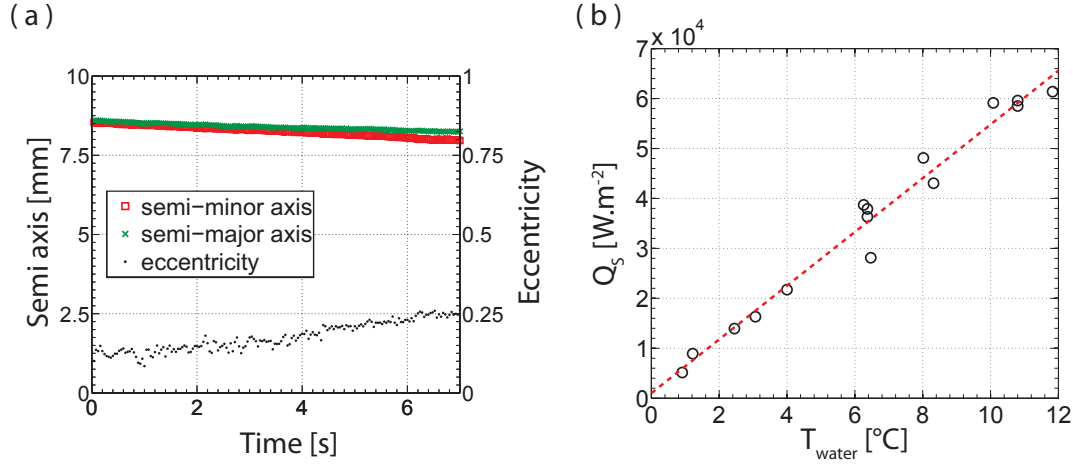


Figure VI.3: (a): Evolution of the semi-minor and -major axes and eccentricity of a 18 mm ice ball fixed in the flow produced by two discs rotating at a frequency of 1.5 Hz. (b): Measure of the total heat flux for different flow temperatures with a constant rotation frequency and ice ball diameter. The red dotted line is a linear fit of expression: $Q_s = h(T_{water} - T_s)$ with $h = 5380 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ and $T_s = -0.2^\circ\text{C}$.

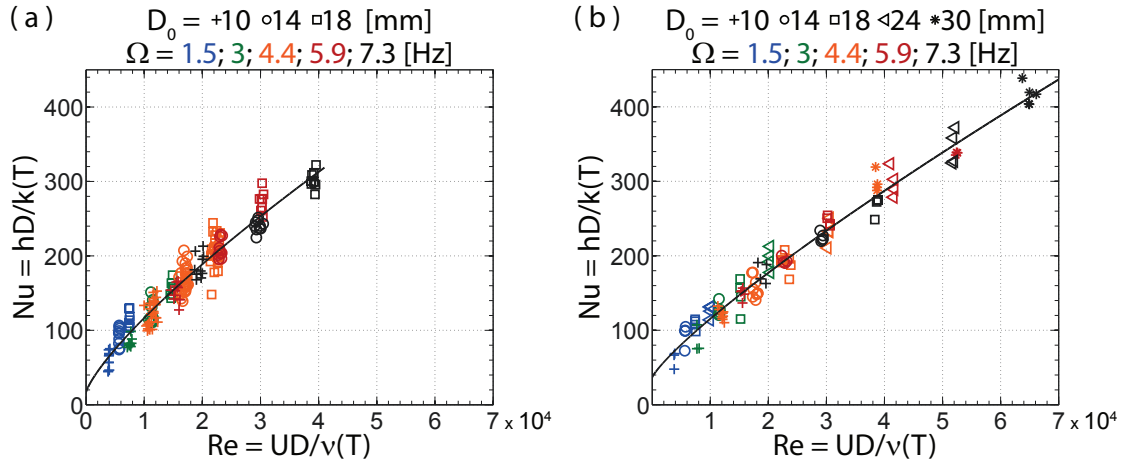


Figure VI.4: Evolution of the particle Nusselt number as a function of the particle Reynolds number $Re_D = UD/\nu$ for ice balls fixed in the two discs (a) or one disc (b) flow. Different symbols are for different initial diameters D , different colours for different large scale velocities $U = 2\pi R\Omega$. The black lines are power law fits of expression $Nu = \alpha + \beta Re_D^\gamma$ with $[\alpha; \beta; \gamma] = [16; 7.5 \cdot 10^{-2}; 0.78]$ and $[37; 3.6 \cdot 10^{-2}; 0.84]$ for figure (a) and (b) respectively.

cases. This reveals the weak impact of the local turbulence level (35% or infinite around the particles respectively for the one disc and two discs flow) for heat or mass transfer in such fully turbulent flows.

For both configurations we find the Nusselt number to be a function of Re_D well fitted by an empirical power law $Nu \sim \alpha + \beta Re_D^\gamma$, as often reported in the literature [72, 36, 7] (and references therein). The major difference between the two curves obtained is found to be in the scaling exponent γ , a quantity known to increase with increasing Re_D . We find $\gamma = 0.84$ for the one disc flow, of the same order but larger than the value $\gamma = 0.78$ found for the two discs configuration. This may be due to the fact that computing the true rms values of the velocity for case A and C, one finds case C produces sliding velocities only 7 – 15% larger than case A (where $\langle u \rangle = 0$). The local based Reynolds number $Re'_D = u_{rms} D / \nu$ are in the range [1 400, 23 500] and [1 250, 20 400] respectively for the one disc and two discs flow, which is consistent with the values found for γ . These values are much larger than the values reported for smaller particles dissolving in water [63, 11] or $\gamma = 2/3$ for evaporating droplets in air [7], again consistent with the larger values of Re_D in the present experiments.

B) Melting of freely advected ice balls

We now turn to the case of freely advected particles melting in the two discs turbulent flow (case B). This case is more complex than the two previous situations because the heat transfer between the particle and the fluid depends on the sliding velocity, a quantity that depends not only on the flow characteristics, but also on the particle properties (size D , density ρ_p). The motion of particles with diameters of the order of the integral scale of the flow was only the topic of recent Lagrangian studies that revealed their translation and rotation dynamics are very intermittent as the particle explores the whole flow [86, 31]; particles strongly modify the flow in their vicinity as compared to the situation when the particle is absent [48, 31].

By following the moving particles in a large flow volume while measuring their shapes on raw images, it was possible to extend the analysis made in the case of fixed particles to the case of freely advected particles. We discovered that contrary to the fixed particle cases, for which the shape of the particle reflects the large scale anisotropy of the flow, the melting of freely suspended ice balls is isotropic, the particles remaining spherical for hundreds of large eddy turnover time $T = 1/\Omega$. As demonstrated in figure VI.5(a), the minor and major axes evolve in the same way, the little difference between them accounting for detection technique. They are indeed calculated by taking the smaller and bigger distances inside the detected object, hence small surface imperfections on a round object lead easily to an eccentricity around 0.2, corresponding to a relative difference around 3%.

However, during the whole melting dynamics, the ice balls stay spherical which is an interesting result for validating the hypothesis of round objects for numerical simulations concerning heat transfer. The reason an ice ball remains spherical in such an anisotropic flow with inhomogeneous and anisotropic fluctuations is probably because of its rotation dynamics, which was proven to be coupled to its translation dynamics [86, 31]. These studies also revealed large particles rms velocities is proportional to the large scale velocity $U = 2\pi R\Omega$ in von Kármán flows. In the absence of more information about the magnitude of the sliding velocity, we chose to display the measurements of Nusselt number as a function of the particle Reynolds number $Re_D = UD/\nu$.

Results are displayed in figure VI.5(b), which shows that the heat transfer magnitude of freely advected ice balls is comparable to the fixed particle cases, although 10% larger.

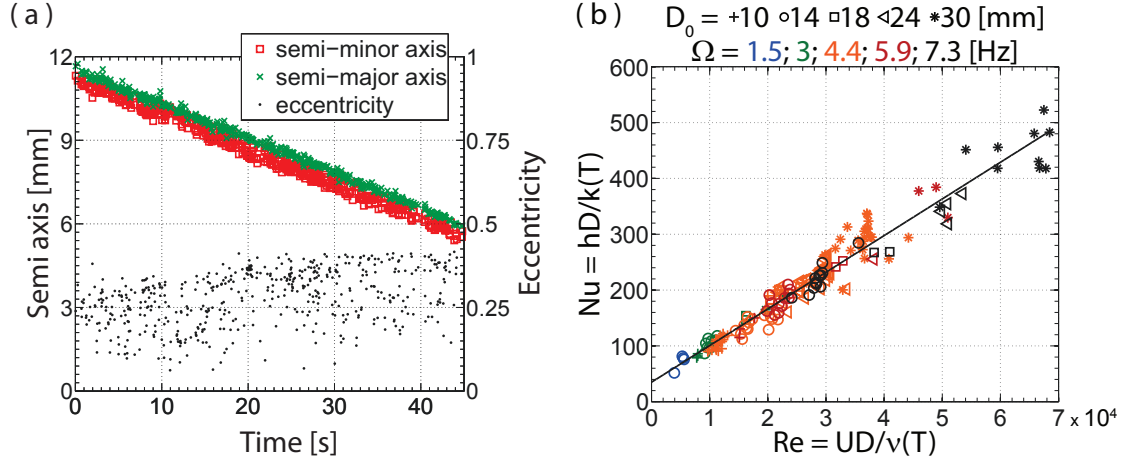


Figure VI.5: (a): Evolution of the semi-minor and -major axes and eccentricity of a 24 mm ice ball advected by the flow produced by two discs rotating at a frequency of 4.4 Hz. (b): Evolution of the particle Nusselt number as a function of the particle Reynolds number for ice balls freely advected in the two discs flow. Different symbols are for different initial diameters D , different colours for different large scale velocities $U = 2\pi R\Omega$. The black line is a linear fit of expression $Nu = \alpha + \beta Re_D$ with $[\alpha; \beta] = [35; 6.6 \cdot 10^{-3}]$.

As opposed to the two previous cases, we now find the Nusselt number to be a linear function of the Reynolds number (figure VI.5(b)). This result is very different from the correlations found for classical heat or mass transfer studies where exponents were always smaller than 0.85 [8]. Our case corresponds to an ultimate regime of heat transfer for which the heat transfer coefficient h is no longer dependent on the particle diameter D , but is only proportional to the rms value of velocity fluctuations.

This ultimate scaling of heat transfer is consistent with a fully turbulent hydrodynamical boundary layer around the particle, with a viscous sub-layer thickness δ_ν much smaller than the diameter D . Indeed, for a fully developed turbulent boundary layer, one expects the wall shear stress to be of the order of $\tau^* \sim \rho_f (v^*)^2$, with ρ_f the fluid density and v^* a skin friction velocity proportional to rms value of the fluid velocity u' . For such fully developed boundary layer, the viscous sub-layer is then of the order $\delta_\nu \propto \nu/u'$, and is proportional to the inverse of the rms value of the velocity fluctuations. Following Reynolds analogy [68], the estimate of δ_ν can be used as a measure of the thermal sub-layer thickness $\delta_T \sim \delta_\nu$ for fluids with Prantl number of order unity, which is the case for water. Finally one may estimate the heat flux per unit area $Q_S = \lambda_{th} \Delta T / \delta_T$ to obtain a linear relation between the Nusselt and Reynolds numbers $Nu \propto Re_D$. We note from this analysis the observed scaling law corresponds to the maximum exponent one may obtain from heat transfer measurements, and may be called the ultimate heat transfer regime of forced convection.

VI.6 Discussion and conclusion

We have introduced a new measurement technique combining particle tracking and shadowgraphy, which allows for the sizing of moving ice balls with negligible variations in the apparent size with particle position, in nearly the whole volume of a turbulent von Kármán flow. From the evolution of size and shape of the particles we were able to mea-

sure the turbulent heat flux between the fluid and the ice balls as a function of the particle Reynolds number $Re_D = UD/\nu$. With this measurement technique we studied the influence of turbulence on the heat transfer of melting ice balls in fully turbulent flows with high fluctuations. Three different cases were considered: freely advected ice balls, fixed ice balls under a mean drift much higher than the fluctuations and fixed ice balls under a mean drift much lower than the fluctuations. Varying the water temperature T_{water} with all other parameters kept constant, we checked the relation between the surface flux Q_S and the heat transfer coefficient h : $Q_S = h(T_{water} - T_0)$, confirming melting occurs close to thermal equilibrium.

For all cases, the Nusselt number was found to be very high and could be expressed as a power law of the Reynolds number. For the fixed particle cases, the exponents were found to be very high, close to 0.8, with only weak impact of the turbulence level providing the true rms velocity are of the same order of magnitude. This is consistent with other studies [8] and might be expected for such fully turbulent flows because all velocities (mean and fluctuating) are proportional to the large scale forcing $U = 2\pi R\Omega$. As opposed to fixed particle cases, freely advected ice balls were found to melt in an ultimate regime of heat transfer for which the Nusselt number is proportional to the Reynolds number. The result differs from what would have been expected from the remark that the sliding velocity for freely advected case should fall in between the cases of zero and large time average sliding velocities. The reason why the scaling law is different for freely advected particles is not presently known, the difference may come from the nature of the particle itself, which do not behave as a tracer of the flow motions, or from the fact that such large spherical particles rotate on themselves while moving, as was recently observed in similar turbulent flows [86, 31]. This added degree of freedom might allow the hydrodynamic and thermal boundary layer to reach a fully developed regime on the particle surface leading to an ultimate regime of heat transfer, for which the heat flux per unit area no longer depends on the particle diameter D . Besides, the rotation dynamics has another important consequence. Although the shape of fixed particles was found to adapt rapidly to the anisotropic flow configuration, free particles were found to keep their spherical shape for hundreds of large eddy turnover times while exploring the whole flow volume. No matter the anisotropy and non-homogeneity of the flow turbulence, the ability of the particle to rotate on itself allows a conservation of its shape for very long times. This result may be useful for modellers who are interested in turbulent phase change of solid particles as it shows the possibility to model the particle as a non-deformable sphere. One may then try to compute heat transfer from large particles in practical configurations as a companion problem of particle laden flows (when simulated by an immersed boundary method) as was recently done for heavy particles transported in a channel flow [30].

ACKNOWLEDGMENTS

This work is part of the International Collaboration for Turbulence Research, and was supported by ANR-12-BS09-0011 TEC2, and by labex IMUST from the Université de Lyon. We thank B. Castaing, M. Bourgoïn, and N. Mordant for fruitful discussions, and LEGI Laboratory of Grenoble for sharing the PDI apparatus used for flow calibration.

english

Chapitre VII

Conclusion

Cette thèse vise à comprendre le mouvement de particules matérielles dans un écoulement turbulent non-homogène et anisotrope. Nous nous sommes intéressés à l'effet des caractéristiques des particules (taille, densité) mais aussi à l'impact de l'existence d'une structure à grande échelle sur la dynamique rapide des particules. Une modification du montage et des techniques d'analyse a également permis l'étude de leurs statistiques aux temps longs. Enfin, à l'aide d'un nouveau montage optique d'ombroscopie afocale, couplant suivi de particules et mesure de tailles, nous avons étudié la fusion de billes de glace en turbulence dans différentes situations d'écoulement.

Dynamique rapide de particules matérielles

Une étude lagrangienne de la dynamique des particules de grande taille a mis en évidence l'impact fort de leur diamètre sur la magnitude et les temps de corrélation de l'accélération mais aussi de la vitesse des particules. Le rapport de densité affecte fortement l'accélération, bien qu'il ne modifie pas la vitesse. Nous avons mis en évidence une exploration préférentielle de l'écoulement par les particules lorsque leur diamètre dépasse une taille critique. Ce phénomène est lié à une compétition entre les fluctuations turbulentes et un gradient de pression dû à la structure moyenne de l'écoulement. Un conditionnement eulerien des trajectoires lagrangiennes a montré entre autres que la vitesse moyenne locale ne dépend ni de la taille des particules, ni de leur rapport de densité. Nous avons étudié l'impact de cette structure moyenne sur les statistiques lagrangiennes en la retranchant localement le long des trajectoires. Ceci a permis de retrouver certaines caractéristiques proches de la turbulence homogène, mais cela a également mis en lumière l'inertie forte de ces grosses particules qui se déplacent parfois à contre-courant par rapport à l'écoulement moyen.

Afin de modifier la compétition à l'origine de l'exploration préférentielle, nous avons étudié la dynamique des particules dans des écoulements à bas nombres de Reynolds, en régime laminaire ou dans la transition à la turbulence. Dans ces régimes, nous avons découvert une exploration préférentielle accrue : les particules progressent le long d'orbites quasi-périodiques proche des attracteurs de l'écoulement qui sont situés le long des lignes neutres des cellules toroïdales contra-rotatives. Cette dynamique chaotique et quasi-périodique se transforme progressivement vers la dynamique turbulente décrite ci-dessus à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Nous observons la présence de deux régimes séparés par une transition pour de nombreuses quantités en analysant leurs évolutions avec le nombre de Reynolds, comme c'est le cas pour l'écoulement.

Dynamique lente de particules matérielles

L'étude des trajectoires des particules aux temps longs révèle l'impact des aller-retours des particules entre les zones préférentielles sur leur dynamique. En effet, une loi de puissance apparaît aux fréquences intermédiaires des densités spectrales de puissance de la position axiale comme la signature de ces va-et-vient. La taille et la densité affectent ces mouvements comme le montre l'évolution des temps de résidence, des temps de corrélation et des valeurs rms de la position axiale. La dynamique des grosses particules, gouvernée par l'écoulement moyen, est très sensible à une asymétrie de la structure, qui altère les zones préférentielles, décroît les valeurs rms et les temps de résidence d'un côté du dispositif de Pampelune, auquel nous avons comparé nos résultats. Un modèle simple à une dimension d'une particule sur-amortie soumise à un double-puits de potentiel et animée par un bruit coloré reproduit les similitudes et différences des deux dispositifs. Il souligne la compétition entre le bruit (fluctuations) et la hauteur de la barrière de potentiel (écoulement moyen) qui mène à l'exploration préférentielle. Enfin, à Pampelune, les particules apparaissent comme des indicateurs de la dynamique aux temps longs de l'écoulement, faisant apparaître ses renversements sur les densités spectrales et présentant des temps de résidence qualitativement similaires à ceux de l'écoulement dans un état nord ou sud.

Fusion de billes de glace

A l'aide d'un montage qui combine suivi de particules et ombroscopie, nous avons mesuré la taille de billes de glace le long de leurs trajectoires sans biais de profondeur. Cette mesure permet de remonter au coefficient de transfert thermique à la surface des glaçons et donc au nombre de Nusselt Nu pour un nombre de Reynolds basé sur le diamètre des glaçons Re_D donné. Les glaçons fixes fondent de façon similaire sous l'effet de fluctuations turbulentes seules ou sous l'effet d'un fort glissement moyen et des fluctuations faibles. En effet, seul le nombre de Reynolds basé sur une vitesse de glissement locale totale, qui prend en compte les fluctuations et la moyenne, $u_{trms} = \sqrt{u_{rms}^2 + \langle u \rangle^2}$ semble gouverner le transfert, qui évolue selon $Nu \sim Re_D^{0,8}$. Le transfert est donc dans les deux cas fixes très efficace, en cohérence avec les hauts nombres de Reynolds considérés. Pour les billes de glace librement advectées, le transfert est encore plus efficace, puisque le nombre de Nusselt est proportionnel au nombre de Reynolds : $Nu \propto Re_D$. Dans ce cas, le flux surfacique est indépendant de la taille des billes, ce qui correspond au régime ultime de convection forcée pour lequel la couche limite à la surface de l'objet est pleinement développée. L'origine de ce caractère vient probablement du degré de liberté supplémentaire que constitue la rotation des billes libres sur elles-mêmes. Les glaçons fixes qui n'ont pas accès à cette liberté subissent en effet des vitesses true rms similaires mais n'atteignent pas ce régime. Par ailleurs, la rotation des glaçons sur eux-mêmes leur permet de conserver leur sphéricité sur des temps longs devant les échelles de la turbulence mais aussi du transfert thermique. Ce résultat peut s'avérer utile pour les modèles numériques de changement de phase. Il n'est pas valable pour les objets fixes dont la forme s'adapte après un certain temps à l'anisotropie de l'écoulement.

Perspectives

Nous avons apporté des réponses sur la dynamique des particules transportées dans un écoulement turbulent, dont les tailles sont proches de l'échelle intégrale, mettant en évidence des mécanismes très différents de ceux des particules dont les tailles sont comprises entre 1 et 50 fois l'échelle de Kolmogorov. Ceci ouvre la question du comportement des particules de taille intermédiaire : y-a-t'il un changement continu entre les deux comportements extrêmes observés, ou bien une rupture nette pour une certaine taille caractéristique ? Nous avons également discuté l'influence du rapport de densité pour de faibles variations autour de 1, observant des comportements "quasi-linéaires" (au vu de la gamme réduite) pour plusieurs quantités, ces comportements se prolongent-ils pour des particules de verre ($\beta \simeq 0,5$) ou des bulles ($\beta \simeq 3$) par exemple ? De plus, nous avons mis en place une méthode pour séparer les effets de la structure moyenne de ceux de la turbulence, afin de se rapprocher d'une dynamique "homogène", il serait donc très intéressant d'effectuer des mesures de la dynamique de grosses particules en turbulence homogène, afin de valider cette méthode.

L'exploration préférentielle des grosses particules dans l'écoulement turbulent de von Kármán contra-rotatif met en évidence un mécanisme *a priori* général produit par la compétition entre la structure d'un écoulement et la diminution des fluctuations des particules lorsque leur taille augmente. Une vérification des arguments mis en avant dans le chapitre III, par exemple dans une simulation de type Taylor-Green, où des particules ponctuelles subiraient les fluctuations locales à leur position (modulables pour prendre en compte une taille effective) et une force liée au gradient de la vitesse moyenne au carrée serait une approche simple pour vérifier ces hypothèses. Ce mécanisme général permettrait, connaissant la structure d'un écoulement et la magnitude des fluctuations, de prédire l'existence d'une exploration préférentielle pour un type de particules, et peut-être aussi les zones les plus visitées. Par ailleurs, les grosses particules se sont révélées comme des indicateurs de la structure de l'écoulement, mais également de sa dynamique temporelle aux échelles lentes, dans le cas du dispositif de Pampelune. L'utilisation de telles particules peut donc avoir un intérêt pratique car elles permettent des mesures simples et peu coûteuses, mais aussi car leur grande taille permet d'utiliser de la technologie embarquée, comme dans le cas des particules instrumentées.

Un nouveau dispositif, muni de deux bras optiques inspirés du montage d'ombroscopie utilisé pour l'étude des billes de glace, permet de coupler le suivi de petites particules dans un grand volume à la mesure de leur forme. Avec ce montage nous pouvons étudier la dynamique lagrangienne de traceurs et de particules inertielles en présence d'une structure moyenne, notamment afin de caractériser l'effet de l'inertie, dans des cas extrêmes, sur la vitesse des particules, mais aussi pour étudier la dynamique multi-particule. Certains de ces aspects, partiellement abordés, sont discutés brièvement dans le chapitre VIII qui suit. De plus, nous pourrions nous intéresser à la dynamique turbulente de particules non-sphériques comme des fibres, qui donneraient directement accès à la vorticité si leur taille est suffisamment petite, mais aussi d'objets oblongs (grains de riz) ou de disques.

Enfin, le montage, tel qu'il est, présente une légère diffraction pour les petits objets, biaisant la mesure de taille. En remplaçant la LED par un laser, ce montage devient un montage d'holographie numérique, qui permettrait d'étudier le transfert de masse de bulles de gaz en turbulence pleinement développée. La dissolution du CO_2 en turbulence, par exemple, est un problème à la fois intéressant et dont les applications industrielles sont

nombreuses. Une turbulence forte entraîne une population de bulles de taille moyenne faible, mais ces objets libres ont probablement une vitesse de glissement très forte, se dissolvent-ils donc dans le régime ultime de transfert de masse ? Ce problème nécessitera une maîtrise technique avancée (outre celle de l'optique et de l'analyse d'hologrammes), notamment afin de pouvoir contrôler la quantité de bulles dans le dispositif au cours du temps, mais apportera des renseignements importants concernant la dissolution en régime turbulent.

Chapitre VIII

Perspectives sur le suivi de petits objets

VIII.1 Introduction

Le suivi lagrangien de particules sub-millimétriques par rétro-éclairage classique demande une puissance lumineuse considérable. Si ces particules sont de plus anisotropes, détecter leur forme ou leur orientation est complexe du fait de la parallaxe et du changement de leur taille apparente selon leur distance à la caméra. Afin de remédier à ces problèmes, nous avons construit un montage de Shadow Particle Tracking Velocimetry 3D, adapté du montage d'ombroscopie de l'étude des glaçons (chapitre VI). Il permet de suivre, avec deux caméras et un éclairage simple (LED), des particules de taille de l'ordre de la centaine de microns dans un volume de mesure d'environ $10 \times 7 \times 7 \text{ cm}^3$.

Ce dispositif et les expériences associées sont radicalement différents des études des chapitres précédents à plusieurs égards. D'une part, le réglage d'un montage optique d'ombroscopie à deux bras perpendiculaires est complexe et demande une très grande précision. D'autre part, le suivi de particules est complètement différent, puisqu'il s'agit d'un problème massivement multi-particule, rendu encore plus complexe par la très grande profondeur de champ due à l'ombroscopie. Les algorithmes de suivi de particules utilisés jusqu'ici ne peuvent pas être utilisés et de nouveaux algorithmes, de la détection jusqu'au suivi, en passant par le stéréo-matching, doivent être à nouveau développés.

Tout d'abord, nous expliquons la méthode de mesure et le suivi de particules, qui sont propres à ce dispositif. Puis, comme cette étude est récente, et que les algorithmes nécessitent des temps de calcul très longs, seuls quelques résultats préliminaires seront présentés.

VIII.2 Dispositifs, techniques et mesures

A) Dispositif expérimental

1) Les particules

Dans ce chapitre, nous analysons la dynamique de particules dont les tailles sont proches de l'échelle de Kolmogorov η . Nous utilisons deux types de particules : en polystyrène, de masse volumique $\rho_p = 1040 \text{ kg.m}^{-3}$ et de taille $D = 250 \text{ }\mu\text{m}$ et en verre, de densité $\rho_p = 2500 \text{ kg.m}^{-3}$ et de taille $D = 225 \text{ }\mu\text{m}$, dans un mélange eau-glycérol à 50% en volume ($\rho_f = 1147 \text{ kg.m}^{-3}$). Nous définissons aussi le nombre de Stokes, qui compare

le temps de réponse de la particule τ_p à celui du fluide τ_η comme $St = \frac{\tau_p}{\tau_\eta} = \frac{1}{3\beta} \left(\frac{D}{\eta}\right)^2$.

Les caractéristiques des particules sont regroupées dans le tableau VIII.1.

Fluide	particules	β	D/η	St
eau-glycérol 50% 20°C	polystyrène	1,07	1,7	2,07
	verre	0,57	1,5	3,15

TABLE VIII.1 – Valeurs du rapport de densité $\beta = \frac{3\rho_f}{\rho_f + 2\rho_p}$, du rapport D/η et du nombre de Stokes $St = \frac{1}{3\beta} \left(\frac{D}{\eta}\right)^2$ pour les différentes billes utilisées. Le pourcentage correspond au pourcentage massique de glycérol dans le mélange.

Les billes en polystyrène se comportent donc comme des traceurs, tandis que les particules en verre sont inertielles, avec un nombre de Stokes environ 50% supérieur à celui des particules en polystyrène*.

2) Montage optique

Nous avons choisi de reprendre les bases du montage d'ombroscopie afocale utilisé pour l'étude de glaçons pour en faire un montage de Shadow Particle Tracking Velocimetry 3D. Le bras optique utilisé pour les glaçons est légèrement modifié pour obtenir des images plus nettes et éliminer complètement la distorsion radiale. Pour cela, nous remplaçons la seconde lentille du télescope qui récupère le faisceau parallèle par un objectif monté sur la caméra (figure VIII.1). Ainsi, le faisceau est imagé sur le capteur de la caméra par un système d'objectif dont le champ est augmenté par une loupe. Nous réglons la mise au point de ce système en sortie de cuve car la profondeur de champ de ce système est très grande du fait du faisceau parallèle qu'il récupère.

Comme notre système a une profondeur de champ supérieure à la taille de la cuve, sans quoi les objets changeraient de taille apparente, il n'est pas possible d'utiliser une calibration avec un modèle de caméra classique type Tsai [71]. Nous choisissons de monter les deux bras d'ombroscopie à 90 degrés l'un de l'autre, le réglage optique étant effectué par rapport à la cuve, qui est fixée sur un bâti rigide. Pour ce montage, nous disposons d'une cuve en inox avec des faces perpendiculaires à 3 centièmes de degré près. Ainsi, si chaque bras optique est réglé pour être parfaitement parallèle aux faces de la cuve qu'il éclaire, les deux bras horizontaux et verticaux seront parfaitement perpendiculaires. De plus, les faisceaux sont évidemment centrés par rapport au centre de la cuve, les deux caméras mesurent donc toutes les deux la coordonnée axiale z de façon redondante, tandis que les deux autres coordonnées sur chaque caméra correspondent directement à x et y . Ce montage n'a donc pas besoin d'une calibration directe, il faut juste calibrer son grandissement pour chaque caméra et trouver la relation qui lie les coordonnées axiales des deux caméras l'une par rapport à l'autre, de la forme $z_V = a \times z_H + b$. Les indices V et H désignent respectivement la caméra verticale et horizontale, comme noté sur la figure VIII.1. En effet, le grandissement n'est pas le même et les centres peuvent être subtilement décalés. Enfin, une fois ces grandissements mesurés, une rétro-calibration qui impose $\langle x_i \rangle = 0$ pour chaque coordonnée suffit à obtenir le centre absolu de l'écoulement

*. Le nombre de Stokes des traceurs vaut normalement 1 par définition, mais les particules de polystyrène sont environ 2,6 fois plus grande que η , ce qui implique un nombre de Stokes différent de 1, mais nous pouvons tout de même les considérer comme des traceurs.

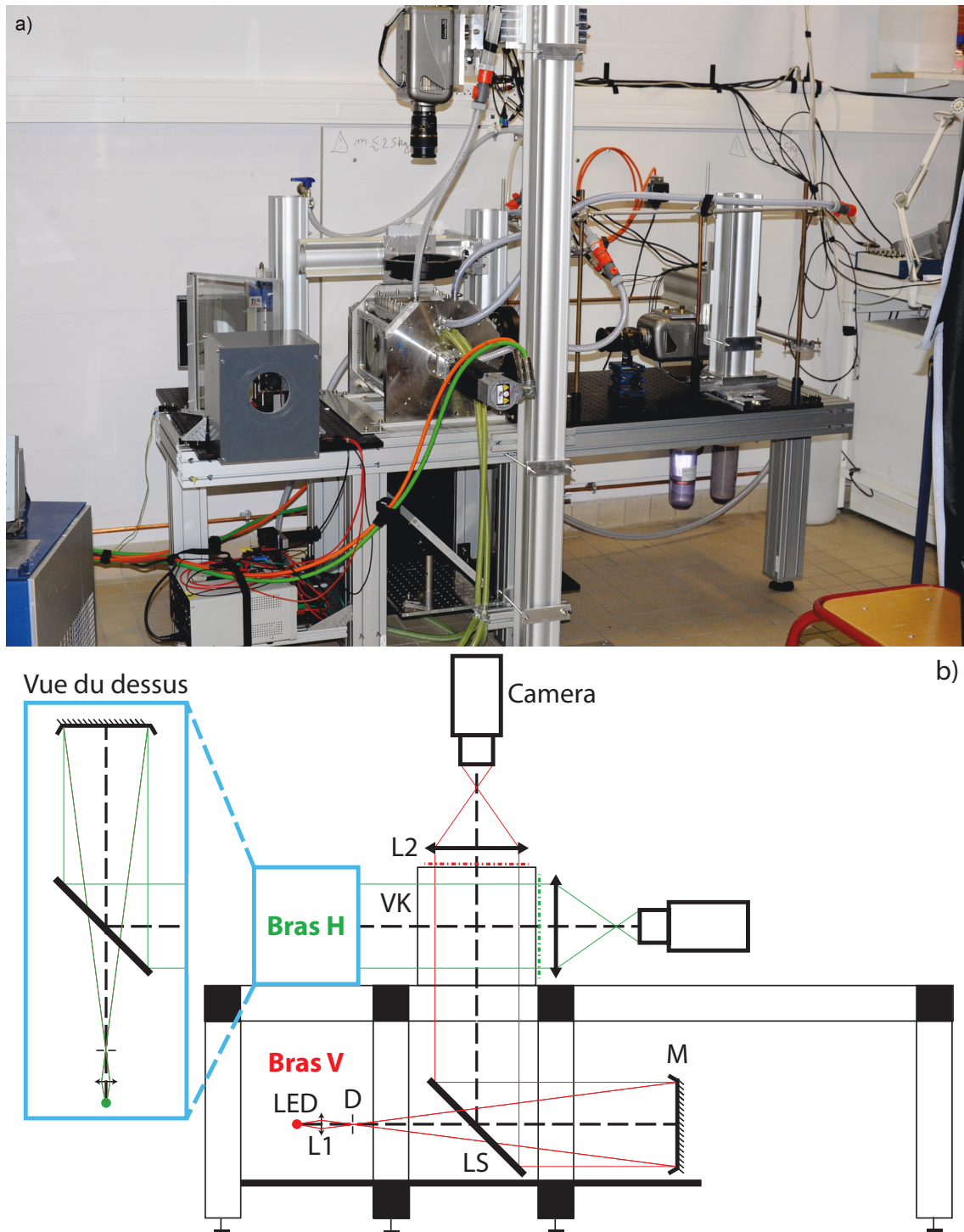


FIGURE VIII.1 – a) Photographie du dispositif expérimental avec au centre la cuve sur le bâti et les deux bras optiques de part et d'autre. b) Schéma du montage de Shadow Particle Tracking Velocimetry. Les deux bras sont identiques et seul le bras vertical est décrit. La source lumineuse ponctuelle correspond à une LED focalisée dans un tube optique par une lentille L1 de 25,4 mm de focale ; un diaphragme D ouvert à 0,7 mm est placé proche du point focal image de cette lentille. Cette source ponctuelle se situe dans le plan focal objet d'un miroir convergent M de 15 cm de diamètre. Le faisceau issu de cette source traverse la lame semi-réfléchissante LS et se réfléchit sur M en un large faisceau parallèle, qui est envoyé au travers du dispositif après avoir été réfléchi par LS. Le faisceau est ensuite récupéré par une large lentille L2 de focale 50 cm et de 15 cm de diamètre, qui sert de loupe à l'objectif Tamron 90 mm de la caméra. Le système [objectif, L2] est focalisé en sortie de cuve et son plan focal est schématisé par des pointillés discontinus.

pour pouvoir transformer chaque position en pixel sur les deux caméras en une position 3D réelle.

La figure VIII.1(a) présente une photographie du dispositif expérimental où nous distinguons clairement la cuve, les bras verticaux et horizontaux de part et d'autre ; chaque élément est fixé sur un bâti rigide, solidaire à la cuve. La figure VIII.1(b) est un schéma du montage de Shadow Particle Tracking Velocimetry à deux caméras qui sont montées sur deux bras optiques perpendiculaires l'un par rapport à l'autre.

Nous tenons à préciser que ce type de calibration n'est possible que parce que les bras optiques sont réglés par rapport aux faces de la cuve, grâce à deux mires spécialement usinées pour ce réglage qui peuvent se fixer à la place des parois en plexiglas. Les réglages ont été faits après avoir été pensés dans ce but et avec l'expérience du montage d'ombroscopie afocale des glaçons. De plus, chaque pièce du montage optique est montée sur une ou plusieurs platines de translation, spécialement fabriquées pour ce montage (couplant une résistance à l'effort, une longue course et une grande précision).

B) Trajectoires

Du fait de l'absence de calibration et de la profondeur de champ quasi-infinie, il est nécessaire de développer une méthode de construction des trajectoires particulière. Cependant, les techniques utilisées ci-dessous sont largement inspirées des travaux de Particle Tracking Velocimetry du le groupe de Cornell [52], discutés en détail dans la thèse de Nicholas Ouellette [53], et poursuivis par la suite au Max Planck Institut (Göttingen) par Haitao Xu notamment [82].

1) Détection des particules

Les particules apparaissent comme des taches sombres sur les images, comme le montre la figure VIII.2(a), où très peu de particules sont présentes dans l'écoulement. Comme les particules ont une taille proche de la longueur d'onde de la LED rouge ($\lambda_{LED} = 625$ nm), elles diffractent légèrement le faisceau autour d'elles et nous observons effectivement un léger halo lumineux. Cette diffraction fausse les mesures de tailles réelles mais elle ne gêne pas la détection. Nous utilisons une méthode basée sur la soustraction du fond suivie d'un filtrage passe-bande adapté. Les objets sont détectés sur une image seuillée, mais leurs centres sont ensuite trouvés à l'aide d'une méthode de centre de masse pondéré sur l'image non seuillée (mais traitée). La figure VIII.2(b) montre les particules détectées sur l'image brute VIII.2(a), et un zoom sur la figure VIII.2(c) permet de voir que la méthode du centre de masse pondéré donne des résultats très satisfaisants.

Les distributions de tailles mesurées, non montrées ici, sont très piquées, présentant des écarts types inférieurs à 5%, ce qui atteste du caractère quasi-parallèle du faisceau lumineux et de l'exactitude de la méthode de détection.

Nous ne gardons que les objets de forme circulaire à plus de 95% afin d'éliminer les poussières ou amas de particules. Au vu de la taille des particules (de l'ordre de 10 pixels), nous n'utilisons pas de méthode pour désenlacer la position de deux particules contiguës et préférons ne pas détecter ces particules pour ne pas introduire d'erreurs trop fortes sur la position. Enfin, si un amas de particules avait une forme sphérique, il aurait un diamètre apparent beaucoup trop grand et ne serait pas détecté.

La calibration des coordonnées entre les caméras et les algorithmes de suivi de particules décrits ci-dessous ont été élaborés et testés dans la situation très diluée présentée sur la figure VIII.2(a), ce qui correspond à une auto-calibration du dispositif. D'autres tests ont ensuite été menés (avec succès) dans les situations normales d'écoulement, c'est-à-dire

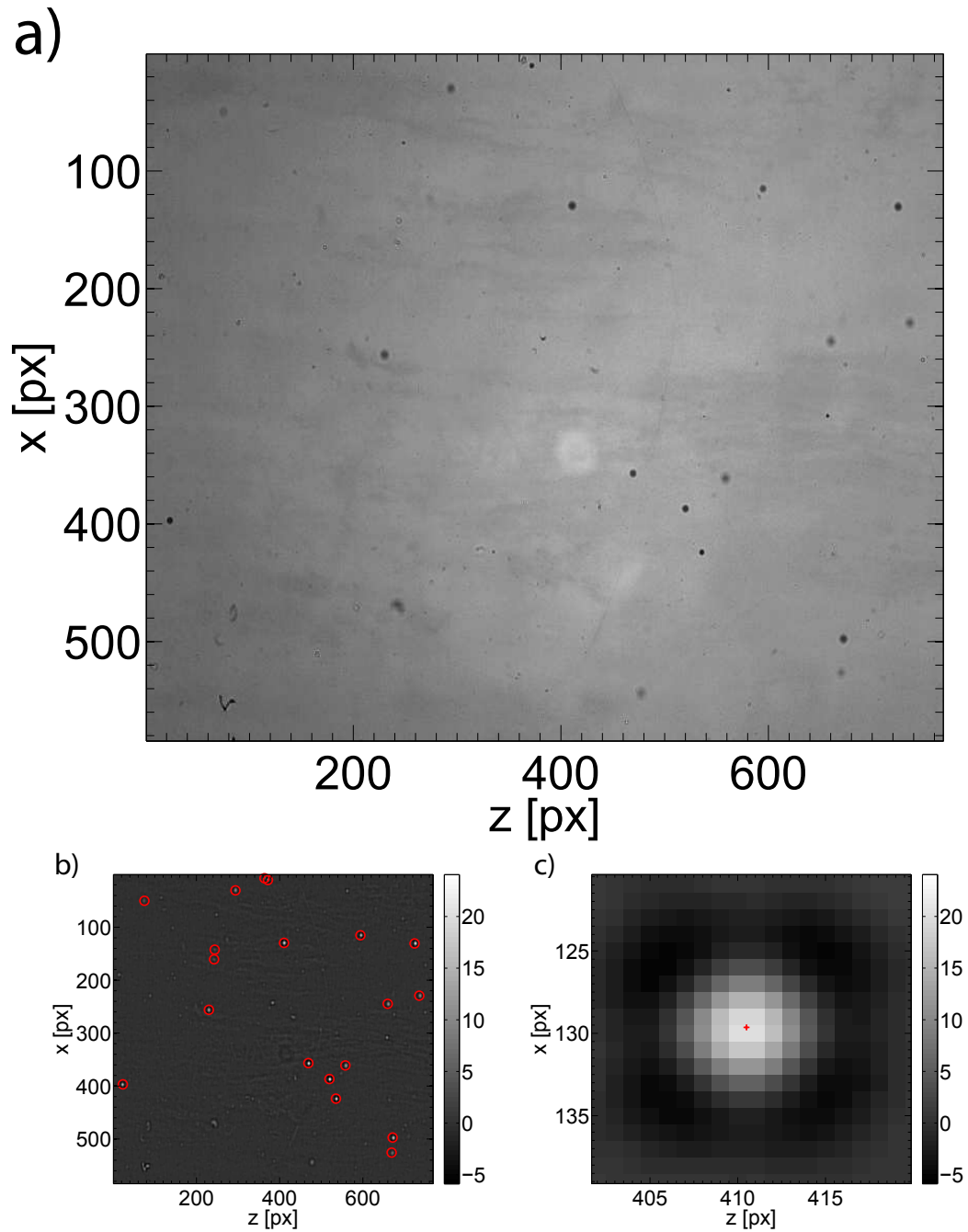


FIGURE VIII.2 – a) Champ de la caméra verticale (environ $5,7 \times 4,2 \text{ cm}^2$ ici) avec peu de particules de polystyrène de $250 \text{ }\mu\text{m}$. b) Résultat de la soustraction du fond et du filtrage passe-bande sur l'image brute précédente, les cercles sont les particules détectées. c) Zoom sur une particule de l'image précédente où nous marquons le centre détecté d'une croix rouge. La zone négative (noire) correspond à la légère diffraction amplifiée par le filtrage.

avec environ 600 particules détectées par caméra, soit des particules espacées en moyenne de 35 pixels (3,5 diamètres).

2) Cadre

Avec un montage afocal comme celui-ci, il est impossible de “stéréo-matcher” les particules une à une, comme pour les techniques utilisant le modèle de Tsai. En effet, comme le montre la figure [VIII.3](#), il est impossible de distinguer une particule qui est dans le volume de mesure 3D (c’est-à-dire à l’intersection des deux faisceaux, schématisée par le rond en pointillés) de deux particules dont les positions axiales coïncident mais qui sont en amont ou aval du volume de mesure 3D (schématisées par les ronds pleins). Avec ce montage, l’objectif utilise la grande lentille comme une loupe et le champ observé est assez réduit par rapport au montage du glaçon. Le volume maximal de mesure 3D est d’environ $10 \times 7 \times 7 \text{ cm}^3$, soit environ $1/3$ du volume total imagé, comme le montre la figure [VIII.3](#) où les faisceaux et la cuve (mais pas les particules) sont approximativement à l’échelle. De plus, nous travaillons par la suite à une résolution plus faible ($768 \times 584 \text{ px}^2$) pour pouvoir utiliser une fréquence d’échantillonnage haute ($\text{fps} = 13\,000$) du fait des limites techniques des caméras. Le volume de mesure est donc d’environ $5,7 \times 4,2 \times 4,2 \text{ cm}^3$, ce qui diminue encore le “rendement” en trajectoires 3D.

Afin de résoudre ce problème, nous effectuons un suivi de particules à deux dimensions pour chaque caméra. En effet, si des trajectoires 2D sur les deux caméras appartiennent à la même particule, leurs traces temporelles $z(t)$ (dans le référentiel réel après calibration) seront parallèles tandis que deux particules distinctes donneront des trajectoires très différentes, pouvant même se croiser. Il est beaucoup plus simple de stéréo-matcher des trajectoires que des particules, mais ceci a un coût élevé. En effet, nous construisons les trajectoires d’environ 600 particules sur chaque caméra, alors que seulement 30% d’entre elles serviront par la suite à obtenir les trajectoires 3D recherchées. Par ailleurs, les distances entre les particules sont beaucoup plus courtes à deux dimensions, et ces trajectoires étant la projection 2D de trajectoire 3D, elles peuvent présenter des comportements qui semblent étranges bien que juste. Ce suivi de particules à deux dimensions est donc très difficile à réaliser convenablement en pratique.

Démarche pour le suivi 3D

Voici la démarche effectuée pour transformer les paires de films bruts en trajectoires 3D :

- Détection de la position du centre de chaque particule et de son diamètre apparent sur chaque image des deux caméras (environ 20 000 images par caméra).
- Construction des trajectoires 2D dans l’espace image en pixels pour chaque caméra.
- Stéréo-matching des trajectoires 2D pour obtenir des couples de trajectoires. Les couples de trajectoires 2D sont alors assemblés pour former des trajectoires 3D dans l’espace réel.
- Les trajectoires 3D réelles sont reconnectées et nettoyées.

Les étapes de construction des trajectoires et de stéréo-matching sont détaillées ci-dessous. Les valeurs choisies pour les paramètres r_{cherche} , r_{proj} et r_D (utilisés ci-dessous) sont expliquées à la fin de l’algorithme, pour plus de lisibilité.

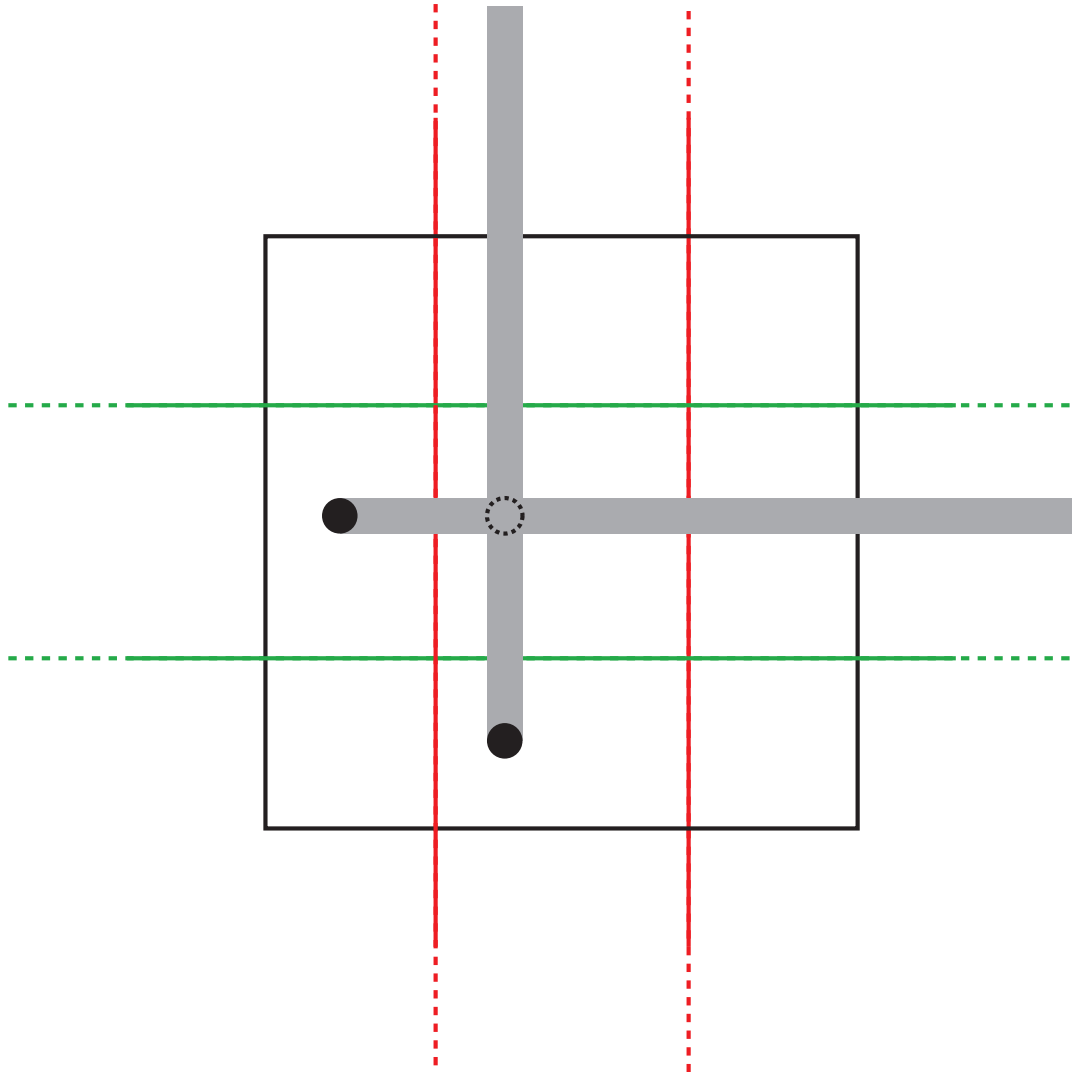


FIGURE VIII.3 – Schéma illustrant l'impossibilité d'un stéréo-matching classique de la position des particules. Les faisceaux parallèles traversant le dispositif dans deux directions perpendiculaires sont représentés par les traits pleins verts et rouges. Il n'est pas possible de distinguer deux particules de même coordonnée axiale en amont ou aval de chaque faisceau (schématisées par les ronds pleins) d'une seule particule au centre du dispositif (schématisée par le rond en pointillés).

3) Trajectoires 2D

Ce qui est décrit par la suite est effectué pour chaque caméra de façon itérative pour chaque particule détectée qui n'appartient pas déjà à une trajectoire :

- Un vecteur d'appariement est créé pour chaque image, de la taille du nombre de particules sur cette image. Ce vecteur vaut 1 si la particule n'appartient à aucune trajectoire, *Inf* sinon, de manière à ne pas attribuer une trajectoire à une particule deux fois. Pour cela, tous les calculs de distance entre les particules sont effectués en multipliant les coordonnées des particules par ce vecteur, une particule attribuée donnant ainsi une distance infinie.
- La première apparition d'une particule à l'image commence une trajectoire qui lui est associée (c'est le cas pour toutes les particules sur la première image).
- Chaque trajectoire grandit au fur et à mesure du temps jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de particules candidates trouvées ou que la fin du film soit atteinte.
- Pour chaque pas de temps, nous cherchons dans une zone de rayon $r_{cherche}$ autour de :
 - ☐ La position de la dernière particule trouvée si la trajectoire ne compte qu'un événement.
 - ☐ Une position extrapolée avec une vitesse calculée sur les deux derniers événements si la trajectoire compte au moins deux événements passés.
 - ☐ Une position extrapolée avec une vitesse lissée sur les trois derniers événements et une accélération calculée avec les trois derniers événements si la trajectoire compte au moins trois événements passés.
 - ☐ Une position extrapolée avec une vitesse et une accélération lissées sur les quatre derniers événements si la trajectoire compte au moins quatre événements passés.
- Nous calculons la distance entre cette position $X(t)$ et toutes les autres particules présentes au pas de temps suivant $t + dt$, qui ont un diamètre apparent changeant moins de r_D (par rapport au dernier diamètre de la trajectoire).
 - ☐ Si une seule particule est à une distance inférieure à $r_{cherche}$ de la position $X(t)$, elle correspond à la position suivante $X(t + dt)$ de la trajectoire considérée ; le vecteur d'appariement de cette particule se voit attribuer *Inf* et nous continuons la trajectoire de la même façon.
 - ☐ Si aucune position n'est à une distance inférieure à $r_{cherche}$ de la position $X(t)$, la trajectoire est coupée.

- Si plusieurs particules sont à une distance inférieure à $r_{cherche}$ de la position $X(t)$, il faut déterminer laquelle est la bonne, si possible. Comme les deux caméras possèdent des coordonnées axiales redondantes, nous projetons la dernière position trouvée sur l'autre caméra.
- * Si cette projection ne correspond à aucune particule candidate sur l'autre caméra (c'est-à-dire, si aucune particule de l'autre caméra n'est à une distance inférieure à r_{proj} de la position projetée), la trajectoire est coupée car elle ne serait pas candidate à faire une trajectoire 3D par la suite.
- * Sinon, nous projetons les candidats à la trajectoire $X_i(t + dt)$ sur l'autre caméra et éliminons toute particule qui n'est pas sur l'autre caméra[†]. Ce dés-entrelacement, un peu complexe, est schématisé sur la figure VIII.4.
 - ◇ Si une seule projection a un candidat sur l'autre caméra, nous prenons cette particule pour poursuivre cette trajectoire.
 - ◇ Si aucune projection n'a de candidat sur l'autre caméra, la trajectoire s'arrête ici.
 - ◇ Si nous trouvons plusieurs particules ayant des candidats, nous utilisons une méthode inspirée de 4 Frames Best Estimates [52] : de la même manière que pour l'extrapolation de la position lorsque nous cherchons des candidats, nous projetons une position à $t + 2dt$ à l'aide des positions passées en incluant le candidat potentiel (et ce pour chaque candidat).
 - Si il y a un seul candidat à $t + dt$ qui a un seul candidat à $t + 2dt$ à moins de $r_{cherche}$ de sa position extrapolée, le candidat à $t + dt$ est choisi pour la trajectoire.
 - Sinon, nous ne sommes pas capable de choisir la bonne particule pour cette trajectoire et nous la coupons ici (ceci correspond à tous les autres cas de l'implication ci-dessus).

Les paramètres $r_{cherche}$, r_{proj} , r_D sont ajustés en fonction du mouvement des particules par des tests en milieu dilué. Lors de ces trajectoires, le diamètre apparent des particules ne change jamais d'un pas de temps à l'autre de plus de 30% (en relatif, et c'est donc la valeur attribuée à r_D , sachant que le changement de taille typique est entre 0 et 10% ; ce qui est observé en regardant des distributions de ΔD sur beaucoup de trajectoires "vraies"). De la même façon, lorsque nous projetons la coordonnée axiale d'une particule vue par les deux caméras sur l'autre caméra avec les paramètres de la calibration, sa projection se trouve toujours à moins d'1 pixel de sa coordonnée sur l'autre caméra et nous choisissons donc $r_{proj} = 1$ px. Enfin, $r_{cherche}$ est ajusté en fonction du mouvement des particules (qui dépend de D , β et de la fréquence d'échantillonnage). Typiquement, nous observons, pour les billes de polystyrène dans l'eau, des déplacements entre 1 et 3 pixels entre deux images selon une coordonnée, nous choisissons donc $r_{cherche} = 3\sqrt{2}$.

Nous n'autorisons pas les sauts de pas de temps lors de la construction des trajectoires comme c'est souvent le cas en 3D, bien que l'algorithme de suivi soit compatible avec

[†]. La seule possibilité pour qu'une trajectoire lie une particule dans le champ des deux caméras à une particule dans le champ d'une seule caméra est que la particule soit sortie du champ d'une caméra, nous arrêtons donc la trajectoire.

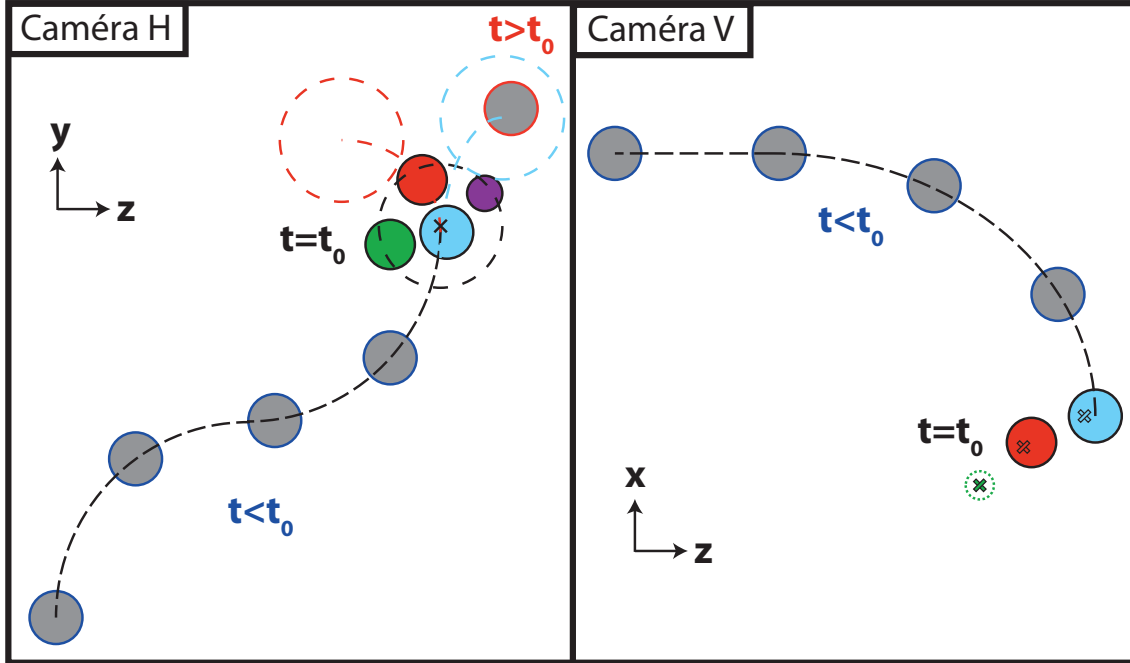


FIGURE VIII.4 – Schéma de la gestion des conflits dans le suivi de trajectoires, pour la caméra H. La trajectoire a déjà commencé et quatre positions sont trouvées (billes cerclées de bleu). Nous projetons une position extrapolée à t_0 qui correspond à la croix noire, avec, autour, les distances inférieures à $r_{cherche}$ (cercle en pointillés noirs). Le cerclage noir correspond aux particules présentes sur l'image à t_0 et trois particules sont candidates (les éventuelles autres particules ne sont pas représentées). La particule violette est directement éliminée car son diamètre apparent change plus que r_D par rapport à la dernière particule de la trajectoire. La particule verte est éliminée car sa projection sur la caméra V (croix verte) ne trouve aucune particule candidate à une distance inférieure à r_{proj} (schématisée par le cercle en pointillés verts). Les projections des particules bleu et rouge trouvent un candidat en les projetant sur la caméra V. Nous extrapolons leur position (à l'aide de leur position et des trois dernières positions de la trajectoire) sur la caméra H à $t_0 + dt$ et cherchons des particules (cerclées de rouge pour $t > t_0$) à moins de $r_{cherche}$. La particule rouge ne présente aucun candidat, elle est éliminée (ce serait le cas si il y avait eu plusieurs candidats également). La particule bleue possède un seul candidat, elle constitue donc la position à t_0 pour la trajectoire considérée. Si les particules rouge et bleu avaient toutes les deux un seul candidat, nous n'aurions pas pu les distinguer et aurions arrêté la trajectoire.

cette technique. En effet, nous avons constaté l'existence de croisements non triviaux de plusieurs particules qui sont extrêmement difficiles à “démêler” sur les projections 2D des événements 3D. Nous préférons reconnecter les trajectoires ultérieurement pour éviter ce genre d'erreurs.

4) Stéréo-matching et trajectoires 3D

Pour chaque trajectoire d'une caméra de référence, nous comparons l'évolution temporelle de sa coordonnée axiale aux projections des évolutions temporelles de la coordonnée axiale de toutes les autres trajectoires de l'autre caméra, qui ont lieu sur les mêmes temps que la trajectoire que nous cherchons à stéréo-matcher. Les trajectoires doivent être à une distance inférieure à 1 px après projection en tout point, mais également parallèles à la trajectoire considérée pour être prises comme candidates. Le parallélisme est testé par $\text{sgn}(z_H - z_V) = \text{cst}$ (pas de croisement) en plus de $\max(\|z_H - z_V\|) < 1 \text{ px}$. Si une seule trajectoire de l'autre caméra correspond, les deux trajectoires sont assemblées dans leur totalité pour former un mélange de trajectoires 3D et 2D. Ceci permet ensuite d'utiliser la trajectoire de l'autre caméra, pour essayer de la stéréo-matcher à son tour à une trajectoire de la caméra initiale. Nous procédons ainsi de façon itérative jusqu'à ne plus trouver de candidat pour cette trajectoire qui correspond à une trajectoire 3D longue, avec des trous sur certaines coordonnées seulement. Ainsi, nous évitons une partie des reconnections lorsque, par exemple, la particule a croisé une autre particule sur une caméra mais pas sur l'autre. Cette technique, qui est en quelque sorte du suivi de trajectoires, au lieu du suivi de particules présenté ci-dessus, est schématisée sur la figure VIII.5.

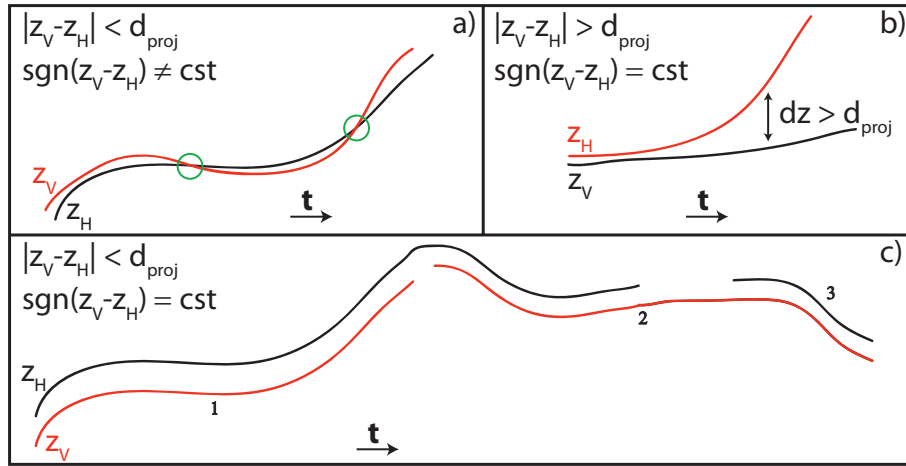


FIGURE VIII.5 – Schéma de la gestion des conflits dans le stéréo-matching des trajectoires. Les critères pour l'assemblage de deux trajectoires 2D en une trajectoire 3D est de respecter une distance minimum d_{proj} entre les coordonnées axiales z_V et z_H , issues de chaque caméra, dans l'espace réel en tout point et que cette distance soit de signe constant. Le cas (a) est rejeté car la distance change de signe (croisements) et le cas (b) est aussi rejeté car la distance dépasse d_{proj} au bout d'un moment. Pour le cas (c), la trajectoire considérée $z_V(t)$ trouve un bon candidat dans la trajectoire numérotée 1 puis dans celle numérotée 2. Ensuite, la trajectoire $z_H(t)$ numérotée 2 trouve un bon candidat dans la trajectoire 3, donnant une trajectoire 3D, certes morcelée, mais longue.

Une fois les trajectoires 3D assemblées, nous procédons à une reconnection afin d’allonger la durée des trajectoires, dans un espace à 6D (\mathbf{X}, \mathbf{v}). Cette technique est développée dans [82], elle allonge significativement la durée des trajectoires sans introduire de fausses reconnections. Enfin, nous pouvons “nettoyer” les trajectoires avec une spline 3D comme pour les grosses particules, ce qui n’était pas possible en 2D.

VIII.3 Résultats préliminaires

Les résultats ci-dessous sont montrés pour la composante axiale z et une seule composante transverse x pour plus de lisibilité, les deux composantes transverses étant équivalentes, et pour une vitesse de rotation de 4 Hz. Nous avons procédé aux étapes de filtrage évoquées dans le chapitre III pour les grosses particules mais ce processus ne sera pas détaillé ici. Dans cette section, nous utilisons les résultats avec les particules de 250 μm en polystyrène, considérées comme des traceurs, comme des mesures lagrangiennes de l’écoulement; nous les utilisons également comme référence pour les résultats des particules inertielles, issus des mesures de billes en verre de 225 μm .

A) Trajectoires

La figure VIII.6 montre d’une part des positions 2D successives sur une caméra (a-b) et d’autre part des trajectoires 3D reconstruites. Les positions 2D, même sur seulement 20 images successives (soit environ 1,5 ms), montrent que le problème est bien massivement multi-particule, et lorsque nous considérons 80 images successives (soit environ 6 ms), nous constatons clairement la difficulté du suivi 2D, les distances entre les particules étant faibles et les croisements fréquents. Les trajectoires 3D soulignent à quel point les distances deviennent plus grandes en trois dimensions (même à l’œil). Sur la figure VIII.6(c), les trajectoires ne commencent pas toutes au même instant, mais le caractère dense de l’écoulement se fait sentir par le fait que peu de trajectoires longues sont représentées. En effet, les trajectoires les plus longues ne durent qu’environ 0,4 secondes, ce qui vaut tout de même presque $2T = 2/\Omega = 0,5$ s. La longueur des trajectoires reste suffisante pour calculer de nombreuses statistiques, et nous en disposons d’un nombre conséquent. Ce type de configuration dense peut s’avérer très utile pour calculer un champ eulérien 3D, des fonctions de structure lagrangiennes spatiales ou pour analyser la formation possible d’agrégats en trois dimensions. Si nous souhaitons des trajectoires longues, il est possible d’obtenir un milieu moins dense (comme sur les images de calibration, figure VIII.2), qui peuvent servir par exemple à des fonctions de corrélation temporelles.

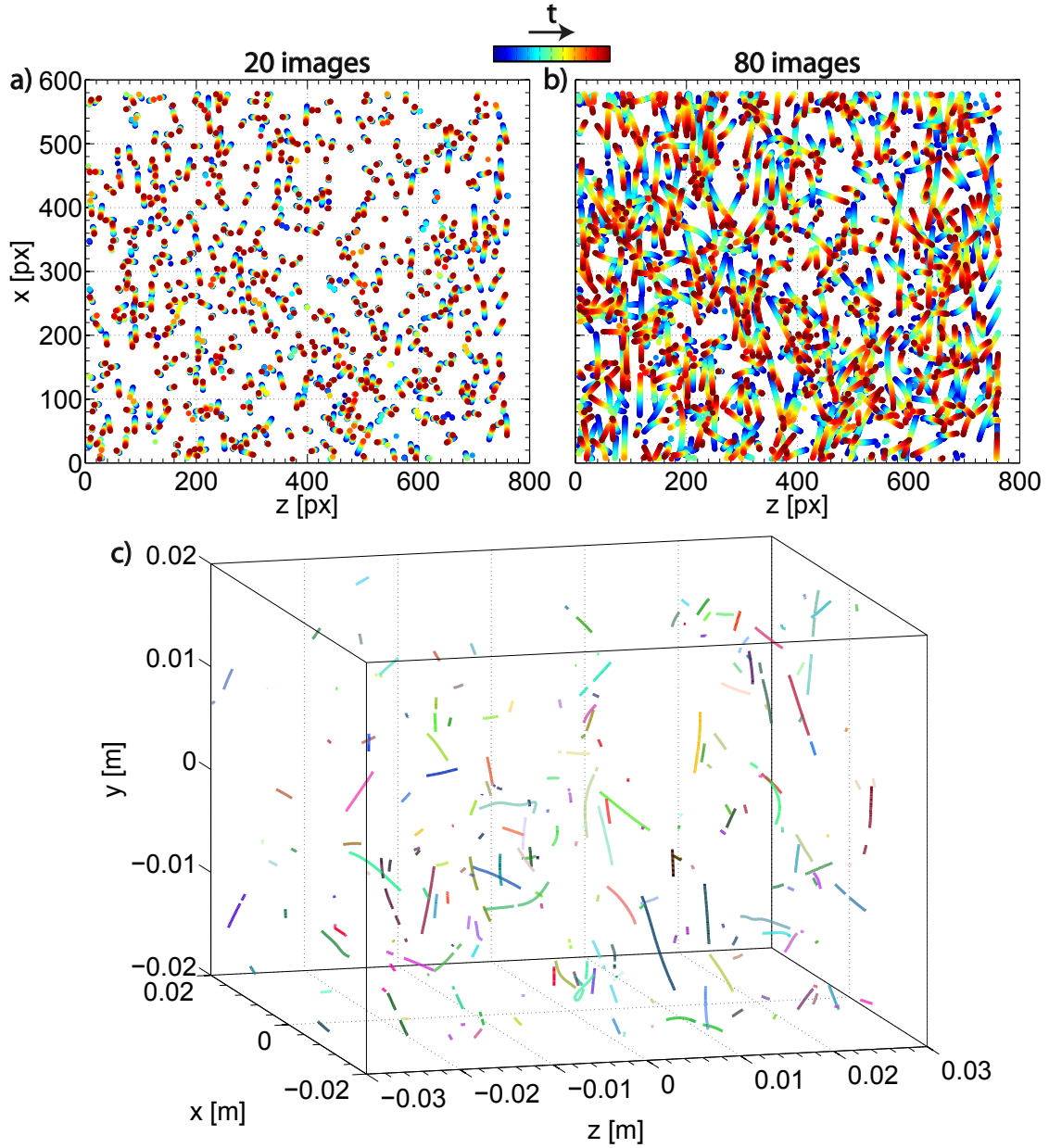


FIGURE VIII.6 – a-b) Positions des particules détectées sur 20 (a) ou 80 (b) images successives (soit environ 1,5 et 6 ms). Le code couleur représente le temps, allant du bleu au rouge. c) 200 trajectoires 3D tirées en partie parmi les plus longues. La trajectoire la plus longue dure 0,4 secondes.

B) Densités de probabilité

La figure VIII.7 présente les densités de probabilité de la vitesse (a) et de l'accélération (b) selon les deux directions et pour les deux types de particules étudiés. Les PDF de vitesse sont très légèrement sur-gaussiennes pour les directions axiales et sous-gaussiennes pour les directions transverses, montrant une fois encore l'anisotropie de l'écoulement. Au vu de l'étude du chapitre III, les formes des fonctions diffèrent des mesures locales au centre d'un écoulement de von Kármán [46, 77], probablement du fait de la présence de la structure. Nous ne constatons pas de différence notable entre les traceurs et les particules inertielles sur les statistiques à un point de la vitesse.

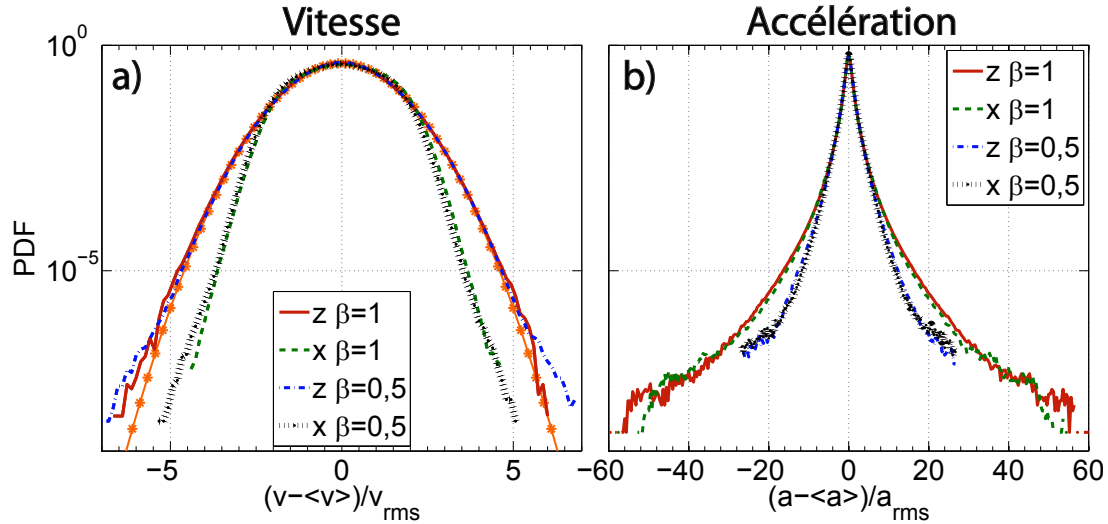


FIGURE VIII.7 – Densités de probabilité centrées et réduites de la vitesse (a) et de l'accélération (b) pour les deux composantes et les deux types de particules. La courbe orange avec des étoiles en (a) est une gaussienne centrée de variance unitaire.

En ce qui concerne l'accélération, nous trouvons des distributions aux ailes très étendues, avec des événements allant jusqu'à 50 fois la valeurs rms de l'accélération, preuve d'une intermittence forte. Nous manquons encore de statistiques pour obtenir des ailes aussi étendues que celles obtenues par exemple par Mordant *et al.* [46]. Contrairement au cas de la vitesse, les distributions semblent isotropes, mais l'effet du rapport de densité est fort. Les ailes sont beaucoup moins larges pour les particules inertielles, présageant un effet fort sur la flatness des distributions, qui sera discuté par la suite. Concrètement, un événement de valeur voisine de $15a_{rms}$ a environ 10 fois moins de chances de se produire pour des particules 2,5 fois plus lourdes et de taille comparable. Cette réduction de l'intermittence avec l'inertie est en cohérence avec des études précédentes comme [58, 78].

C) Fonctions d'auto-corrélation

La figure VIII.8 présente les fonctions d'auto-corrélation de la vitesse et de l'accélération selon les deux directions et pour les deux types de particules étudiés. Comme attendu pour des traceurs, les fonctions pour la vitesse sont exponentielles décroissantes sur une certaine gamme de temps (environ $\tau \leq 0,02$ secondes), puis leur forme est perturbée par l'effet de la structure, comme mis en évidence par [46]. Par un ajustement exponentiel aux temps courts, nous pouvons extraire le temps caractéristique de la décroissance, qui

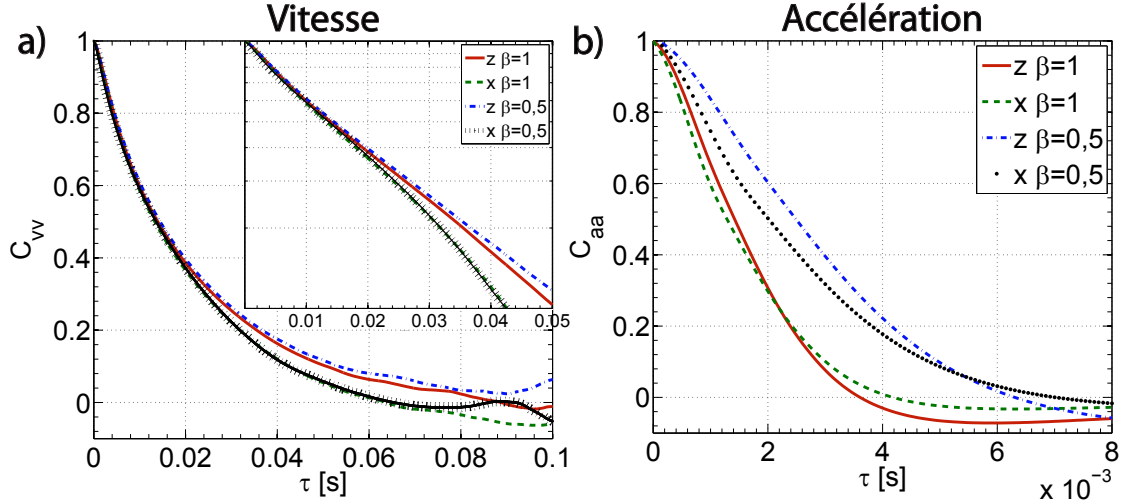


FIGURE VIII.8 – Fonctions d’auto-corrélation de la vitesse (a) et de l’accélération (b) pour les deux composantes et les deux types de particules.

correspond au temps intégral lagrangien T_L . Les pentes sont assez similaires selon les deux composantes, donnant $T_L = 18,9$ ms, ce qui est proche des valeurs trouvées par [46, 51], respectivement $T_L = 22,4$ et 20 ms. Ces valeurs sont issues d’analyses similaires des fonctions d’auto-corrélation de la vitesse dans des dispositifs de von Kármán, il se trouve qu’elles sont proches de la valeur trouvée, bien que la dépendance de T_L selon les caractéristiques du dispositif et le nombre de Reynolds ne soit pas triviale (forme et espacement des disques, géométrie) [44].

Nous constatons un comportement assez similaire pour les corrélations de vitesse des particules inertielles, qui semblent donc répondre au même temps intégral. Ce temps est caractéristique de la vitesse turbulente sous-jacente à la structure de l’écoulement. Nous pouvons, comme dans le chapitre III, extraire un temps à l’aide de l’intégrale de la fonction jusqu’au passage à 50%, qui prend en compte la forme réelle de la fonction, afin de pouvoir comparer les temps selon les composantes et le rapport de densité; les valeurs sont regroupées dans le tableau VIII.2 à la fin du chapitre. Pour les traceurs, l’anisotropie sur les temps de corrélation est relativement faible, de l’ordre de 12%. Elle vaut environ 17% pour les particules inertielles, et les temps de corrélation sont environ 25% plus longs que pour les traceurs. L’évolution des temps de corrélation de la vitesse avec β va dans le même sens que pour les grosses particules (chapitre II), mais la dépendance est moins forte.

Les fonctions d’auto-corrélation de l’accélération pour les traceurs sont quasiment isotropes, et elles peuvent servir à obtenir une calibration de certains paramètres de l’écoulement. En effet, le passage à 0 de ces fonctions se fait à $\tau = 2\tau_\eta$ et l’intégrale de la fonction sur ses valeurs positives vaut également τ_η , donnant accès à la mesure de ε , connaissant ν , et donc à R_λ . Comme les formes des fonctions axiales et transverses sont légèrement différentes, nous préférons utiliser l’intégrale, qui donne $\tau_\eta = 1,5$ ms, ce qui est proche de la valeur estimée dans le chapitre II : $\tau_\eta = 1,3$ ms. Les mesures de viscosité de notre mélange eau-glycérol au rhéomètre donne $\nu = 7,3 \cdot 10^{-6}$ à $20^\circ C$, nous obtenons donc $\varepsilon = 3,25$ W.kg $^{-1}$. La valeur obtenue avec la puissance consommée par les moteurs triphasés (4,35 W.kg $^{-1}$) est donc surestimée d’environ 30%. Ces moteurs ne permettent pas de soustraire les pertes par effet Joule, la soustraction de la puissance à vide ne retirant que la contri-

bution des frottements solides. Par ailleurs, la mesure de puissance n'est pas calibrée pour ces moteurs industriels; ces deux effets peuvent donc aisément être à l'origine de l'écart constaté entre la mesure et l'estimation de ε . Nous pouvons également obtenir $\eta = 105 \mu\text{m}$ et $R_\lambda = 220$ (les valeurs des vitesses rms sont données par la suite dans le tableau VIII.2). Les valeurs estimées dans le chapitre II et utilisées dans tout le manuscrit étaient donc de bonnes estimations.

Nous constatons des fonctions très différentes pour les particules inertielles, comme observé par [78]. Les fonctions décroissent plus lentement, ce que nous pouvons caractériser par le temps de réponse des particules τ_p . Ce dernier est défini comme l'intégrale de la partie positive de la fonction, et est à comparer à τ_η . Nous trouvons $\tau_p/\tau_\eta = 1,4$, ce qui est loin de la valeur du nombre de Stoke estimée pour ces particules selon $St = \frac{1}{3\beta}(\frac{D}{\eta})^2$. Le nombre de Stokes de ces particules est donc en fait proche de 1, il serait donc intéressant d'étudier leur propension à former des agrégats.

Nous notons un léger problème de bruit (faible rupture de pente aux temps courts) sur la fonction transverse des particules inertielles; nous rappelons à nouveau que ces résultats sont encore préliminaires.

D) Flatness

Comme nous disposons des temps de réponse τ_η et τ_p pour les deux types de particules, nous pouvons étudier de façon quantitative l'intermittence de la dynamique des particules. Pour cela, nous calculons tout d'abord les incréments de vitesse $\delta_\tau v = v(t + \tau) - v(t)$ pour différents incréments temporels τ . Il est connu que les PDF de cet incrément évoluent continuellement des PDF d'accélération aux PDF de vitesse à mesure que τ augmente (par exemple [46, 58]), et nous retrouvons ces résultats sur la figure VIII.9.

Nous calculons ensuite la flatness de l'incrément de vitesse pour chaque valeur de τ . Dans le cas des traceurs, et comme l'a montré [46], nous observons une transition dans le régime dissipatif ($\tau \sim \tau_\eta$) pour laquelle la flatness $F(\delta_\tau v)$ chute brusquement depuis une valeur très élevée (pour l'accélération axiale, $F(a) \simeq 38$) jusqu'à une valeur beaucoup plus faible $F(\delta_\tau v) < 5$, pour $\log(\tau) > \log(\tau_\eta) \simeq -6,5$. Comme l'a montré l'utilisation du formalisme multi-fractal [18], le temps τ_η est donc le temps qui pilote l'intermittence de la dynamique lagrangienne. Par ailleurs, nous constatons une flatness légèrement inférieure pour les composantes transverses, avec $F(a) \simeq 32$, mais la transition se fait également aux alentours de $\tau = \tau_\eta$.

Nous retrouvons un résultat analogue dans le cas des particules inertielles (figure VIII.10) avec une transition depuis une valeur égale à la flatness de l'accélération $F(a)$ jusqu'à une valeur plus faible en un temps de l'ordre de τ_η . Les valeurs de flatness sont inférieures d'environ 40% aux flatness des traceurs, et la transition semble commencer de façon plus précoce. Nous constatons que le régime dissipatif profond (dans lequel la flatness des incréments de vitesse suit un plateau) semble atteint pour ces particules à cette fréquence d'échantillonnage, alors qu'il ne l'est pas encore pour les traceurs, pour lesquelles l'intermittence forte complexifie la convergence vers ce régime. Pour analyser plus finement quel est le temps qui gouverne la transition, nous avons normalisé les courbes par la flatness de leur accélération. Il apparaît alors que l'ensemble des courbes se superpose sur une courbe maîtresse lorsque nous utilisons un incrément adimensionné par τ_p (figure VIII.10(b)). Le temps τ_p semble donc jouer un rôle analogue à celui joué par τ_η pour les traceurs.

Nous constatons tout de même un léger défaut de normalisation des temps, qui vient à la fois d'un manque de statistiques et de trajectoires longues (qui sont requises pour les

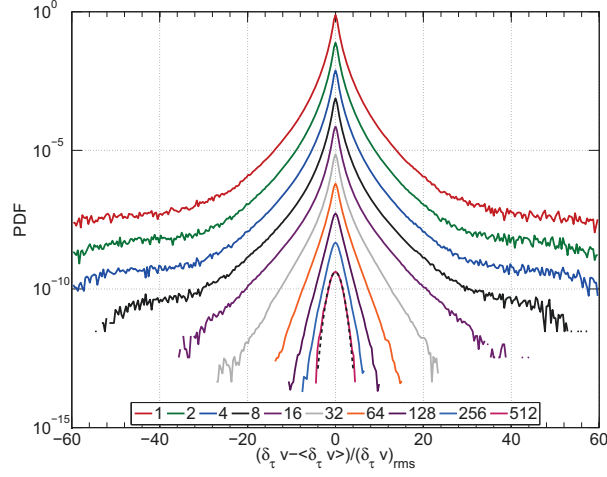


FIGURE VIII.9 – PDF des incréments de vitesse $\delta_\tau v = v(t + \tau) - v(t)$ en fonction des incréments temporels τ pour la composante axiale des traceurs. La légende indique τ en nombre de pas de temps, à diviser par $\text{fps} = 13\,000$, donnant $[7,7 \cdot 10^{-5}; 1,5 \cdot 10^{-5}; 3,1 \cdot 10^{-4}; 6,2 \cdot 10^{-4}; 1,2 \cdot 10^{-3}; 2,5 \cdot 10^{-3}; 4,9 \cdot 10^{-3}; 9,8 \cdot 10^{-3}; 0,2; 0,4]$ secondes. La courbe en pointillés noirs est une gaussienne centrée de variance unitaire.

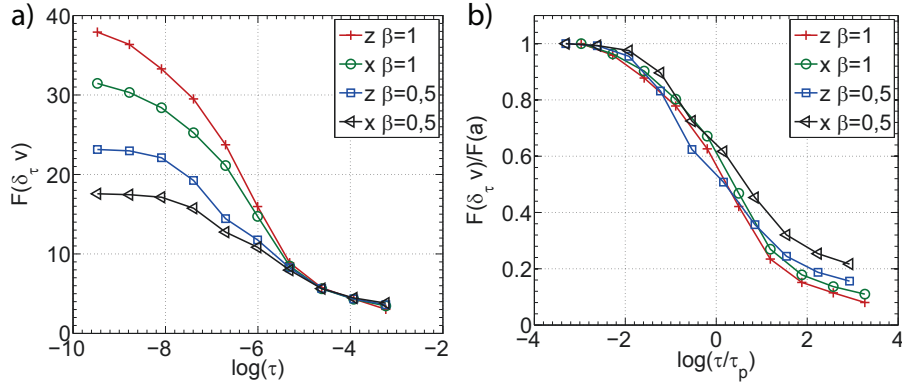


FIGURE VIII.10 – a) Flatness des incréments de vitesse $\delta_\tau v = v(t + \tau) - v(t)$ en fonction des incréments temporels τ pour les deux composantes et les deux types de particules. b) Ces mêmes flatness, normalisées par la flatness de leur accélération $F(a)$, en fonction des incréments normalisés par le temps de réponse de la particule (τ_η pour les traceurs et τ_p pour les particules inertielles).

grandes valeurs de τ) et du bruit qui complexifie à la fois la détermination de la flatness mais aussi de τ_p . Ce sont en effet des problèmes liés au bruit et au filtrage qui donnent des ailes extrêmes un peu trop aplaties pour les PDF d'accélération des particules inertielles (figure VIII.7(b)).

Enfin, comme τ_p joue un rôle analogue à τ_η , il doit donc être possible d'adapter la description multi-fractale de la dynamique des traceurs [18] au cas des statistiques lagrangiennes des particules inertielles.

E) Retour sur les valeurs rms

Nous n'avons pas discuté jusqu'ici les valeurs rms de la vitesse et de l'accélération, car elles sont issues d'une méthode de calcul différente, qui ne nécessite aucun filtrage, mais un certain sur-échantillonnage, et que nous allons décrire ici. Nous considérons une quantité mesurée x (la position dans notre cas) qui se décompose comme $x(t) = \hat{x}(t) + b(t)$, \hat{x} étant le signal réel et b un bruit, supposé blanc. Nous pouvons calculer l'incrément temporel de x sur une durée dt : $dx = d\hat{x} + db$, où $dx = x(t + dt) - x(t)$. La vitesse rms réelle du signal x est $v_{\text{rms}} = \sqrt{\left\langle \left(\frac{d\hat{x}}{dt} \right)^2 \right\rangle}^\ddagger$ si dt est suffisamment petit. Comme le bruit est blanc ($\langle b(t + dt)b(t) \rangle = \delta(dt)$), nous obtenons :

$$\langle dx^2 \rangle = v_{\text{rms}}^2 dt^2 + 2 \langle b^2 \rangle. \quad (\text{VIII.3.1})$$

Ainsi, comme nous bénéficions d'un échantillonnage suffisant[§], nous pouvons calculer $\langle dx^2 \rangle$ pour quelques valeurs de dt , et ajuster la courbe par l'expression précédente. Cette méthode permet non seulement d'obtenir la valeur rms du signal sans considération de filtrage, mais elle permet aussi de calculer le bruit d'une quantité. La figure VIII.11(a) présente ces résultats pour la vitesse selon 20 pas de temps différents, soit dt compris entre $7,7 \cdot 10^{-5}$ et $1,5 \cdot 10^{-3}$ s (soit entre $\tau_\eta/20$ et τ_η). La courbe évolue bien comme prédit par l'équation VIII.3.1. Nous l'ajustons donc sur quelques pas de temps afin d'obtenir la vitesse rms et le bruit, dont les valeurs sont résumées dans le tableau VIII.2. Nous constatons une fois de plus l'anisotropie forte sur la vitesse, la composante transverse étant environ 50% supérieure à la composante axiale.

Nous pouvons effectuer le même genre de raisonnement avec l'incrément d'ordre 2 de la position $d^2x = x(t + dt) + x(t - dt) - 2x(t)$. Nous obtenons alors :

$$\langle d^2x^2 \rangle = a_{\text{rms}}^2 dt^4 + 6 \langle b^2 \rangle. \quad (\text{VIII.3.2})$$

La figure VIII.11(b) présente le résultat du calcul ainsi que les ajustements qui capturent très bien la dynamique. Les valeurs rms et le bruit sont également présentés dans le tableau VIII.2. Nous constatons que l'anisotropie sur les valeurs rms de l'accélération est négligeable, de l'ordre de 1%.

Nous pouvons faire de même pour les particules inertielles, et les résultats sont également dans le tableau VIII.2. Nous constatons que les valeurs rms de la vitesse sont identiques, signifiant une indépendance du rapport de densité pour cette quantité. Ce résultat avait été observé pour des particules matérielles lourdes en soufflerie [57]. Ce n'est

‡. Nous oublions volontairement les termes moyens pour ne pas alourdir les calculs.

§. Ces expériences étant préliminaires, la fréquence d'échantillonnage $\text{fps} = 13\,000$ est volontairement un peu trop haute, pour pouvoir en choisir une plus adaptée pour d'autres expériences (l'inverse n'étant pas possible). Cette fréquence haute entraîne les problèmes de bruit et des trajectoires plus courtes (comme la mémoire embarquée des caméras est fixe), comme évoqué précédemment.

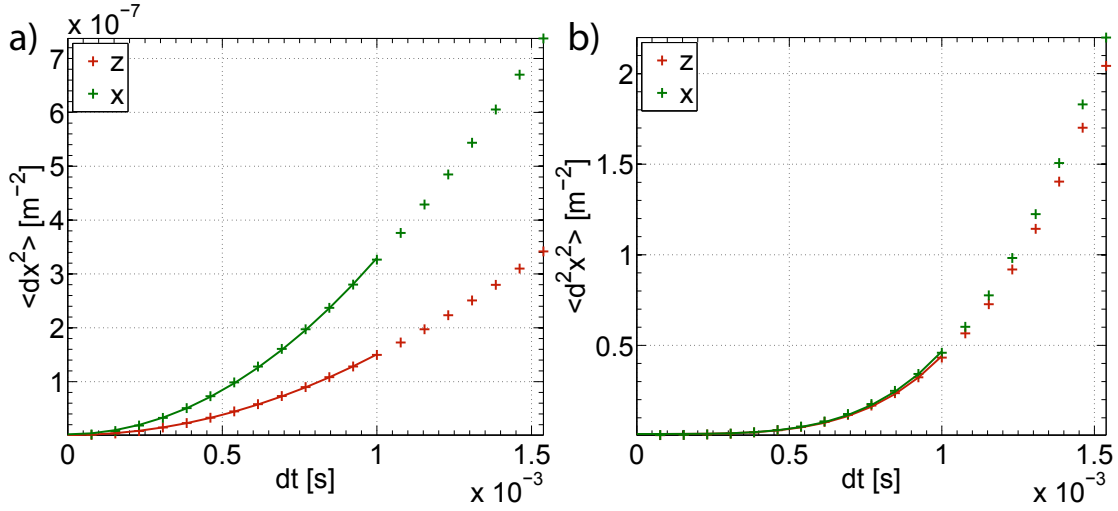


FIGURE VIII.11 – a) Incréments de la position $dx = x(t + dt) - x(t)$ en fonction de dt pour les deux composantes, pour des traceurs. b) De même, avec les incréments d'ordre 2 $d^2x = x(t + dt) + x(t - dt) - 2x(t)$.

Quantité		Traceurs	Particules inertielles
v_{rms} [m.s ⁻¹]	//	0,39	0,39
	⊥	0,58	0,58
$b_{v,\text{rms}}$ [m.s ⁻¹]	//	0,13	0,21
	⊥	0,13	0,21
a_{rms} [m.s ⁻²]	//	58,7	48,8
	⊥	59,4	49,5
$b_{a,\text{rms}}$ [m.s ⁻²]	//	400	440
	⊥	412	445
$F(a)$	//	37,9	23,1
	⊥	31,5	17,6
$\tau_v^{50\%}$ [ms]	//	1,1	1,4
	⊥	0,98	1,2
$\tau_a^{100\%}$ [ms]		1,5	2,1

TABLE VIII.2 – Tableau résumant les valeurs caractéristiques pour les deux types de particules et selon les composantes axiale // et transverse ⊥. v_{rms} et $b_{v,\text{rms}}$: valeurs rms de la vitesse et du bruit sur la vitesse issues d'un ajustement selon l'équation VIII.3.1 ; a_{rms} et $b_{a,\text{rms}}$: valeurs rms de l'accélération et du bruit sur l'accélération issues d'un ajustement selon l'équation VIII.3.2 ; $F(a)$: flatness de l'accélération ; $\tau_v^{50\%}$: temps de corrélation de la vitesse calculés sur l'intégrale jusqu'au passage à 50% de la fonction d'auto-corrélation de la vitesse ; $\tau_a^{100\%}$: temps de corrélation de l'accélération calculés sur l'intégrale jusqu'au passage à 100% de la fonction d'auto-corrélation de l'accélération (partie positive), ce temps correspond à τ_η pour les traceurs et τ_p pour les particules inertielles.

pas le cas pour l'accélération, qui diminue de 17% lorsque le rapport de densité est presque divisé par 2. Cette variation est moins forte que pour les grosses particules matérielles, mais ceci est attendu, car les particules inertielles, dans cette gamme de nombre de Stokes, sont gouvernées par la trainée et non par le terme de masse ajoutée. Une diminution plus forte avait été observée au centre d'un écoulement de von Kármán (20% pour β diminuant de 20%), mais une diminution plus faible a été trouvée numériquement (10% pour β diminuant de 50%), ces valeurs étant issues de [78].

Dans tous les cas, nous constatons un bruit sur la vitesse assez conséquent, dont la magnitude vaut environ 30% de la valeur rms de la vitesse. Ce bruit explose pour l'accélération, du fait de la seconde dérivation (qui multiplie d'un facteur $\text{fps} = 13\,000$), valant 6 à 9 fois le signal d'accélération.

Pour conclure, les vitesses sont peu modifiées par un changement fort du rapport de densité : les valeurs rms et les distributions sont identiques, les fonctions de corrélations aux temps courts donnent le même temps intégral. Seul un léger allongement des temps de corrélation est observé, qui est du même ordre de grandeur que la différence de l'estimation des temps de réponse entre les particules. Le comportement est très différent pour l'accélération, pour laquelle chaque observable change avec le rapport de densité. Nous constatons que diviser ce rapport par 2 diminue fortement à la fois la magnitude des fluctuations d'accélération d'environ 20%, mais aussi leur flatness d'environ 40%, ce qui correspond à une réduction de l'intermittence.

VIII.4 Conclusions et perspectives

Particules sphériques

Nous avons mis en place un montage de Shadow Particle Tracking Velocimetry 3D qui permet un suivi rapide de particules sub-millimétriques, dans une grande partie du volume d'un écoulement de von Kármán. Les mesures préliminaires présentées montrent une bonne concordance avec les résultats au centre d'écoulement de von Kármán [78], validant le montage expérimental et les techniques de construction de trajectoires et d'analyses. Nous avons également mis en place une méthode originale qui permet d'estimer les fluctuations et leur bruit sans nécessiter un filtrage quelconque de la position. Cette méthode résout de nombreux problèmes liés au bruit et au filtrage, et nous cherchons à étendre ce formalisme aux calculs de la flatness des incréments de vitesse et des fonctions d'auto-corrélation. Enfin, l'étude de la flatness des incréments de vitesse a montré que le temps de réponse des particules τ_p semble jouer un rôle analogue à celui joué par τ_η pour les traceurs. Bien qu'il puisse sembler intuitif, ce résultat est très intéressant et nous souhaitons mener des études complémentaires pour d'autres types de particules inertielles, mais aussi de particules matérielles, afin de le valider de façon plus générale.

Les autres résultats expérimentaux présentés nécessitent également des mesures complémentaires, mais ces résultats préliminaires présagent déjà un attrait fort de ce nouveau dispositif. Il serait très intéressant de calculer un écoulement moyen 3D pour mieux caractériser son influence, afin de continuer l'étude menée dans le chapitre III. L'influence de l'inhomogénéité de l'écoulement est un sujet très intéressant, qui fait actuellement l'objet d'une collaboration entre le laboratoire de Physique de l'ENS Lyon, le Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) et le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA). D'autre part, un suivi sur des temps plus longs (quelques temps de retournement à grande échelle), en milieu légèrement plus dilué, apporterait des statistiques qui pourraient se comparer à des modèles sur la dispersion de paires par exemple [60].

Il existe de nombreuses méthodes de suivi lagrangien de particules en turbulence, auxquelles nous pouvons comparer la méthode que nous avons développée. En effet, cette technique de Shadow Particle Tracking Velocimetry 3D à grande profondeur de champ est plus pratique (ou directe) que les méthodes acoustiques, et elle est bien moins coûteuse que le suivi 3D avec une illumination en volume. Ce dernier nécessite en effet un éclairage puissant et plusieurs caméras très sensibles, alors que notre source lumineuse n'est pas utilisée à pleine puissance (moins de 1 W) et que deux caméras, de sensibilité quelconque, suffisent pour notre montage. L'inconvénient majeur de notre technique est son temps coûteux de calcul et son rendement pauvre en trajectoires 3D, seul 1/3 de trajectoires 2D étant dans le volume de mesure 3D. Cependant, l'inconvénient dû au faisceau parallèle devient un avantage certain pour la mesure de la forme ou de l'orientation d'objets anisotropes.

Particules anisotropes

Nous avons évoqué la possibilité du montage de suivre la forme et l'orientation d'objets le long de leurs trajectoires. Il est en effet adapté pour mesurer la dynamique d'objets anisotropes tels que des disques ou des bâtonnets. Nous avons donc commencé une étude sur la rotation de bâtonnets dans l'écoulement. Cette étude est à un stade encore plus préliminaire que les résultats de ce chapitre, nous pouvons cependant en donner un aperçu purement qualitatif. La figure VIII.12 est l'analogue de la figure VIII.6(a-b) pour des bâtonnets de 3 mm de long et de 200 μm de diamètre, isodenses dans le mélange eau-glycérol. Ces vues 2D montrent à la fois des bâtonnets en translation pure, d'autres qui tournent beaucoup dans ce plan et encore certains dont la rotation semble se faire dans un plan perpendiculaire.

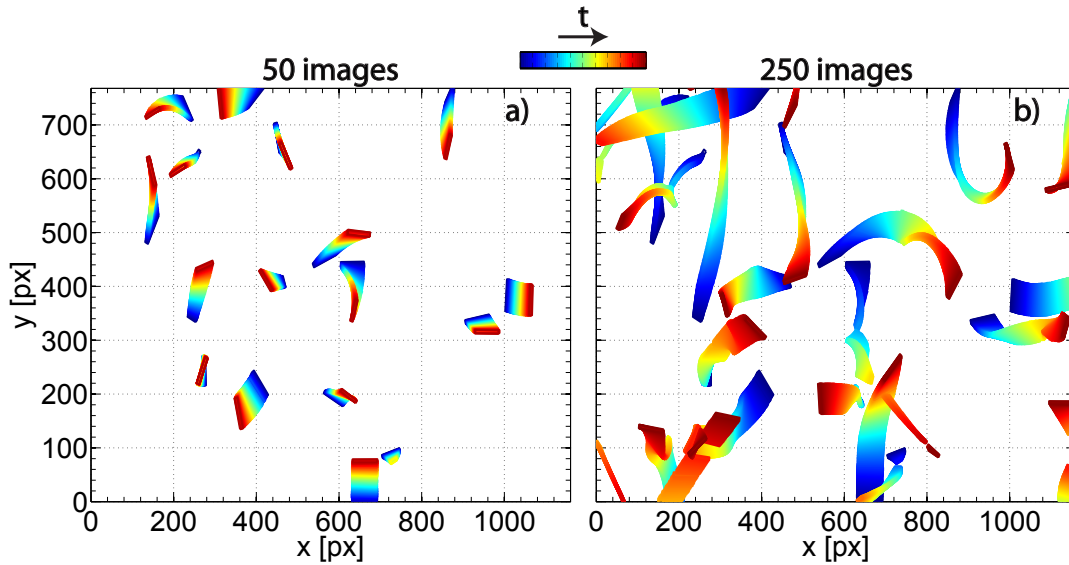


FIGURE VIII.12 – Positions des bâtonnets détectés sur 50 (a) ou 250 (b) images successives (soit environ 7,1 et 35,5 ms). Le code couleur représente le temps, allant du bleu au rouge. Des rectangles encadrent les formes détectées pour chaque pas de temps.

L'étude est en cours pour des tailles comprises entre 1 et 4 mm et un diamètre constant de 200 μm , donnant des rapports d'aspect compris entre 5 et 20. Les statistiques de la rotation en fonction de ce rapport d'aspect semblent très intéressantes. Nous serons notamment capable de calculer des cartes d'orientation moyenne ou de vitesses d'orientation. De telles cartes seront typiquement à lier à la structure de l'écoulement ; leurs évolutions selon le rapport d'aspect pourraient de plus donner des résultats prometteurs.

Annexe A

Retour sur le modèle stochastique

A.1 Limites

Dans cette partie, nous nous intéressons aux limites du modèle, par rapport aux expériences, mais aussi d'un point de vue purement théorique. Par exemple, dans les expériences, les temps de résidence ont des distributions exponentielles même aux faibles valeurs de Δt . C'est en fait théoriquement impossible, car Δt possède une borne inférieure qui est le temps minimal pour passer d'une cellule à l'autre. La figure A.1 reprend les distributions des temps de résidence pour le modèle dans les deux cas, en se focalisant sur les temps plus courts et nous constatons en effet un écart à la distribution exponentielle pour les temps courts. Le fait que ce ne soit pas le cas dans les expériences est en fait dû à la fréquence d'échantillonnage trop faible, ce qui fixe une borne inférieure trop grande pour résoudre les plus petits aller-retours.

Pour ne pas prendre en compte cet effet dans le modèle, nous avons donc extrait les temps de résidence moyens en ajustant les distributions par des fonctions exponentielles en ignorant les premiers points pour ne pas prendre en compte cet effet qui n'existe pas dans les expériences.

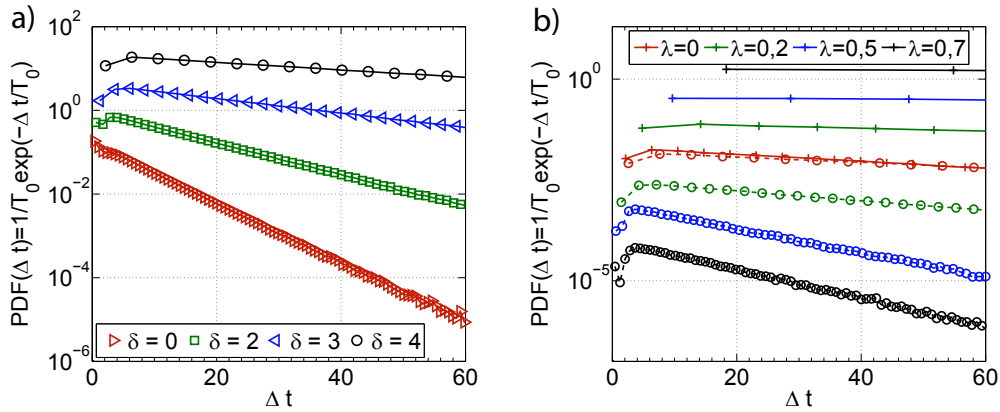


FIGURE A.1 – a) Distributions des temps de résidence Δt pour différentes valeurs de la hauteur δ de la barrière du double-puits de potentiel (multipliées successivement d'un facteur 10 selon les valeurs de δ). b) Distributions des temps de résidence du côté du grand puits (croix) ou du petit puits (rond) pour différentes valeurs d'asymétrie λ . Les distributions dans la grande cellule (resp. petite) sont multipliées (resp. divisées) d'un facteur 10 à mesure que λ augmente.

A) Densités spectrales de puissance

Spectres expérimentaux et modélisés

La limite la plus claire du modèle apparaît peut-être sur les spectres : nous n'arrivons pas à reproduire la valeur de la pente $-1,5$ aux fréquences intermédiaires dans les expériences, qui est due à l'exploration préférentielle. Nous trouvons une pente aux mêmes fréquences, mais sa valeur vaut -2 . L'écart n'est pas très fort entre ces deux exposants, mais il existe de façon systématique. Cet écart peut venir de l'équation utilisée pour le bruit, de la forme du potentiel ou bien du fait que les écoulements expérimentaux possèdent une vraie structure à trois dimensions, qui n'est pas du tout prise en compte par le modèle. Cependant, le modèle, tel qu'il est, suffit à reproduire qualitativement la dynamique des billes, permettant de tirer des conclusions sur la dynamique lente et l'exploration préférentielle des billes.

Spectre analytique d'un système bi-stable

La valeur de la pente dans le modèle est en fait très robuste, puisqu'elle est propre au système générique que nous avons cherché à modéliser. En effet, tous les systèmes bi-stables dont la fréquence des excursions n'est gouvernée que par la fréquence moyenne présentent des spectres avec une loi de puissance d'exposant -2 . Afin de démontrer ceci, nous considérons le système simpliste suivant dans lequel la position x n'a que deux valeurs accessibles : $-l$ et l , schématisé sur la figure A.2, et dont les temps de résidence dans un état ont des distributions dont le seul paramètre est leur moyenne.

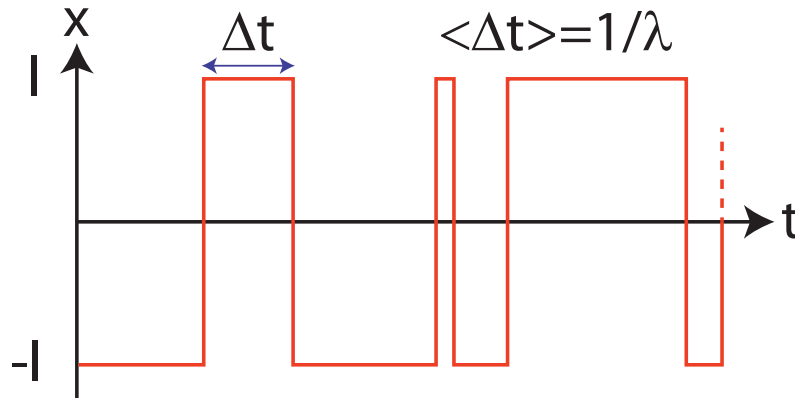


FIGURE A.2 – Schéma d'un système bi-stable simple dont la fréquence des excursions n'est gouvernée que par la fréquence moyenne.

Pour ce calcul, nous considérons un système Markovien (sans mémoire), ce qui revient à dire que les échelles de temps des aller-retours sont très différentes de celles des corrélations d'un éventuel bruit. C'est le cas dans les expériences et dans le modèle, les temps de corrélation des vitesses étant très petits devant les temps de résidence. De plus, nous supposons également que les corrélations de la position sont stationnaires.

La probabilité d'être dans un état au temps t vaut $1/2$ pour chaque état ; à l'instant suivant, cette probabilité vaut donc la somme de la probabilité d'être dans cet état et d'y rester et de la probabilité d'arriver dans cet état. La corrélation de la position s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 \langle x(t)x(t+\tau) \rangle &= \frac{1}{2}[P(x(t+\tau)=1, x(t)=1) * l * l + P(x(t+\tau)=-1, x(t)=1) * (-l) * l] + \\
 &\quad \frac{1}{2}[P(x(t+\tau)=1, x(t)=-1) * l * (-l) + P(x(t+\tau)=-1, x(t)=-1) * (-l) * (-l)] \\
 &= l^2(P(x(t+\tau)=1, x(t)=1) - P(x(t+\tau)=-1, x(t)=1)),
 \end{aligned} \tag{A.1.1}$$

où $P(x(t_a)=a, x(t_b)=b)$ est la probabilité que x soit égale à a au temps t_a , sachant qu'il valait b au temps t_b . Comme il n'existe que deux états équiprobables possibles, la probabilité de rester en $x=l$ ou $x=-l$ est la même, notée P_1 , de même pour la probabilité de passer d'un état à un autre (quel qu'il soit) P_{-1} . Le seul paramètre gouvernant la dynamique est le temps de résidence moyen, ou plutôt son inverse, qui est le taux de passage $\lambda = 1/\langle \Delta t \rangle$. Les probabilités de résidence ou d'excursion suivent donc les équations d'évolution suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} &= -\lambda P_1 + \lambda P_{-1} \\ \frac{dP_{-1}}{dt} &= -\lambda P_{-1} + \lambda P_1 \end{cases} \tag{A.1.2}$$

Comme $P_1 + P_{-1} = 1$, nous obtenons une équation différentielle simple pour P_1 ainsi que sa solution (la solution stationnaire étant $1/2$) :

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_1}{dt} &= -2\lambda P_1 + \lambda \\
 P_1(t) &= \frac{1}{2}(1 + e^{-2\lambda t})
 \end{aligned} \tag{A.1.3}$$

La corrélation de la position s'écrit donc uniquement en fonction de λ , et nous pouvons également calculer sa transformée de Fourier qui correspond à la densité spectrale de puissance s :

$$\begin{cases} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle &= l^2 e^{-2\lambda\tau} \\ s(f) &= \frac{l^2/\lambda}{1 + \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right)^2} \end{cases} \tag{A.1.4}$$

Nous trouvons donc un spectre de type lorentzien, avec un plateau aux basses fréquences et une loi de puissance d'exposant -2 aux hautes fréquences. Par ailleurs, la valeur rms de la position vaut $\langle x(0)x(0) \rangle^{1/2} = l$ (avec $\langle x \rangle = 0$), nous retrouvons donc qu'une particule qui fait des aller-retours dans une boîte de taille unitaire à une valeur rms unitaire, ce qui semble être la limite vers laquelle tendent les valeurs rms de la position dans le modèle lorsque δ augmente (figure V.16).

Nous pouvons également calculer analytiquement le spectre pour le cas d'un système bi-stable asymétrique, avec des fréquences moyennes λ_1 et λ_{-1} . Dans ce cas, le système pour les probabilités P_1 et P_{-1} est :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = -\lambda_1 P_1 + \lambda_{-1}(1 - P_1) \\ \frac{dP_{-1}}{dt} = -\lambda_{-1} P_{-1} + \lambda_1(1 - P_{-1}) \end{cases} \quad (\text{A.1.5})$$

Nous trouvons donc une solution pour les probabilités : $P_1 = \frac{\lambda_{-1}}{\lambda_{-1} + \lambda_1} + e^{-(\lambda_{-1} + \lambda_1)t}$, de solution stationnaire $\frac{\lambda_{-1}}{\lambda_{-1} + \lambda_1}$, et $P_{-1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_{-1} + \lambda_1} + e^{-(\lambda_{-1} + \lambda_1)t}$, de solution stationnaire $\frac{\lambda_1}{\lambda_{-1} + \lambda_1}$. La corrélation s'écrit de la même façon que précédemment, avec toujours comme devant chaque crochet la solution stationnaire correspondante en tant que poids :

$$\begin{aligned} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle &= \frac{\lambda_{-1}}{\lambda_{-1} + \lambda_1} [P(x(t+\tau) = 1, x(t) = 1) * l^2 - P(x(t+\tau) = -1, x(t) = 1) * l^2] + \\ &\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_{-1} + \lambda_1} [-P(x(t+\tau) = 1, x(t) = -1) * l^2 + P(x(t+\tau) = -1, x(t) = -1) * l^2] \\ &= l^2 \left[\frac{\lambda_{-1}}{\lambda_{-1} + \lambda_1} (2P_1 - 1) + \frac{\lambda_1}{\lambda_{-1} + \lambda_1} (2P_{-1} - 1) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.1.6})$$

Nous obtenons donc la corrélation et le spectre suivant (qui redonne bien le système A.1.5 pour $\lambda_{-1} = \lambda_1$) :

$$\begin{cases} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle = l^2 e^{-(\lambda_{-1} + \lambda_1)\tau} \\ s(f) = \frac{2l^2 / (\lambda_{-1} + \lambda_1)}{1 + \left(\frac{f}{(\lambda_{-1} + \lambda_1)} \right)^2} \end{cases} \quad (\text{A.1.7})$$

Le spectre est donc toujours lorentzien, et nous constatons également que dans les deux cas, ce modèle simple ne donne pas l'évolution de la valeur des plateaux en fonction de λ_{-1} et λ_1 . Même en raffinant ce type de système en ajoutant des fluctuations rapides de faibles amplitudes du même type dans chaque état, la corrélation s'écrit comme un produit d'exponentielles, et le spectre aura donc la même pente. Il faut donc changer fortement le modèle que nous avons développé afin de pouvoir retrouver des pentes proches de celles des expériences, car tant qu'il modélise un système bi-stable avec des excursions caractérisées par une fréquence moyenne, la pente sera -2 .

Par ailleurs, nous pouvons également calculer la valeur rms de la position dans ce cas asymétrique. Nous venons de montrer que $\langle x^2 \rangle = l^2$, mais ici $\langle x \rangle = l \frac{\lambda_{-1} - \lambda_1}{\lambda_{-1} + \lambda_1}$ (dans un cas où la particule passe beaucoup de temps en l , λ_{-1} est grand et la moyenne est bien positive et inversement). La valeur rms vaut donc $x_{rms} = l * \frac{2}{\lambda_{-1} + \lambda_1} * \sqrt{\lambda_{-1}\lambda_1}$, ce qui vaut la valeur rms du cas symétrique multiplié par la moyenne géométrique et arithmétique de λ_{-1} et λ_1 . Or, nous pouvons montrer que la moyenne arithmétique est toujours inférieure à la moyenne géométrique, ce qui veut bien dire que la borne supérieure de la valeur rms est l (qui semble être la valeur vers laquelle la courbe tend dans le modèle, figure V.16). De plus, augmenter l'asymétrie, c'est-à-dire changer le rapport entre λ_{-1} et λ_1 entraîne une diminution de la valeur rms, comme observé dans le modèle asymétrique (figure V.33(c)).

La démonstration de l'inégalité entres les deux moyennes et la diminution de la valeur rms de la position avec l'asymétrie sont illustrées sur la figure A.3.

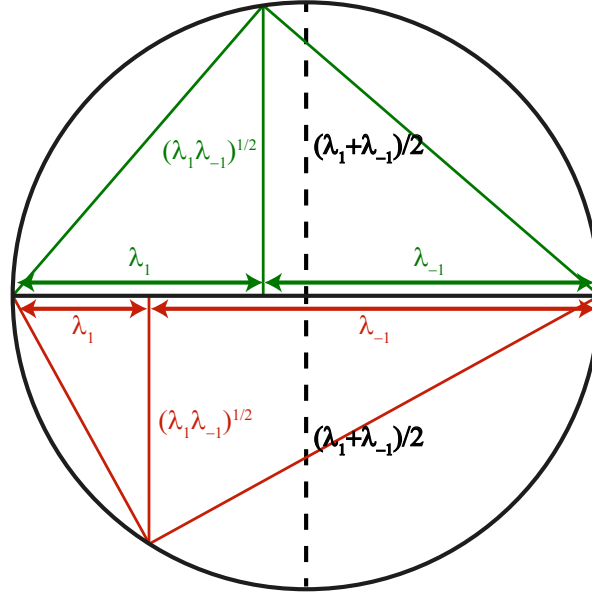


FIGURE A.3 – Illustration de la décroissance de la valeur rms de la position avec l'asymétrie dans deux situations d'asymétrie différente dans la partie supérieure et inférieure du cercle. La moyenne géométrique est représenté par les pointillé noire et vaut $1/2$ quelque soit l'asymétrie ; la moyenne géométrique correspond à la hauteur du triangle rectangle inscrit dans le cercle, et est toujours inférieure à la moyenne arithmétique, leur produit est donc inférieure à 1, et décroît à mesure que l'asymétrie augmente (cas rouge par rapport au cas vert).

B) Fonctions d'auto-corrélation de la vitesse

La vitesse ne serait pas directement définie dans le modèle si le bruit était blanc, mais ce n'est pas notre cas. Une fois une trajectoire de la position z simulée, nous pouvons définir une vitesse v comme $v = dz/dt$. Nous pouvons alors calculer les fonctions d'auto-corrélation de la vitesse, qui sont représentées de façon linéaire ou semi-logarithmique sur les figures A.5(a) et (b). Nous constatons tout d'abord que les corrélations sont bien exponentielles décroissantes aux temps courts, propriété imposée par les fluctuations turbulentes u . Cependant, nous constatons qu'aux temps longs, les fonctions ne sont plus exponentielles, ce qui est causé par le confinement. Les fonctions ont les mêmes propriétés lorsque le potentiel est asymétrique (figure A.4(a)).

Dans les deux cas, nous pouvons définir des temps de corrélation par ajustement exponentiel des fonctions. La décroissance de ces temps en fonction de δ ou λ est forte, notamment pour les grandes valeurs de ces paramètres, où elle est quasiment linéaire. Ceci est en fait un effet synthétique du modèle : la vitesse est égale à la vitesse turbulente d'amplitude constante (unité), à laquelle s'ajoute directement λ et $-\delta(z^3 - z)$. Ainsi, les grandes valeurs de ces paramètres biaisent les corrélations par un terme qui accélère la décorrélation. Cet effet synthétique empêche de comparer les résultats expérimentaux des corrélations de vitesse à ceux du modèle.

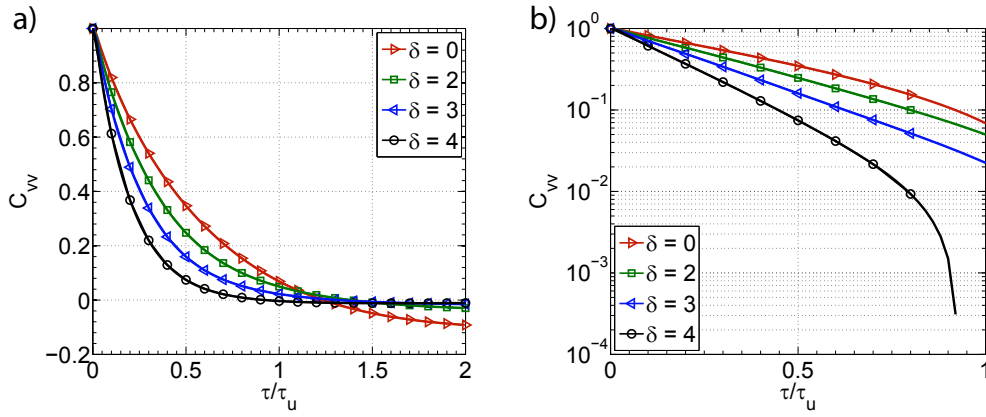


FIGURE A.4 – Fonctions d’auto-corrélation de la vitesse $v = dz/dt$ pour différentes valeurs de la hauteur δ de la barrière du double-puits de potentiel, en représentation linéaire (a) ou semi-logarithmique (b). Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour la lisibilité.

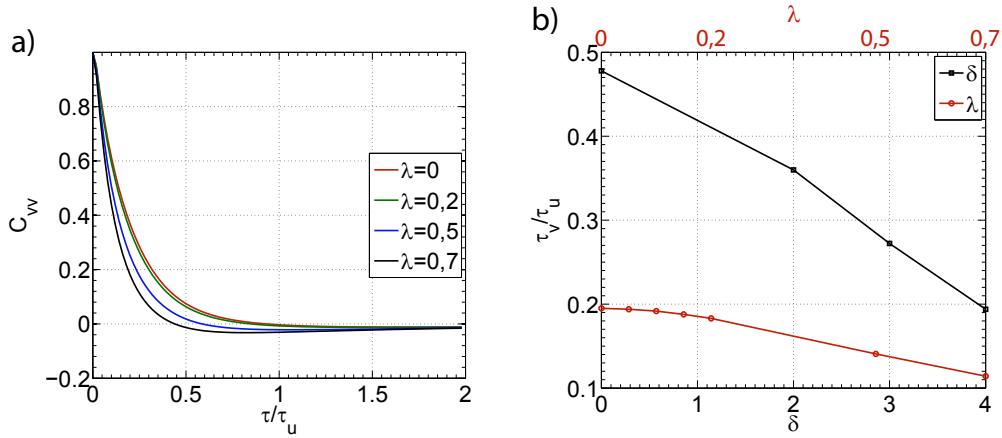


FIGURE A.5 – a) Fonctions d’auto-corrélation de la vitesse $v = dz/dt$ pour différentes valeurs d’asymétrie λ . Les symboles sont attribués à seulement quelques points pour la lisibilité. b) Temps de corrélation de la vitesse v (issus d’ajustements exponentiels) en fonction de δ et λ .

A.2 Temps de résidence

Nous avons décrit en introduction du modèle la théorie de Kramers [33], qui est reprise par exemple par [10, 28] pour décrire le mouvement de particules Browniennes piégées dans un potentiel. Ces exemples, souvent appliqués aux réactions chimiques, considèrent une particule piégée dans un puits, derrière une barrière haute. Les analyses s'intéressent surtout à comment, ou plutôt à quelle vitesse la particule réussit à franchir la barrière, ce qui correspond au temps de premier passage. Dans ce cas, qui correspond à des barrières hautes, il est possible de trouver une expression analytique du temps de premier passage, l'inverse du taux de Kramers (voir équation V.1.4), avec certaines approximations.

Notre problème considère un potentiel dont la valeur de la hauteur entre les deux puits varie, et peut donc être petite voire nulle, nous allons donc développer ici une méthode, inspirée des travaux de Kramers, mais où nous ne faisons pas d'approximation. Nous verrons par la suite que nous évitons ces approximations par le calcul numérique d'intégrales. Afin de pouvoir mener le calcul, nous devons considérer un bruit blanc gaussien plutôt que le bruit introduit dans le modèle. La comparaison du calcul numérique de ces résultats du modèle pourra ainsi souligner l'influence du bruit sur le modèle.

Cas symétrique

Nous rappelons l'expression du potentiel symétrique, pour différentes hauteurs de barrière δ :

$$\begin{cases} U(z) = \delta\left(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}\right) + \delta/4 & |z| < 1 \\ U(z) = 4\left(\frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2}\right) + 1 & |z| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{A.2.1})$$

Si la particule est animé par un bruit blanc gaussien, selon $dz = -\frac{dU}{dz}dt + \sqrt{2k_B T}d\xi$, alors, l'évolution de la probabilité de trouver la particule en z au temps t , notée $P(z, t)$, évolue selon l'équation de Fokker-Planck :

$$\partial_t P = \partial_z [U(z)P + D\partial_z P]. \quad (\text{A.2.2})$$

Nous introduisons le courant de particules : $J(z, t) = -De^{-U(z)/k_B T}\partial_z(P(z, t)e^{-U(z)/k_B T})$, où D est le coefficient de diffusion, défini à partir de la mobilité des particules γ selon $D\gamma = k_B T$. L'équation de Fokker-Planck se réécrit donc sous la forme :

$$\partial_t P(z, t) = \partial_z J(z, t). \quad (\text{A.2.3})$$

Lorsque le système est à l'équilibre, le courant est nul $J = 0$, donnant lieu à la solution stationnaire de la probabilité $P(z) = P_0 \exp(-U(z)/k_B)$, où P_0 est la valeur pour $U = 0$, soit au fond des puits. Pour la lisibilité du calcul, nous notons les points d'intérêts A et C pour les fonds des deux puits et B pour le sommet de la barrière (schématisés sur la figure A.6). Dans notre cas, A et C correspondent à $z = -1$ et 1 , et B à $z = 0$. Nous définissons aussi la largeur des puits, valant 2Δ , que nous avons choisi de délimiter comme la zone définie par $-0,5 < z < 0,5$ par exemple pour A. Nous avons vérifié que ce choix n'influe pas sur les conclusions présentées ci-dessous.

La probabilité de trouver une particule dans le puits A s'écrit, par définition de la probabilité, de la façon suivante :

$$p = \int_{A-\Delta}^{A+\Delta} P(z)dz = P_0 \int_{A-\Delta}^{A+\Delta} e^{-U/k_B T} dz. \quad (\text{A.2.4})$$

Il n'est pas possible de résoudre analytiquement cette intégrale, mais nous pouvons la calculer numériquement pour différentes valeurs de δ , car le potentiel est analytique.

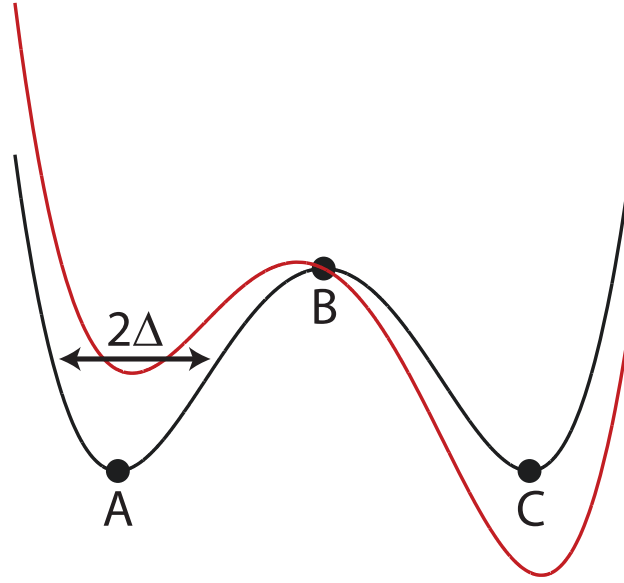


FIGURE A.6 – Schéma du potentiel symétrique (noir) et asymétrique (rouge), avec les trois points d'intérêts A, B et C. A et C sont les fonds des deux puits et B est le sommet de la barrière. 2Δ correspond à la largeur d'un puits.

Si nous considérons une perturbation de l'état d'équilibre, entraînant un courant J de particules de A vers C, nous pouvons définir le taux de Kramers r de la façon suivante : $r = J/p$. Nous définissons donc le temps de résidence T_0 comme l'inverse de ce taux : $T_0 = 1/r = p/J$. Si l'état n'est que légèrement perturbé par rapport à l'équilibre, nous pouvons considérer que le courant J est indépendant de z . Ceci implique la relation suivante :

$$\partial_z(e^{-U/k_B T} P) = -\frac{J}{D} e^{U/k_B T}. \quad (\text{A.2.5})$$

En intégrant l'équation précédente entre les deux puits (de A à C), nous pourrions obtenir la valeur du courant de particules entre les puits. Nous notons $[f(z)]_A^C = f(z=C) - f(z=A)$ et nous obtenons :

$$[e^{-U/k_B T} P]_A^C = -\frac{J}{D} \int_A^C e^{U/k_B T} dz. \quad (\text{A.2.6})$$

Comme nous n'avons considéré pour ce problème qu'une seule particule présente dans le puits A, $P(z=C) = 0$, ce qui nous donne l'expression du courant J en fonction d'une intégrale non-analytique :

$$J = \frac{DP_0}{\int_A^C e^{U/k_B T} dz}. \quad (\text{A.2.7})$$

De la même façon que pour p , nous pouvons calculé cette intégrale numériquement, qui ne fait intervenir que $U(z)$. Au final, le temps de résidence T_0 s'écrit comme le produit de deux intégrales :

$$T_0 = \frac{1}{D} \left(\int_A^C e^{U/k_B T} dz \right) \left(\int_{A-\Delta}^{A+\Delta} e^{-U/k_B T} dz \right). \quad (\text{A.2.8})$$

La figure A.7(a) montre le résultat du calcul numérique des deux intégrales (+ rouge) pour de nombreuses valeurs de δ . Nous avons superposé un ajustement de la forme $a + b \cdot \exp(\delta/c)$ (trait plein et \times) qui capture très bien le comportement de T_0 en fonction de δ . En effet, la figure A.7(b) présente l'erreur relative entre l'ajustement et les valeurs calculées, qui ne dépasse jamais $3 \cdot 10^{-5}$. Nous considérons cet ajustement comme l'expression quasi-analytique de T_0 .

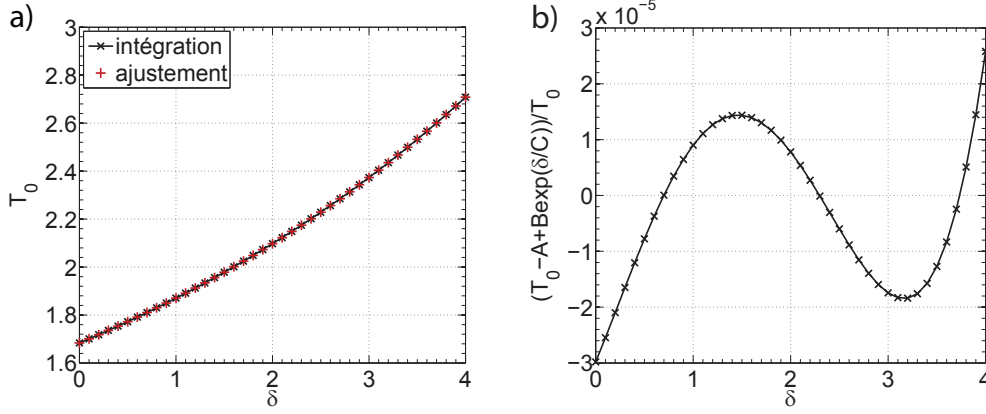


FIGURE A.7 – a) Valeurs du temps de résidence moyen T_0 en fonction de la hauteur δ issues d'intégrations numériques pour un bruit blanc gaussien (+ rouge). La courbe noire en trait plein avec des \times est un ajustement de la forme $T_0 = a + b \exp(T_0/C)$. b) Erreur relative entre les données d'intégrations numériques de T_0 et l'ajustement $a + b \exp(\delta/c)$: $(T_0 - a + b \exp(\delta/c))/T_0$.

Nous pouvons donc tester ce type d'ajustements sur les données numériques issues du modèle (où le bruit est corrélé) à cette expression théorique (avec un bruit blanc). La figure A.8 montre les valeurs de T_0 trouvées par le modèle, avec un ajustement de la forme $a + b \exp(\delta/c)$. L'ajustement par la fonction trouvée théoriquement, avec des paramètres ajustables, donne de très bon résultats.

Cas asymétrique

Nous pouvons développer le même type de calcul théorique dans le cas d'un double-puits asymétrique. il faut distinguer la cellule dominante de l'autre cellule, et nous obtenons dans les deux cas des ajustements exponentiels selon λ , du type $T_0 = a + b \exp(\lambda/c)$, et c change de signe selon la petite ($c < 0$) ou grosse cellule ($c > 0$). Dans la grande cellule, nous retrouvons que T_0 augmente fortement avec λ , tandis qu'il diminue lentement dans la petite, les paramètres dans l'exponentiel étant presque égaux en valeur absolue, et de signe opposé.

Nous constatons que des ajustements de ce type capturent très bien la dynamique dans le modèle avec un bruit corrélé (figure A.9), comme pour le potentiel symétrique.

Grâce à ces ajustements, nous pouvons qualifier l'évolution des temps de résidence moyens en fonction de la hauteur de la barrière et de l'asymétrie en comparant les valeurs des paramètres a , b et c (tableau A.1). Les paramètres a et b sont dans tous les cas d'un ordre de grandeur similaire, la comparaison de c suffit donc à décrire la dynamique. Nous constatons que dans le cas du potentiel asymétrique, les valeurs sont proches, mais tout de même plus fortes dans le cas de la décroissance dans la petite cellule. Elles donnent toutes les deux lieu à des évolutions plus fortes que celle selon la hauteur de la barrière, en cohérence avec ce qui a été observé.

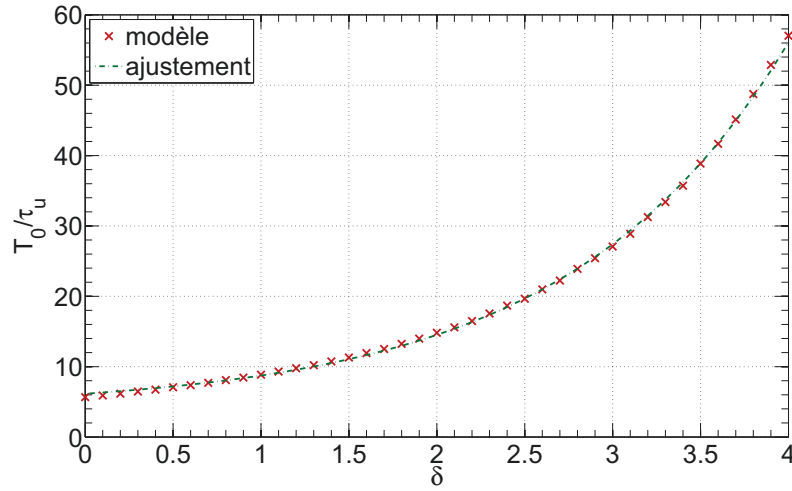


FIGURE A.8 – Temps de résidence moyens T_0 en fonction du paramètre de la hauteur de la barrière δ . La courbe en traits pointillés est un ajustement exponentiel du type : $T_0 = a + b \exp(\delta/c)$.

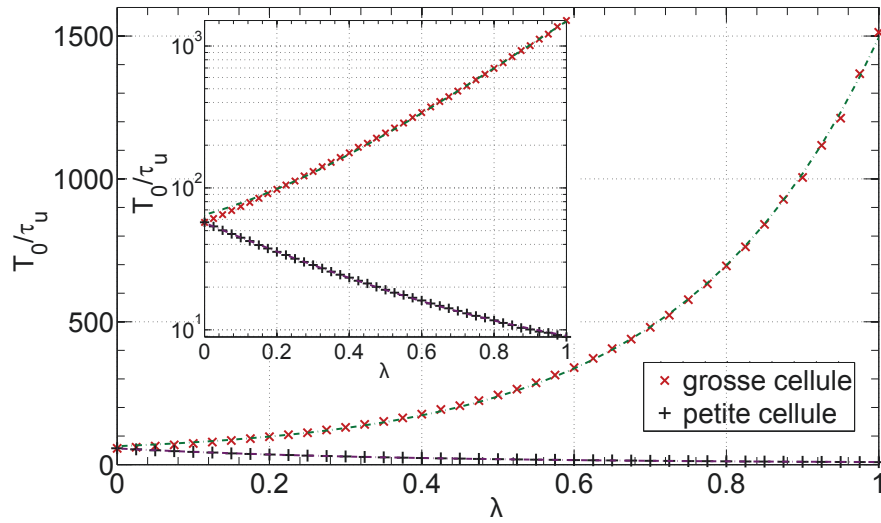


FIGURE A.9 – Temps de résidence moyens T_0 en fonction du paramètre d'asymétrie λ dans la grosse (\times rouge) ou petite cellule ($+$ noir). Les courbes en traits pointillés sont des ajustements exponentiels du type : $T_0 = a + b \exp(\lambda/c)$. La figure en insert correspond aux mêmes courbes en représentation semi-logarithmique.

Paramètres	a	b	c
δ	$4 \pm 0,3$	$2,1 \pm 0,1$	$1,25 \pm 0,02$
λ grosse cellule	$3,7 \pm 0,4$	$2,8 \pm 0,15$	$0,25 \pm 0,005$
λ petite cellule	$5,5 \pm 0,2$	$5,1 \pm 0,02$	$-0,38 \pm 0,005$

TABLE A.1 – Paramètres des ajustements des temps de résidence moyens selon $T_0 a + b \exp(\delta/c)$ et $T_0 = a + b \exp(\lambda/c)$.

Annexe B

Mesures complémentaires à Pampelune

Les résultats présentés ci-dessous sont issus d’une campagne de mesures effectuée avec la particule lourde de 18 mm de Lyon, dans le dispositif de Pampelune, qui a été légèrement modifié pour ces expériences. Ces mesures ont été réalisées lors d’un court séjour des Lyonnais à Pampelune.

B.1 Écoulement symétrique

La cellule de von Kármán de Pampelune est contenue dans une boîte remplie d’eau pour les accès optiques. Il est donc possible de retirer les parois derrière les disques pour laisser l’intérieur du cylindre communiquer avec la boîte, ce qui change dramatiquement la dynamique aux temps longs de l’écoulement. L’écoulement moyen devient alors symétrique et stable (comme dans le cas de VKL) et la bi-stabilité disparaît. Les mesures LDV effectuées montrent bien une couche de cisaillement centrée (figure B.1). Nous constatons que les cartes de position sont également symétriques (figure B.2(a)). De même, comme il n’y a plus de renversement de la couche de cisaillement, les spectres présentent un plateau à basse fréquence également pour la coordonnée axiale z (figure B.2(b)).

B.2 Écoulement symétrique avec bouchon

A Lyon, il y a un bouchon au centre des disques (entre les pales, voir la figure II.2), ce qui réduit le pompage des disques (selon z). Des expériences ont été conduites à Pampelune, lorsque l’écoulement est symétrique et que nous avons placé un bouchon au centre des pales. Nous constatons que le piégeage est alors plus homogène selon y et n’est plus maximal dans des zones aussi proches des disques que dans le cas précédent (figure B.2(c), par rapport à la figure B.2(a)).

Par ailleurs, le bouchon réduit la magnitude des recirculations poloïdales, et comme les billes sont moins proches des disques, le pic fréquentiel sur le spectre de y , normalement quasiment centré sur Ω , existe pour des fréquences inférieures (figure B.2(d)). Le décalage reste cependant faible, puisque les disques à pales courbes imposent un mouvement de rotation à Ω très puissant dans la direction toroïdale. Sans bouchon, le pic se situe proche de $f\Omega = 0,85$, tandis qu’il est proche de $f\Omega = 0,6$ lorsqu’il y a un bouchon (dans l’écoulement symétrique et stable).

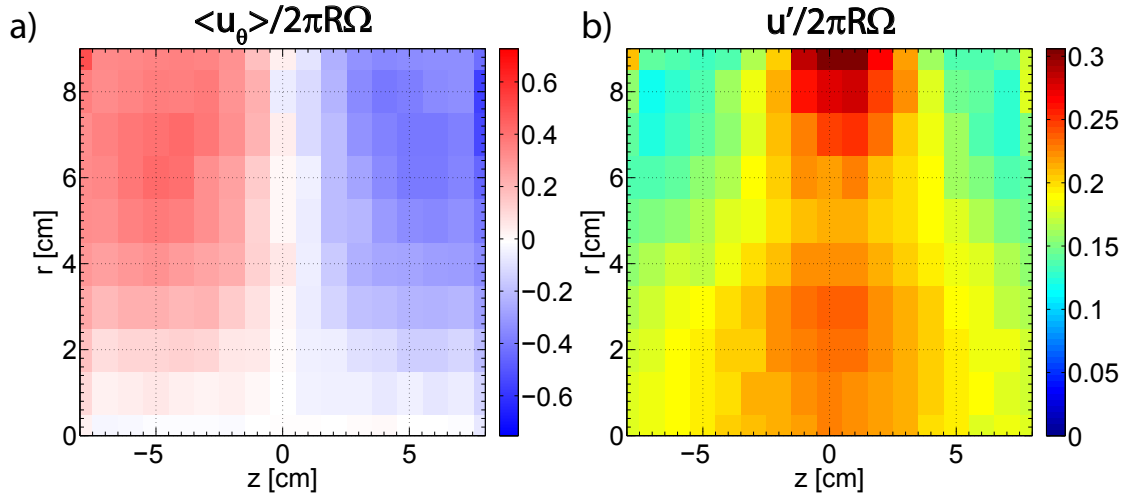


FIGURE B.1 – a) Vitesse azimutale normalisée par la vitesse des disques $u_\theta/2\pi R\Omega$. b) Magnitude des fluctuations normalisée par la vitesse des disques $u'/2\pi R\Omega$ avec $u' = \sqrt{(u_\theta + 2u_z)/3}$. Les données sont issues de mesures LDV effectuées sur une grille de 11×21 points, à 3,2 Hz, lorsque la couche de cisaillement est centrée (cuve ouverte).

Cette dernière expérience a été effectuée sur une durée plus courte, car nous nous intéressions avant tout à la modification du pic dû au forçage, ce qui explique que les spectres s'étendent sur une gamme fréquentielle plus réduite, ne montrant pas les plateaux qui s'étendent bien jusqu'aux très basses fréquences.

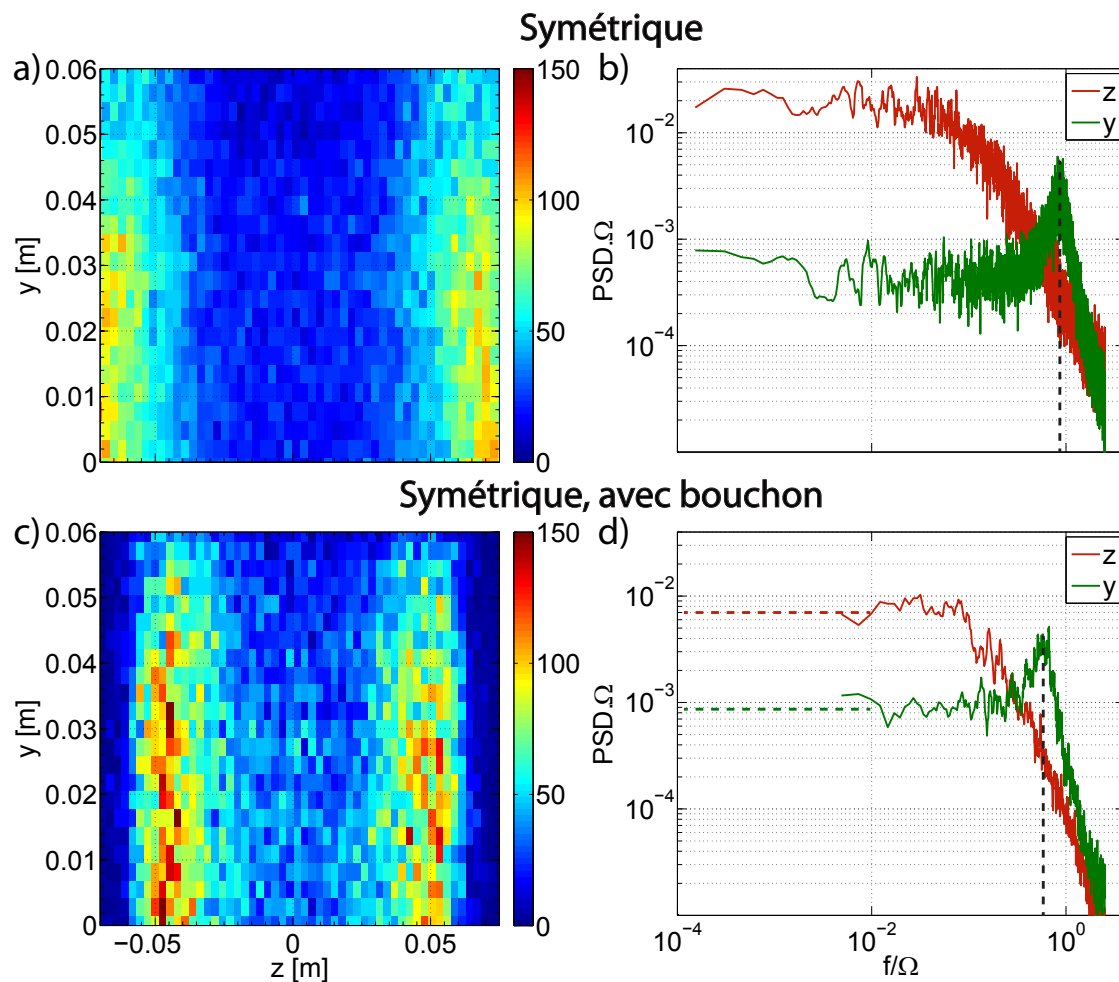


FIGURE B.2 – a-b) Carte (a) et spectres (b) de position à Pampelune avec un écoulement symétrique et une bille de PA de 18 mm, à 3 Hz. c-d) Carte (c) et spectres (d) de position à Pampelune avec un écoulement symétrique et une bille de PA de 18 mm, à 3 Hz, lorsque nous plaçons un bouchon au centre des pales sur chaque disque. Les pointillés noirs verticaux marquent la fréquence du pic pour les deux spectres. Les pointillés horizontaux pour (d) marquent le prolongement des plateaux qui n'est pas visible sur cette expérience de durée trop courte.

Annexe C

Fusion des billes de glace

C.1 Calibration de l'ombroscopie

Afin de vérifier l'afocalité du montage, nous déterminons le rayon de billes (en propylène) de tailles connues, le long de leurs trajectoires dans la cuve. Les données sont obtenues sur environ 1 500 images successives, à 25 images par secondes, avec une vitesse de rotation de 4,4 Hz. La figure C.1 présente l'histogramme des rayons mesurés. Le défaut de parallélisme du faisceau est très faible (distributions peu étalées : la largeur à mi-hauteur vaut environ 1% de la valeur moyenne). Le grossissement du montage correspond au coefficient qui minimise l'écart entre les tailles réelles connue des billes et celles les plus détectées.

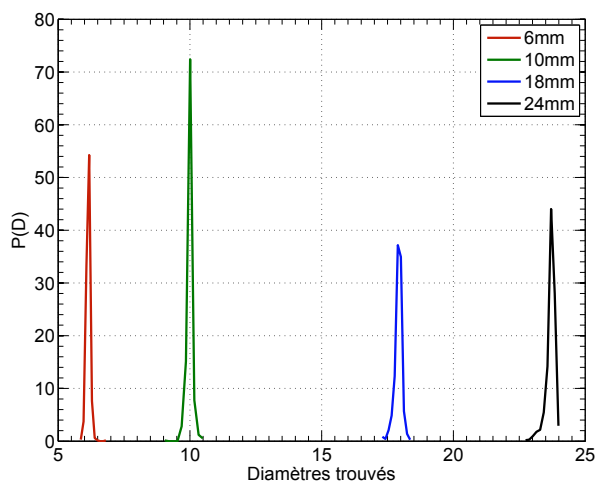


FIGURE C.1 – Histogramme des tailles mesurées pour des particules rigides librement advectées par l'écoulement, de taille 6, 10, 18 et 24 mm.

C.2 Observations sur la forme des glaçons fixes

Le montage optique ne permet qu'une visualisation 2D de la fusion. Dans le cas des glaçons libres, la fusion est sphérique dans son intégralité. Dans les deux configurations fixes, l'anisotropie locale de l'écoulement altère au bout d'un certain temps (supérieur à plusieurs secondes) la forme de la bille de glace.

Dans le cas où un seul disque produit l'écoulement, il existe une forte recirculation de fluide derrière la sphère, produisant des tourbillons secondaires qui viennent attaquer la bille (figures C.2 et C.3). Ainsi la bille fond plus vite derrière, jusqu'au moment où cette différence de géométrie provoque un décollement précoce de la couche limite, qui implique une zone morte pour la face arrière du glaçon. À ce stade, seule la face avant du glaçon fond. La figure présente un schéma de cette dynamique selon deux plans : le plan (y, z) correspond à celui vu à l'écran, tandis que le plan (y, x) est celui vu selon l'axe des moteurs. Au vu de la dynamique complexe de fusion, il n'est possible de mesurer le volume de la bille de glace à partir de la vue en deux dimensions obtenue par la caméra que pendant les premières secondes de fusion où le glaçon reste sphérique.

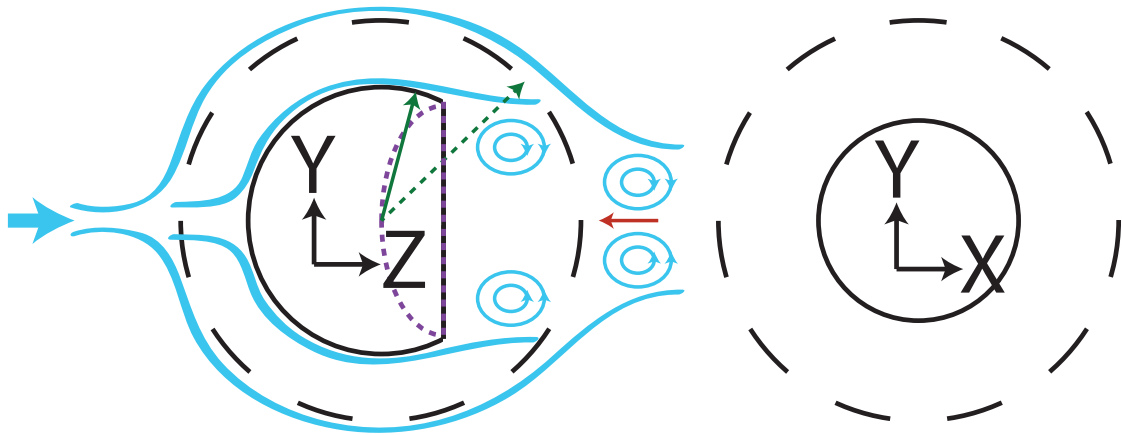


FIGURE C.2 – Schéma de la dynamique de fusion d'une bille de glace dans l'écoulement de von Kármán à un disque. Les pointillés noirs espacés schématisent l'état initial, les traits pleins noirs un état intermédiaire, et les pointillés resserrés violets un état final. Les traits bleus schématisent l'écoulement, et la flèche rouge indique la zone d'effort initiale. Les flèches vertes symbolisent le décollement de la couche limite.

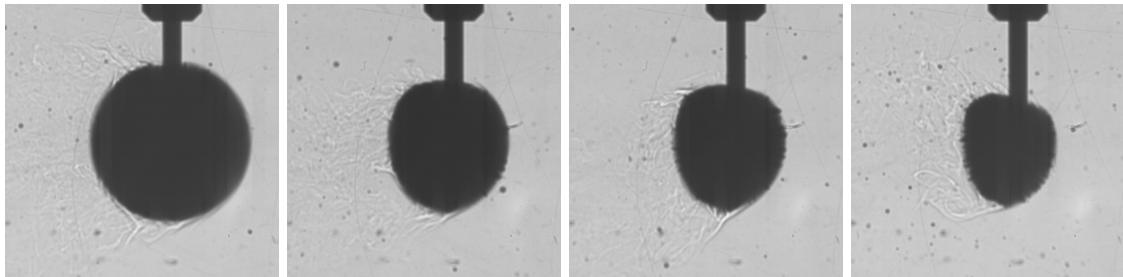


FIGURE C.3 – Images successives (à 1,6 ; 20 ; 24 ; 32 secondes après l'insertion du glaçon) de la fonte d'une bille de glace fixe dans l'écoulement à un disque. Nous observons que le front droit évolue très peu sur les trois dernières images.

Dans le cas du glaçon fixe dans l'écoulement à deux disques, c'est uniquement la prépondérance des fluctuations de vitesses du fluide dans la direction azimutale ($u'_{transverse}/u'_{axiale} \simeq 1,5$, tableau VI.1) qui donne au glaçon une forme ellipsoïdale avec pour axe de révolution l'axe de rotation des moteurs. Le schéma C.4 illustre comment les tourbillons viennent localement influencer la fonte du glaçon. Dans ce cas, nous avons suffisamment d'information avec la projection en deux dimensions pour calculer le volume de l'ellipsoïde de révolution qu'est devenu la bille de glace.

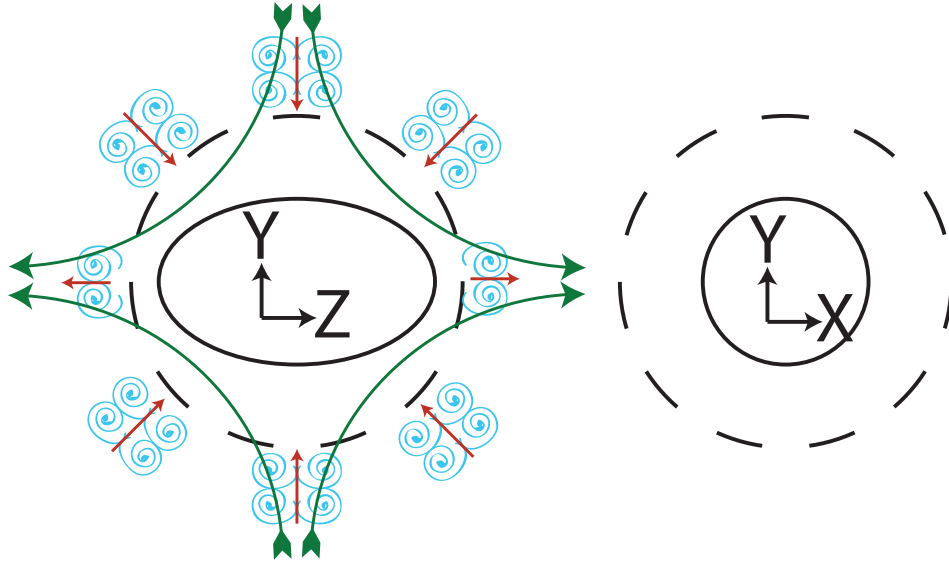


FIGURE C.4 – Schéma de la dynamique de fusion d'une bille de glace dans l'écoulement de von Kármán à deux disques. Le noir correspond à la bille de glace : les pointillés espacés schématisent l'état initial, les traits pleins un état intermédiaire. Les traits bleus schématisent les fluctuations avec la flèche rouge pour la zone d'effort qu'elles entraînent. Les flèches vertes symbolisent l'écoulement moyen local.

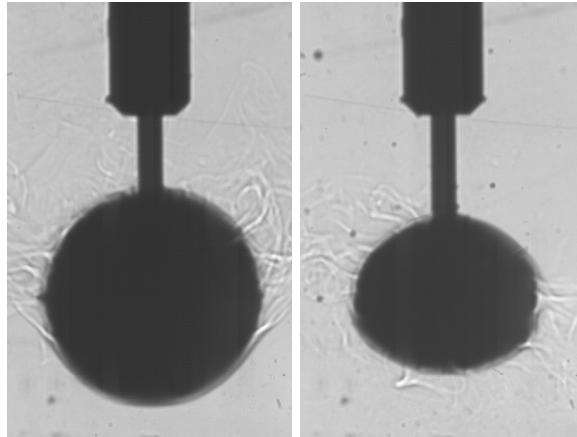


FIGURE C.5 – Images successives (à 24 secondes d'intervalle) de la fonte d'une bille de glace fixe dans l'écoulement à deux disques. Nous observons le changement d'une forme sphérique à ellipsoïdale.

C.3 Dépendance du coefficient de transfert thermique avec le diamètre initial des glaçons

Comme expliqué précédemment, le régime de proportionnalité entre le nombre de Nusselt et le nombre de Reynolds implique que le coefficient de transfert thermique h ne dépend pas du diamètre initial des billes de glace D . En revanche, pour les glaçons fixes, le régime $Nu \sim Re^{0,8}$ implique une dépendance du diamètre : $h(U, D)$. La figure C.6 regroupe les expériences pour différentes tailles initiales à vitesse de rotation fixe ($\Omega = 4,4$ Hz) pour les trois configurations. La configuration libre présente un plateau dès $D > 10$ mm, et l'écart à ce plateau pour les plus petites particules est très faible, environ 10%. Cet écart est probablement dû au fait que des particules de cette taille explorent l'écoulement de façon homogène et subissent des fluctuations plus fortes, d'où un transfert légèrement accru. Le comportement est différent pour les billes fixes où nous observons une décroissance forte avec D . Cette décroissance semble saturer dans le cas à un disque pour les particules de tailles supérieures à 24 mm, où la gamme de nombre de Reynolds permet peut-être de s'approcher du régime ultime de convection, même sans le degré de liberté de rotation.

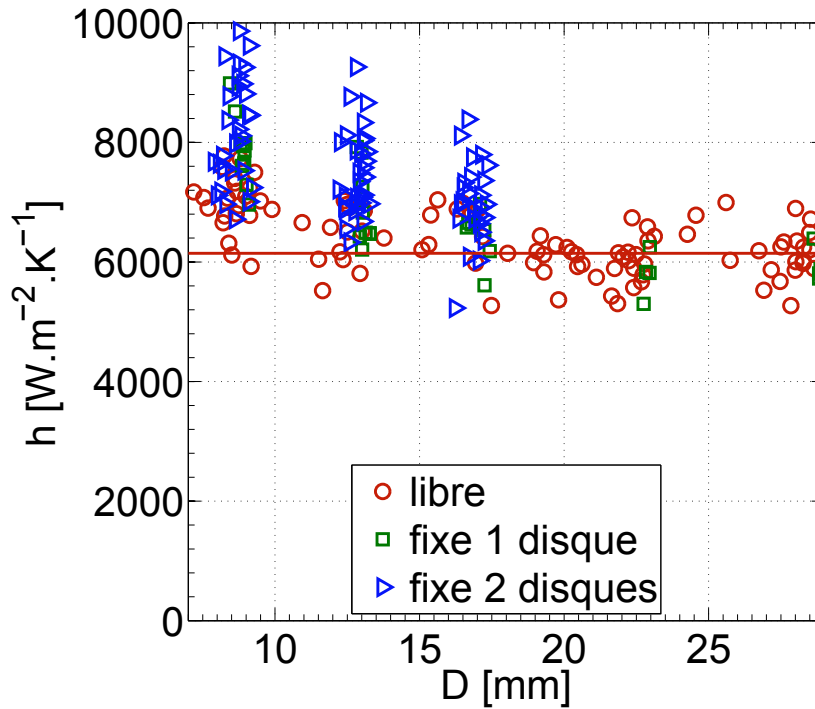


FIGURE C.6 – Évolution du coefficient de transfert thermique avec le diamètre initial des glaçons pour les billes librement advectées (rouge) ou fixes dans l'écoulement à un (vert) ou deux disques (bleu). La droite rouge correspond à un ajustement linéaire de $h(D)$ pour $D > 10$ mm dans le cas libre.

La division par D de $Nu = \alpha Re + \beta^*$ pour faire apparaître h/k comme une fonction non seulement de U mais aussi d'un terme β/D . Cependant, le rapport de ce terme par $\alpha U/\nu$ varie entre $4,5 \cdot 10^{-4}$ à $1 \cdot 10^{-4}$ quand D augmente et est donc bien négligeable, donnant lieu à l'indépendance de h vis-à-vis de D pour les glaçons librement advectés, tant qu'il n'y a pas de changement de régime d'exploration de l'écoulement.

*. β est ici un paramètre de l'ajustement, et non le rapport de densité.

C.4 Fluctuations du nombre de Nusselt

Pour chaque configuration, l'ajustement du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds peut servir à définir un nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds : $\langle Nu \rangle = \alpha Re^\gamma + \beta$. Nous pouvons définir en chaque point de mesure, l'écart au nombre de Nusselt moyen afin d'avoir une idée du taux de fluctuation du nombre de Nusselt (figure C.7). Quelles que soient les configurations, nous estimons ce taux comme environ égal à 8%. Pour les cas des glaçons libres, nous constatons que $Nu'/\langle Nu \rangle$ est constant, en cohérence avec le fait que u_{trms}/U est également constant en turbulence développée. En revanche, ce taux semble diminuer pour les deux cas fixes ; ceci est peut-être dû au fait que plus les nombres de Reynolds sont élevés, moins les erreurs de mesures dues aux termes négligés sont importantes (voir section ci-dessous). Il n'est pas surprenant de trouver un taux de fluctuations plus faible dans les cas fixes, où les vitesses de glissement sont statistiquement plus vite convergées vers leurs moyennes.

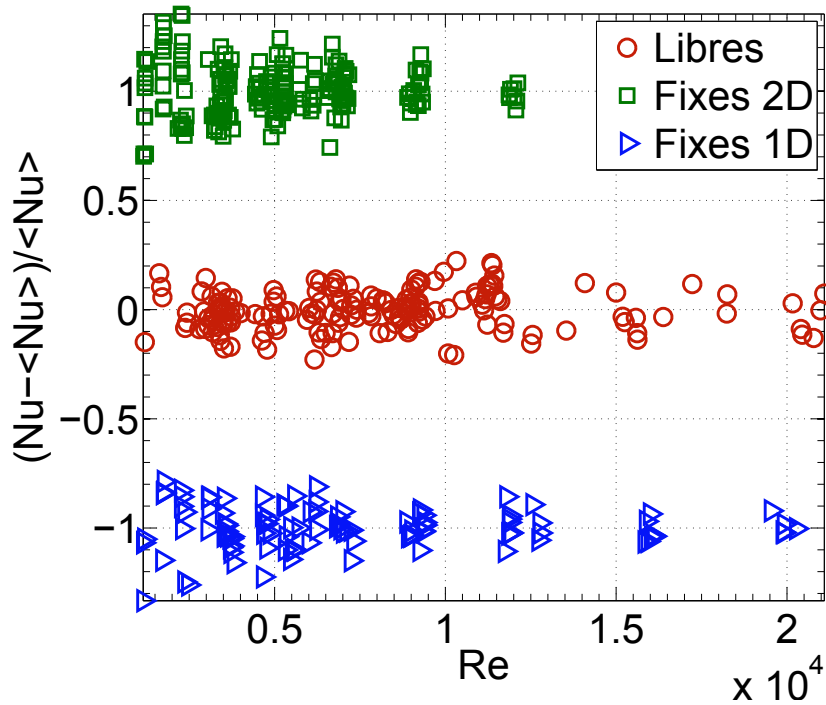


FIGURE C.7 – Taux de fluctuation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds basé sur le forçage. Les ronds rouges représentent les glaçons librement advectés, les carrés verts les glaçons fixes dans l'écoulement à deux disques, la courbe étant décalée de 1 vers le haut et les triangles bleus ceux dans l'écoulement à un disque, la courbe étant décalée de 1 vers le bas.

C.5 Estimation des incertitudes

A) Forme et mesures de taille

L'étude présentée considère la fonte de glaçons sphériques, bien qu'après plusieurs secondes, les glaçons fixes perdent leur sphéricité. Dans un premier temps, il faut noter que nous ne prenons en compte que les premiers instants (environ 5 secondes, soit environ

200 points) de la fusion pour l'estimation de la vitesse de fusion des glaçons fixes. Dans ces premiers instants, les glaçons sont encore sphériques, mais nous avons accès, dans le cas des glaçons fixes à deux disques, à une mesure du grand axe et du petit axe de l'ellipsoïde. Les nombres de Nusselt calculés à partir de l'évolution des petits et grands axes donnent en fait les mêmes valeurs que lorsque nous considérons des glaçons sphériques.

Par ailleurs, la méthode de fabrication des glaçons fixes permet d'avoir des glaçons dont la surface est homogène, sans fracture ni bulle. En revanche, il est presque impossible de contrôler l'apparition de bulles au centre des glaçons. C'est pourquoi nous n'étudions la fonte que dans les premiers instants, et le fait d'utiliser différents diamètres initiaux permet de toute façon d'avoir des données à différentes tailles.

B) Termes négligés pour le problème de Stefan

L'équation de Stefan considérée suppose que la convection naturelle est négligeable :

$$\rho_p L_f \frac{dV}{dt} = \lambda_{th} S \left\langle \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle_S - h(T_{water} - T_0)S. \quad (C.5.1)$$

Cette hypothèse a été vérifiée par la mesure du flux surfacique en fonction de la température de l'eau, à D et U fixés VI.3. Nous pouvons toutefois mettre des ordres de grandeur sur les phénomènes à l'aide d'une expérience simple. En plaçant un glaçon coloré dans un large aquarium (de taille similaire à la cuve) au repos et à température fixe, nous pouvons observer la dynamique de la convection naturelle (figure C.8). Nous constatons qu'aucune cellule de convection (type Rayleigh-Bénard) n'apparaît, le fluide froid issu de la fonte se contente de tomber puis de s'étaler sur la base de la cuve. Nous pouvons donc estimer la vitesse de chute libre d'une particule fluide. Cette chute libre est due à la différence de densité entre le fluide froid et celui environnant, plus chaud, qui s'exprime au premier ordre comme $\rho_f = \rho_0/(1 + \alpha\Delta T)$ où α est le coefficient d'expansion thermique à volume constant. Dans cette aquarium au repos, la vitesse du panache de convection libre est estimée à environ $v_{libre} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. Le nombre de Richardson $Ri = v_{libre}/U$ compare cette vitesse à celle de la convection forcée, qui est donnée par la vitesse à grande échelle dans notre dispositif. Au maximum, nous trouvons $Ri = 0,1$, ceci étant une borne supérieure largement surestimée (calculée pour la plus faible vitesse de rotation et avec ΔT le plus grand). Nous concluons donc une fois de plus que la convection naturelle est bien négligeable devant la convection forcée pour ce problème.

Par ailleurs, la définition du nombre de Nusselt suppose également que les effets non-Boussinesq soient négligeables, c'est-à-dire que les variations de la viscosité du fluide avec la température ne changent pas la dynamique du transfert. Il est possible de quantifier ces effets à partir d'un cadre plus général. Le flux transporté sur une certaine distance s'écrit $Q = k(T)dT/dx$. Il est constant tant que la différence de température sur cette distance ne varie pas. Nous considérons donc le flux au travers de la couche limite du glaçon à T_{fusion} , entouré de fluide à température homogène T_{eau} . Nous pouvons écrire :

$$\delta = \int_{T_{fusion}}^{T_{eau}} \frac{dx}{dT} dT = \frac{1}{Q} \int_{T_{fusion}}^{T_{eau}} k(T) dT \simeq \frac{k\Delta T}{Q} \quad (C.5.2)$$

L'approximation par la valeur de k à T_{eau} est aisément faite, car les variations avec la température sont très faibles, $k(T_{eau})/\int_{T_{fusion}}^{T_{eau}} k(T)dT \simeq 1\%$.

Nous exprimons la contrainte à la surface du glaçon comme $\sigma = \rho_f v dv/dx$. Nous pouvons donc exprimer la différence de vitesse entre la paroi et la fin de la couche limite

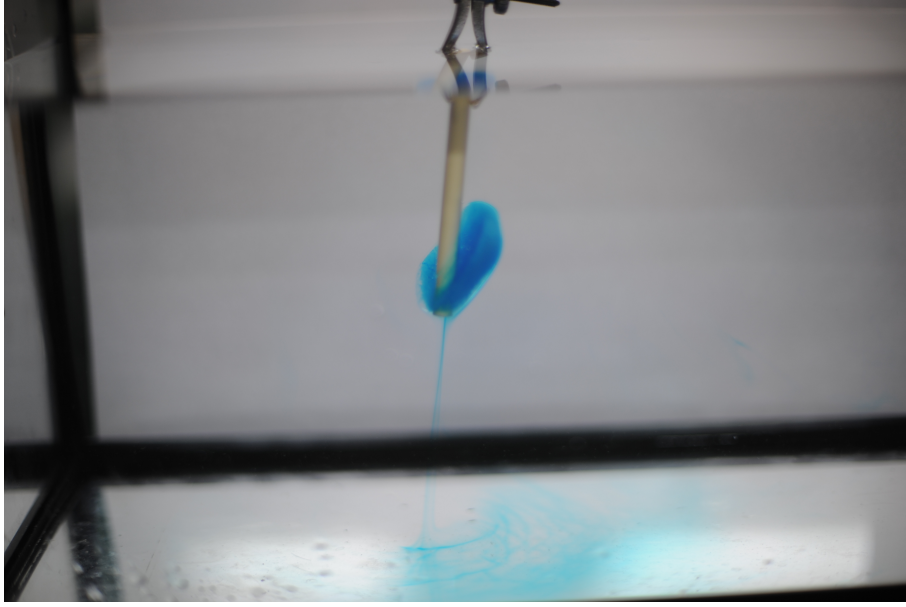


FIGURE C.8 – Photographie du dispositif de fonte d'un glaçon fixe en convection libre. Le glaçon est coloré en bleu pour marquer l'eau issue de sa fusion.

comme :

$$\Delta v = \int_{T_{\text{fusion}}}^{T_{\text{eau}}} \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dT} dT = \frac{\rho_f k \sigma}{Q} \int_{T_{\text{fusion}}}^{T_{\text{eau}}} \frac{1}{\nu(T)} dT = \rho_f \delta \sigma \frac{1}{\nu_{eff}} \quad (\text{C.5.3})$$

où $\frac{1}{\nu_{eff}} = \int_{T_{\text{fusion}}}^{T_{\text{eau}}} \frac{1}{\nu(T)} dT$. Nous pouvons donc estimer l'erreur apportée sur les calculs en considérant $\nu(T_{\text{eau}})$ au lieu de ν_{eff} . Le rapport de $\nu(T_{\text{eau}})/\nu_{eff}$ vaut 14%. L'erreur apportée par le fait de négliger ces effets non-Boussinesq est donc un peu plus élevé que le taux de fluctuation du nombre de Nusselt $Nu'/\langle Nu \rangle = 8\%$.

Nous pouvons considérer les erreurs apportées par le fait de négliger les effets non-Boussinesq de la façon suivante : le nombre de Nusselt mesuré pour un nombre de Reynolds basé sur le forçage donné correspond en fait à celui d'un forçage modulé de l'erreur sur la viscosité. Cependant, cette variation, valant au maximum 14%, est inférieure aux variations des vitesses dues aux fluctuations, de l'ordre d'au moins 20%. Il est donc possible de négliger ces effets.

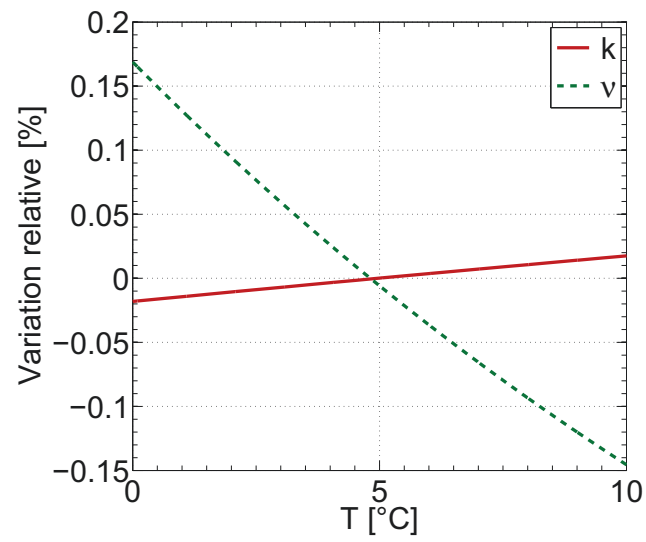


FIGURE C.9 – Variations relatives $(k(T) - \langle k \rangle) / \langle k \rangle$ et $(\nu(T) - \langle \nu \rangle) / \langle \nu \rangle$ en fonction de la température.

Bibliographie

- [1] A Aliseda, A Cartellier, F Hainaux, and J C Lasheras. Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 468:77–105, 2002.
- [2] Prosenjit Bagchi and Kirit Kottam. Effect of freestream isotropic turbulence on heat transfer from a sphere. *Physics of Fluids*, 20(7):073305, 2008.
- [3] Jeremie Bec, Luca Biferale, Guido Boffetta, Antonio Celani, Massimo Cencini, Alessandra Lanotte, S Musacchio, and Federico Toschi. Acceleration statistics of heavy particles in turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 550:349–358, 2006.
- [4] R. Benzi. Flow Reversal in a Simple Dynamical Model of Turbulence. *Physical Review Letters*, 95(2):024502, 2005.
- [5] M. Berhanu, R. Monchaux, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marié, F. Ravelet, M. Bourgoïn, Ph. Odier, J.-F. Pinton, and R. Volk. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *European Physics Letters*, 77(5):59001, 2007.
- [6] A M Bianchi, Y Fautrelle, and Etay Jacqueline. *Tranferts thermiques*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2004.
- [7] Madjid Birouk. A new correlation for turbulent mass transfer from liquid droplets kalp. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:37–45, 2002.
- [8] Madjid Birouk and Iskender Gökalp. Current status of droplet evaporation in turbulent flows. *Progress in Energy and Combustion Science*, 32(4):408–423, 2006.
- [9] Leon Boguslawski. Estimation of the influence of inflow turbulence on heat convection from a sphere surface. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, pages 505–511, 2007.
- [10] P A M Boomkamp and R H M Miesen. Classification of instabilities in parallel two-phase flow. *International Journal Of Multiphase Flow*, 22(Suppl. S):67–88, 1996.
- [11] S Boon-Long, C Laguerie, and J.-P. Couderc. Mass transfer from suspended solids to a liquid in agitated vessels. *Chem. Eng. Science*, 1978.
- [12] Rachel D Brown, Z Warhaft, and Greg A Voth. Acceleration statistics of neutrally buoyant spherical particles in intense turbulence. *Physical Review Letters*, 103(19):194501, 2009.
- [13] E. Calzavarini, M. Cenceni, D. Lohse, and F. Toschi. Quantifying turbulence-induced segregation of inertial particles. *Physical Review Letters*, 101:084504, 2008.

- [14] E. Calzavarini, M. Kerscher, D. Lohse, and F. Toschi. Dimensionality and morphology of particle and bubble clusters in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 607:13–24, 2008.
- [15] E Calzavarini, Romain Volk, Mickael Bourgoin, E Leveque, J F. Pinton, and F Toschi. Acceleration statistics of finite-sized particles in turbulent flow: the role of Faxen forces. *Journal of Fluid Mechanics*, 630:179–189, 2009.
- [16] M Caporaroni, F Tampieri, F Trombetti, and O Vittori. Transfer of particles in nonisotropic air turbulence. *Journal of the atmospheric sciences*, 32(3):565–568, 1975.
- [17] D Chareyron, J L Marié, C Fournier, J Gire, N Grosjean, L Denis, M Lance, and L Méès. Testing an in-line digital holography inverse method for the Lagrangian tracking of evaporating droplets in homogeneous nearly isotropic turbulence. *New Journal of Physics*, 14(4):043039, April 2012.
- [18] Laurent Chevillard, Stéphane G Roux, Émmanuel Lévêque, Nicolas Mordant, Jean-François Pinton, and Alain Arnéodo. Lagrangian velocity statistics in turbulent flows : effects of dissipation. *Physical Review Letters*, 91(21):214502, 2003.
- [19] Eric Climent, Marie Simonnet, and Jacques Magnaudet. Preferential accumulation of bubbles in couette-taylor flow patterns. *Physics of Fluids (1994-present)*, 19(8):–, 2007.
- [20] C. Constable. On rates of occurrence of geomagnetic reversals. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 118:181–193, 2000.
- [21] G. T. Csanady. *Turbulent Diffusion in the Environment, volume 3*. Springer, 1973.
- [22] A. de la Torre and J. Burguete. Slow Dynamics in a Turbulent von Kármán Swirling Flow. *Physical Review Letters*, 99(5):3–6, August 2007.
- [23] Said Elghobashi and G C Truesdell. Direct simulation of particle dispersion in a decaying isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 242:655–700, 1992.
- [24] Cristian Escauriaza and Fotis Sotiropoulos. Trapping and sedimentation of inertial particles in three-dimensional flows in a cylindrical container with exactly counter-rotating lids. *J. of Fluid Mechanics*, 641:169–193, 2009.
- [25] L Fiabane, R Zimmermann, R Volk, J.-F Pinton, and M Bourgoin. Clustering of finite-size particles in turbulence. *Physical Review E*, 035301:1–4, 2012.
- [26] R Gatignol. The Faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform Stokes flow. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 1983.
- [27] G.A.Voth, A La Porta, A.M.Crawford, J.Alexander, and E.Bodenschatz. Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence. *J. Fluid Mech.*, 469:121–160, 2002.
- [28] Peter Hänggi, Peter Talkner, and Michal Borkovec. Reaction-rate theory: fifty years after kramers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:251–341, Apr 1990.
- [29] Holger Homann and Jeremie Bec. Finite-size effects in the dynamics of neutrally buoyant particles in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 651:81–91, 2010.

- [30] A.G. Kidanemariam, C. Chan-Braun, T. Doychev, and M. Uhlmann. Direct numerical simulation of horizontal open channel flow with finite-size, heavy particles at low solid volume fraction. *New J. Phys.*, 15(2):025031, 2013.
- [31] Simon Klein, Mathieu Gibert, Antoine Bérut, and Eberhard Bodenschatz. Simultaneous 3D measurement of the translation and rotation of finite-size particles and the flow field in a fully developed turbulent water flow. *Measurement Science and Technology*, 24(2):024006, February 2013.
- [32] A Kolmogoroff. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30:301–305, 1941.
- [33] H. A. Kramers. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica*, 7(4):284–304, 1940.
- [34] A La Porta, G.A. Voth, A.M. Crawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409:1017–1019, 2001.
- [35] T. C. Lackey and F. Sotiropoulos. Relationship between stirring rate and reynolds number in the chaotically advected steady flow in a container with exactly counter-rotating lids. *Physica*, 18:053601, 2006.
- [36] D M Levins and J R Glastonbury. Application of Kolmogorov theory to particle-liquid in agitated vessels mass transfer. *Chem. Eng. Science*, 27(3):537–543, 1972.
- [37] Miguel Lopez-Caballero. *Large scales in a von Karman swirling flow*. PhD thesis, University Of Navarra, 2013.
- [38] N Machicoane, J Bonaventure, and R Volk. Melting dynamics of large ice balls in a turbulent swirling flow. *Physics of Fluids*, 25:125101, 2013.
- [39] N Machicoane, R. Zimmermann, L. Fiabane, M. Bourgoïn, J.-F. Pinton, and R Volk. Large sphere motion in a turbulent swirling flow. *New Journal of Physics*, 16:013053, 2014.
- [40] M. R. Maxey. The motion of small spherical particles in a cellular flow field. *Physics of Fluids*, 30(7):1915–1928, 1987.
- [41] M. R. Maxey. The Gravitational Settling Of Aerosol-Particles In Homogeneous Turbulence And Random Flow-Fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 174:441–465, 1987.
- [42] M R Maxey and J J Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26(4):883, 1983.
- [43] N Mordant, P Metz, O Michel, and J.-F. Pinton. Measurement of Lagrangian velocity in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 87(21):214501, November 2001.
- [44] Nicolas Mordant. *Mesure lagrangienne en turbulence : mise en œuvre et analyse*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 2001.
- [45] Nicolas Mordant, Alice M Crawford, and Eberhard Bodenschatz. Three-dimensional structure of the lagrangian acceleration in turbulent flows. *Physical Review Letters*, 93:214501, 2004.

- [46] Nicolas Mordant, Emmanuel Lévêque, and Jean-François Pinton. Experimental and numerical study of the Lagrangian dynamics of high Reynolds turbulence. *New Journal of Physics*, 6:116, 2004.
- [47] Nicolas Mordant, Pascal Metz, Olivier Michel, and Jean-François Pinton. Measurement of Lagrangian Velocity in Fully Developed Turbulence. *Physical Review Letters*, 87(21):214501, 2001.
- [48] Aurore Naso and Andrea Prosperetti. The interaction between a solid particle and a turbulent flow. *New Journal of Physics*, 12:33040, 2010.
- [49] C. Nore, F. Moisy, and L. Quartier. Experimental observation of near-heteroclinic cycles in the von kármán swirling flow. *Physics of Fluids*, 17(6), 2005.
- [50] N.T.Ouellette, H.Xu, and E.Bodenschatz. A quantitative study of three-dimensional {Lagrangian} particle tracking algorithms. *Exp.Fluids*, 40:301–313, 2006.
- [51] N. T. Ouellette, H. Xu, M. Bourgoïn, and E. Bodenschatz. Small-scale anisotropy in Lagrangian turbulence. *New Journal of Physics*, 8, 2006.
- [52] N. T. Ouellette, Haitao Xu, and Eberhard Bodenschatz. A quantitative study of three-dimensional lagrangian particle tracking algorithms. *Experiments in Fluids*, 40(2):301–313, 2006.
- [53] Nicholas Ouellette. *Probing the statistical structure of turbulence with measurements of tracer particle tracks*. PhD thesis, Cornell University, 2006.
- [54] M. B. Pinsky and A. P. Khain. Turbulence effects on droplet growth and size distribution in clouds, a review. *Journal of aerosol science*, 28(7):1177–1214, 1997.
- [55] S. L. Post and A. John. Modeling the outcome of drop-drop collisions in diesel sprays. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(6):997–1019, 2002.
- [56] N M Qureshi, U Arrieta, C Baudet, A Cartellier, Y Gagne, and Mickael Bourgoïn. Acceleration statistics of inertial particles in turbulent flow. *European Physical Journal B*, 66(4):531–536, 2008.
- [57] Nauman Qureshi. *Experimental Investigation of Finite Sized Inertial Particles Dynamics in Wind Tunnel Grid Generated Turbulence*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2009.
- [58] Nauman M Qureshi, Mickael Bourgoïn, Christophe Baudet, Alain Cartellier, and Yves Gagne. Turbulent transport of material particles: an experimental study of finite size effects. *Physical Review Letters*, 99(18), 2007.
- [59] We Ranz and Wr Marshall. Evaporation From Drops .2. *Chemical Engineering Progress*, 48(4):173–180, 1952.
- [60] Mark Rast and Jean-François Pinton. Pair Dispersion in Turbulence: The Subdominant Role of Scaling. *Physical Review Letters*, 107(21):1–4, 2011.
- [61] F. Ravelet, A. Chiffaudel, and F. Daviaud. Supercritical transition to turbulence in an inertially driven von kármán closed flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 601:339–364, 2008.

- [62] Florent Ravelet. *Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Kármán turbulent*. PhD thesis, Université Paris 7, 2005.
- [63] Yuji Sano. Mass transfer coefficients for suspended particles in agitated vessels and bubble columns. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 7(4), 1974.
- [64] B L Sawford. Reynolds number effects in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. *Physics of Fluids A*, 3(6):1577–1586, 1991.
- [65] Stephen J Scott, Aditya U Karnik, and John S Shrimpton. On the quantification of preferential accumulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(4):789–795, 2009.
- [66] S.Douady, Y.Couder, and M.E.Brachet. Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence. *Physical Review Letters*, 67:983–986, 1991.
- [67] W.H. Snyder and J.L. Lumley. Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in a turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 48:41–71, 1971.
- [68] H Tennekes and J L Lumley. *A first course in turbulence*. MIT press, 1992.
- [69] Federico Toschi and Eberhard Bodenschatz. Lagrangian Properties of Particles in Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41:375–404, 2009.
- [70] Cameron Tropea, Alexander Yarin, and John F Foss, editors. *Springer Handbook of Experimental Fluid Dynamics*. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg, 2007.
- [71] R. Tsai. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *IEEE T. Robot. Autom.*, RA-3:323, 1987.
- [72] B. G. Van der Hegge Zijnen. Heat transfer from horizontal cylinders to a turbulent air flow. *Applied Scientific Research*, 7:205–223, 1958.
- [73] M. Van Dyke. *An Album of Fluid Motion*. The Parabolic Press, 1982.
- [74] N. G. Van Kampen. *Stochastic processes in physics and chemistry*. Elsevier, 1981.
- [75] R Volk, E Calzavarini, E Leveque, and J.-F. Pinton. Dynamics of inertial range particles in a turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 668:223–235, 2011.
- [76] R. Volk, D. Chareyron, and J.-F. Pinton. Mesures d’accélération lagrangienne dans un écoulement anisotrope par vélocimétrie laser Doppler étendue. *Proceeding du 20ième Congrès Français de Mécanique*, pages 1–6, 2011.
- [77] Romain Volk, E Calzavarini, E Leveque, and J-F Pinton. Dynamics of inertial particles in a turbulent von Karman flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 668:223–235, 2011.
- [78] Romain Volk, E Calzavarini, G Verhille, D Lohse, N Mordant, J F. Pinton, and F Toschi. Acceleration of heavy and light particles in turbulence: Comparison between experiments and direct numerical simulations. *Physica D*, 237(14-17):2084–2089, 2008.

- [79] Romain Volk, Nicolas Mordant, Gaultier Verhille, and Jean-François Pinton. Laser Doppler measurement of inertial particle and bubble accelerations in turbulence. *European Physics Letters*, 81:34002, 2008.
- [80] Greg A Voth, Arthur LaPorta, Alice M Crawford, Jim Alexander, and Eberhard Bodenschatz. Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 469:121–160, 2002.
- [81] A. M. Wood, W. Hwang, and J. K. Eaton. Preferential concentration of particles in homogeneous and isotropic turbulence. *International Journal of Multiphase Flow*, 31:1220–1230, 2005.
- [82] H Xu. Tracking Lagrangian trajectories in position-velocity space. *Measurements Science and Technologie*, 19(7):075105, 2008.
- [83] P K Yeung and S B Pope. Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 207:531–586, 1989.
- [84] Y.Sato and K.Yamamoto. Lagrangian measurement of fluid-particle motion in an isotropic turbulent field. *J. Fluid Mech.*, 175:183–199, 1987.
- [85] Robert Zimmermann. *How Large Spheres spin and move in Turbulent Flows*. PhD thesis, Université de Lyon, 2013.
- [86] Robert Zimmermann, Yoann Gasteuil, Mickael Bourgoin, Romain Volk, Alain Pumir, and Jean-François Pinton. Rotational Intermittency and turbulence induced lift experienced by large particles in a turbulent flow. *Physical Review Letters*, 106(15):154501, 2011.
- [87] G. Zocchi, P. Tabeling, J. Maurer, and H. Willaime. Measurement of the scaling of dissipation at high Reynolds numbers. *Phys. Rev. E*, 50(5), 1994.

**Particules matérielles en écoulement turbulent.
Transport, dynamique aux temps longs et transfert thermique.**

Résumé : Nous nous intéressons au transport turbulent de particules de taille grande devant l'échelle de Kolmogorov. Cette situation se retrouve à la fois dans les écoulements naturels (comme le transport de sédiments) et dans les écoulements industriels (solutés solides dans un mélangeur par exemple). Pour aborder ce problème, nous étudions la dynamique de particules de taille proche de l'échelle intégrale, de densité égale ou légèrement différente de celle du fluide, dans un écoulement turbulent de von Kármán contra-rotatif, à l'aide d'un montage de suivi lagrangien rapide.

L'étude de la dynamique rapide des particules montre une diminution forte des fluctuations selon la taille, mais aussi l'apparition d'un phénomène nouveau : à partir d'une certaine taille, les particules n'explorent plus l'écoulement de façon homogène. Cette exploration préférentielle est liée à la structure moyenne de l'écoulement de von Kármán, qui crée une force de piégeage. Cette force devient alors supérieure aux fluctuations des particules quand leur taille dépasse une taille critique. Une étude dans le régime laminaire, où l'écoulement moyen domine largement les fluctuations, a en effet mis en évidence un piégeage fortement accru. Les particules orbitent alors pendant des temps très longs autour des attracteurs stables des particules fluides de l'écoulement laminaire. Même en régime pleinement turbulent, le déplacement des particules entre ces zones s'effectue sur des durées longues, décorréliées des temps de la dynamique turbulente. Nous avons adapté les outils d'analyse pour caractériser cette dynamique et l'avons comparée à celle de particules isodenses dans un écoulement de von Kármán qui possède deux états asymétriques. Nous avons également élaboré un modèle qui reproduit ces caractéristiques dans les cas symétrique et asymétrique.

Ces questions sont intimement liées au transfert de masse ou de chaleur entre une particule et l'écoulement. Nous avons donc aussi étudié la fusion de grosses billes de glace en turbulence développée, analysant l'influence de la taille des billes et de la vitesse de glissement sur le transfert thermique, à l'aide d'un montage d'ombroscopie afocale. Nous avons notamment montré que les grosses billes de glace fondent dans un régime ultime de convection forcée lorsqu'elles sont librement advectées par l'écoulement.

Mots-clés : turbulence, nombres de Reynolds élevés, dynamique lagrangienne, particules matérielles, effets de taille, transfert thermique, nombre de Nusselt, glace, fusion, écoulement de von Kármán, ombroscopie.

**Material particles in turbulent flow.
Transport, long-times dynamics and heat transfer.**

Abstract: We are interested in the turbulent transport of particles whose size is larger than the Kolmogorov length scale. This issue is present in natural flows (such as sediment transport) and in industrial flows (solid solute in a mixer for instance)). To tackle this problem, we investigate the dynamics of particles with sizes close to the integral length scale, whose density can be neutral or slightly different from that of the fluid, using a turbulent counter-rotating von Kármán flow, with a fast Lagrangian tracking setup.

Studying the fast scale motions, we find that the fluctuations decrease strongly with particle diameter, and discover a new phenomena: particles larger than a critical size do not sample the flow homogeneously. This preferential sampling is linked to the von Kármán mean flow structure, which applies a trapping force to the particles, overcoming their fluctuations as their size becomes bigger than the critical size. A study in the laminar flow regime, where the mean flow is much greater than the fluctuations, showed a strongly increased trapping effect. Indeed, the particles orbit around stable attractors of the fluid particles over very long times. Even in the turbulent regime, transit of the particle between these areas occurs at long time intervals, such that it is decorrelated from the turbulent motion. We adapt our analysis to characterize this dynamics, extending the comparison to large neutrally-buoyant particles in a von Kármán flow which presents two asymmetric states. We also designed a model that reproduces these characteristics in both symmetrical and asymmetrical cases.

These issues are closely related to mass or heat transfer between a particle and the carrier flow. Therefore we have also studied the melting dynamics of large ice balls in fully developed turbulence, analysing the impact of particle size and sliding velocity on the turbulent heat transfer, through a afocal shadowgraphy setup. The resulting studies demonstrate that large freely advected ice balls melt in the ultimate regime of heat transfer.

Key words: turbulence, high Reynolds number, Lagrangian dynamics, material particles, finite-size effects, heat transfer, Nusselt number, ice, melting dynamics, von Kármán flow, shadowgraphy.